



# Comportement hydro-thermique d'un écoulement de fluide dans une fracture rugueuse: Modélisation et application à des massifs fracturés

Amélie Neuville

## ► To cite this version:

Amélie Neuville. Comportement hydro-thermique d'un écoulement de fluide dans une fracture rugueuse: Modélisation et application à des massifs fracturés. Géophysique [physics.geo-ph]. Université de Strasbourg, 2010. Français. NNT: . tel-00521053

**HAL Id: tel-00521053**

**<https://theses.hal.science/tel-00521053>**

Submitted on 24 Sep 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université de Strasbourg  
École et Observatoire des Sciences de la Terre  
Institut de Physique du Globe de Strasbourg

# Comportement hydro-thermique d'un écoulement de fluide dans une fracture rugueuse : Modélisation et application à des massifs fracturés

**Amélie Neuville**

Thèse présentée en vue d'obtenir le grade de :  
DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE STRASBOURG

Discipline : Sciences de la Terre et de l'Univers  
Spécialité : Géophysique

Soutenue publiquement le 29 Juin 2010

## Composition du jury :

M. Jean Schmittbuhl	EOST, Strasbourg, France	<i>Directeur de thèse</i>
M. Renaud Toussaint	EOST, Strasbourg, France	<i>Co-encadrant</i>
M. David Amitrano	LGIT, Grenoble, France	<i>Rapporteur externe</i>
M. Harold Auradou	FAST, Orsay, France	<i>Rapporteur externe</i>
M. François Cornet	EOST, Strasbourg, France	<i>Rapporteur interne</i>
M. Albert Genter	GEIE, France	<i>Examineur</i>
M. Eirik Flekkøy	Complex group, Oslo, Norvège	<i>Examineur</i>





## REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier Jean Schmittbuhl et Renaud Toussaint de m'avoir proposé ce sujet de thèse et encadrée. Je les remercie pour leur confiance, leur disponibilité, leur patience, ainsi que pour toutes nos discussions scientifiques fructueuses et ouvertes. Je les remercie également de m'avoir largement aidée à diffuser mes résultats, lors de conférences et sous forme de publications.

Merci à Jean Schmittbuhl pour les excellentes conditions matérielles dont j'ai bénéficié, ainsi que pour les nombreuses participations aux congrès et visites d'autres laboratoires, donnant lieu à des ouvertures que j'ai fort appréciées. Merci aussi à lui d'avoir inclus une dimension expérimentale dans mon travail.

Merci à Renaud Toussaint pour ses explications physiques, les nombreux tableaux recouverts d'équations et schémas avec des couleurs superposées, son optimisme et son enthousiasme.

Je remercie David Amitrano, Harold Auradou, François Cornet, Eirik Flekkøy, Albert Genter d'avoir accepté de juger mon travail de thèse, ainsi que pour leurs remarques enrichissantes.

Je remercie Eirik Flekkøy de m'avoir initiée aux méthodes de Boltzmann sur réseau. Merci aussi à lui, ainsi qu'à Knut Jorgen Måløy, pour leur très bon accueil dans le "COMPLEX group" d'Oslo lors de ma visite d'un mois. Je les remercie aussi pour leur soutien dans mon projet postdoctoral.

Je remercie Albert Genter, ainsi que les autres membres du groupe de l'EHDRA à Soultz-sous-Forêts, d'avoir pris le temps de discuter de ma modélisation.

Merci à Jean-Philippe Malet, Alexandre Remaître, et Julien Travelletti pour les discussions sur Draix et les glissements de terrain. Je remercie José Ortega pour le dépouillement des carottes de Draix et explications géologiques. Daniel Koehn et son équipe, de l'Université de Mainz, ont imagé un échantillon de ces carottes par tomographie X, je les en remercie. Merci aussi à Alain Steyer pour son aide et sa maintenance technique, en particulier du profilomètre laser.

Merci à Alain Cochard pour le partage de ses connaissances, par exemple en informatique et en analyse numérique, son soutien, et les moments sportifs partagés, notamment lors des séances d'escalade.

Merci à Pascal Gegout de m'avoir guidée dans mes premières utilisations du cluster.

Je remercie Xavier Rose et Jean-Marc Brendle pour leur services informatiques et la maintenance fréquente des divers ordinateurs que j'ai utilisés.

Merci à Patrick Baud, Michel Frogneux et Alain Cochard de m'avoir aidée dans mes tâches d'enseignement, lors du monitorat et de l'ATER.

Je remercie Magali Pierrat, Christine Carabin et Janine Fischbach pour leur accueil bienveillant et leur gestion efficace de la bibliothèque de l'EOST. J'ai beaucoup apprécié d'avoir à ma disposition cette bibliothèque bien fournie, ainsi que les bibliothèques de Jean Schmittbuhl et Renaud Toussaint.

---

Je remercie Binta Mesmaque d'avoir contribué au bon déroulement de mes missions, toujours avec le sourire.

Je remercie aussi Gilbert Brietzke, Aude Chambodut, Delphine Fitzenz, Mélanie Grob, Laurence Jouniaux, Olivier Lengliné, Caroline de Linage, Julie Maury, Marie-Louise Navaza, Michael Niebling, Yves Rogister, Alexandra Rolland, Katia van der Woerd, Christophe Zaroli, ainsi que tous les autres permanents, doctorants, post-doctorants, stagiaires, ou visiteurs à l'EOST que j'ai côtoyés.

Je remercie ma famille et mes amis, Strasbourgeois ou plus lointains, pour leur soutien et les bons moments passés ensemble. Entre autres, les randonnées, diverses aventures Mouminesques, les répétitions ou concerts de l'EVUS, et les conversations franco-italiennes. Merci tout particulièrement à mes parents, Olivier, Anne, Laurent, Julie et Raphaël.

## COLLABORATIONS

La partie portant sur les méthodes de Boltzmann sur réseau a été effectuée en collaboration avec le groupe AMKS (Advanced Materials and Complex Systems), du Département de Physique de l'université d'Oslo, avec en particulier Eirik G. Flekkøy.

José Ortega-Ramírez, professeur à l'Université de Mexico, invité à l'EOST a participé au dépouillement et description géologique des carottes de Draix.

La tomographie X, réalisée sur un échantillon de la carotte de Draix, a été effectuée par le groupe de Daniel Koehn, Tektonophysik, Institut für Geowissenschaften, de l'Université Johannes Gutenberg, Mainz.



# TABLE DES MATIÈRES

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
État de l'art . . . . .	2
Mesures et modèles de fractures rugueuses . . . . .	2
Modélisation d'un flux hydraulique dans une fracture . . . . .	3
Modélisation des transferts de chaleur . . . . .	5
Plan de la thèse . . . . .	6
 <b>I Étude du couplage hydro-thermique dans une fracture rugueuse sous hypothèses de lubrification</b>	 <b>9</b>
<b>1 Modélisation et étude du comportement hydro-thermique dans une fracture d'ouverture auto-affine</b>	<b>13</b>
1.1 Introduction à l'article et bref résumé . . . . .	13
1.1.1 Choix des hypothèses et méthodes de résolution . . . . .	13
1.1.2 Quantification du flux hydraulique et du champ thermique . . . . .	14
1.1.3 Étude des ouvertures hydrauliques et thermiques . . . . .	15
1.2 Article <i>Physical Review E</i> . . . . .	16
<i>Introduction</i> . . . . .	16
<i>Description of the roughness of the fracture</i> . . . . .	17
<i>Hydraulic and thermal flow equations</i> . . . . .	18
<i>Hydraulic flow</i> . . . . .	18
<i>Thermal flow</i> . . . . .	19
<i>Definition of microscopic and macroscopic apertures</i> . . . . .	20
<i>Dimensionless quantities</i> . . . . .	22
<i>Hydraulic flow simulations</i> . . . . .	22
<i>Description of the pressure solver</i> . . . . .	22
<i>Example of a microscopic hydraulic aperture field</i> . . . . .	22
<i>Variability of the macroscopic hydraulic aperture</i> . . . . .	22
<i>Influence of the fracture aspect ratio on the hydraulic flow</i> . . . . .	24
<i>Model of the average macroscopic hydraulic aperture</i> . . . . .	24
<i>Thermal flow simulations</i> . . . . .	25
<i>Description of the temperature solve</i> . . . . .	25
<i>Example of a local microscopic temperature field</i> . . . . .	25
<i>Variability of the macroscopic thermal aperture</i> . . . . .	26
<i>Variability of the thermal behavior</i> . . . . .	26
<i>Influence of the fracture aspect ratio on the thermal behavior</i> . . . . .	27
<i>Discussion and conclusion</i> . . . . .	28

## TABLE DES MATIÈRES

	<i>Model limits and possible extension</i> . . . . .	28
	<i>Conclusion</i> . . . . .	29
1.3	Discussion complémentaire de l'article . . . . .	31
1.3.1	Estimation de la convection naturelle négligée . . . . .	31
1.3.2	Évaluation a posteriori de la conduction dans le plan de la fracture . . . . .	31
1.3.3	Couplage avec l'évolution de la géométrie de l'ouverture . . . . .	32
1.3.4	Validité et stabilité numérique de la résolution numérique . . . . .	34
<b>2</b>	<b>Étude de l'influence des grandes longueurs d'onde de l'ouverture de la fracture sur le comportement hydro-thermique</b>	<b>39</b>
2.1	Génération numérique d'ouvertures dominées par plusieurs grandes longueurs d'onde . . . . .	40
2.2	Étude du comportement hydraulique . . . . .	41
2.3	Étude du comportement thermique . . . . .	43
2.4	Étude statistique du comportement hydro-thermique . . . . .	44
2.4.1	Fractures avec un rapport d'aspect $J = 2$ . . . . .	44
2.4.2	Fractures avec un rapport d'aspect $J = 0.5$ , et $J = 1$ . . . . .	46
<b>II</b>	<b>Reconstitution du comportement hydraulique ou hydro-thermique d'une formation géologique sous hypothèses de lubrification</b>	<b>53</b>
<b>3</b>	<b>Application directe du modèle hydro-thermique sous hypothèses de lubrification au site géothermique de Soultz-sous-Forêts (Alsace, France)</b>	<b>57</b>
3.1	Description du site géothermique et de son but scientifique . . . . .	57
3.1.1	Présentation du site géothermique de Soultz-sous-Forêts . . . . .	57
3.1.2	Échange hydraulique et thermique dans les fractures . . . . .	60
3.2	Article sous presse <i>Comptes Rendus - Geoscience</i> . . . . .	61
3.3	Discussion de l'approche choisie . . . . .	71
<b>4</b>	<b>Modélisation du comportement hydraulique de la formation fracturée de Draix (Alpes, France)</b>	<b>73</b>
4.1	Description du site et de son intérêt scientifique . . . . .	73
4.1.1	Introduction . . . . .	73
4.1.2	Analyse du rôle des fluides dans les déclenchements de glissements de terrain . . . . .	75
4.1.3	Description du glissement de terrain de Laval . . . . .	75
4.1.4	Connaissances préalables sur la perméabilité des marnes de Draix . . . . .	77
4.1.5	Informations sur le sondage carotté . . . . .	79
4.2	Étude morphologique et hydrologique réalisée sur les fractures de Draix . . . . .	79
4.2.1	Résumé de l'article "Draix 1" . . . . .	80
4.2.2	Article "Draix 1" . . . . .	82
	<i>Introduction</i> . . . . .	83
	<i>Core log description and localization of the studied discontinuities</i> . . . . .	84
	<i>Qualitative description of the discontinuities</i> . . . . .	87
	<i>Measurement of the morphology of the discontinuity sides</i> . . . . .	89

	<i>Statistical characterization of the roughness of the discontinuity surfaces</i> . . . . .	94
	<i>Conclusion</i> . . . . .	100
	<i>References</i> . . . . .	101
4.2.3	Résumé de l'article "Draix 2" . . . . .	105
4.2.4	Article "Draix 2" . . . . .	107
	<i>Introduction</i> . . . . .	108
	<i>Aperture reconstruction</i> . . . . .	109
	<i>Statistical characterization of the apertures</i> . . . . .	116
	<i>Hydraulic properties of the Draix formation</i> . . . . .	121
	<i>Conclusion</i> . . . . .	125
	<i>Appendix : Experimental protocol</i> . . . . .	126
	<i>References</i> . . . . .	127
4.2.5	Image complémentaire des articles "Draix 1-2" . . . . .	130
4.3	Discussion sur la mesure de la morphologie et de l'ouverture d'une fracture	130
4.3.1	Pertinence de l'utilisation d'un profilomètre laser . . . . .	130
4.3.2	Comparaison entre les reconstitutions d'ouvertures artificielles et naturelles . . . . .	131
4.3.3	Quantification de la rugosité . . . . .	132
4.3.4	Comparaison avec les lois d'échelles obtenues par méthode spectrale	136
4.4	Discussion sur la représentativité des ouvertures mesurées... aspect pratique	136
4.4.1	Reconstitution de l'ouverture... d'autres pistes . . . . .	136
4.4.2	Échelles spatiales mises en jeu (puits/massif fracturé) . . . . .	144
4.4.3	Discussion sur la dissolution de la calcite . . . . .	146

### III Modélisation hydro-thermique dans une fracture rugueuse hors hypothèses de lubrification 149

<b>5</b>	<b>Choix de la méthode : Boltzmann sur réseau hypercubique à faces centrées</b>	<b>153</b>
5.1	Bibliographie : comportement hydro-thermique hors hypothèses de lubrification . . . . .	153
5.2	Rappels introductifs des principes de la méthode de Boltzmann sur réseau	155
5.3	Résolution de l'équation de Navier-Stokes en 3D à l'aide d'un réseau hypercubique à faces centrées . . . . .	156
5.4	Résolution de l'équation d'advection-diffusion en 3D à l'aide d'un réseau hypercubique à faces centrées . . . . .	158
5.5	Conditions aux limites possibles . . . . .	160
5.6	Raisons pratiques du choix de la méthode . . . . .	163
<b>6</b>	<b>Mise en œuvre de la méthode de Boltzmann sur réseau</b>	<b>165</b>
6.1	Relations entre les paramètres physiques et numériques . . . . .	165
6.2	Tests de vérification, dans une fracture à bords plans parallèles . . . . .	166
6.2.1	Tests sur le comportement hydraulique . . . . .	166
6.2.1.a	Test avec une vitesse sinusoïdale en espace . . . . .	166



## TABLE DES MATIÈRES

---

6.2.1.b	Test avec une vitesse constante : vérification du profil de vitesse parabolique . . . . .	167
6.2.2	Tests sur le comportement thermique . . . . .	167
6.2.2.a	Profil de température dans le cas d'une diffusivité thermique identique dans la roche et le fluide . . . . .	168
6.2.2.b	Test avec une conductivité nulle dans la roche . . . . .	168
6.2.2.c	Limites numériques pour la résolution d'advection-diffusion	168
6.3	Comparaison à la modélisation thermique simplifiée du 1.2, dans une fracture à bords plans parallèles . . . . .	170
6.3.1	Profil de température quartique . . . . .	170
6.3.2	Évolution de la température de la roche . . . . .	173
6.4	Exemple de comportement hydro-thermique dans une fracture à bords plats perturbés par un coin . . . . .	175
6.4.1	Comportement hydro-thermique à faible nombre de Reynolds . . .	175
6.4.1.a	Observation de tourbillons créés par la morphologie . . . .	175
6.4.1.b	Quantification du comportement hydraulique en présence de tourbillons . . . . .	176
6.4.1.c	Comportement thermique en présence d'un coin . . . . .	180
6.4.2	Comportement hydro-thermique à nombre de Reynolds modéré . .	180
<b>Conclusions et perspectives</b>		<b>187</b>
Comportement hydro-thermique sous hypothèses de lubrification . . . . .		187
Estimation pratique de la perméabilité d'un massif . . . . .		189
Modélisation hydro-thermique hors hypothèses de lubrification . . . . .		189
Perspectives . . . . .		190
<b>Annexes</b>		<b>193</b>
<b>A Images complémentaires de l'analyse de rugosité des fractures de Draix</b>		<b>193</b>
A.1 Méthode utilisée pour corriger la dérive linéaire d'une surface . . . . .		193
A.2 Cartes de corrélation calculées pour les fractures de Draix . . . . .		194
<b>B Images supplémentaires sur le couplage hydro-thermique</b>		<b>201</b>
<b>C Méthode de Boltzmann sur réseau et équation de Navier-Stokes</b>		<b>203</b>
<b>Bibliographie</b>		<b>211</b>

# INTRODUCTION

Les fluides qui circulent dans la croûte terrestre ont un large rôle dans les processus impliquant un transport de matériaux géologiques ou d'éléments chimiques. Les circulations de fluides influencent aussi les grandeurs qui dépendent de la convection, telles que la température. Aussi, une meilleure estimation des flux hydrauliques permettrait, par exemple, de mieux appréhender le stockage souterrain de déchets (e.g. Cvetkovic et al. [2004]) et la migration d'éléments, mais aussi les transferts de chaleur en géothermie. D'autre part, la présence des fluides modifie les propriétés poroélastiques et mécaniques du milieu, telles que la pression de pore, qui agit sur le champ de contraintes : les fluides peuvent influencer sur l'adoucissement mécanique de certaines failles et l'initiation des tremblements de terre (e.g. Nur [1972]) ou des glissements de terrain.

Les fractures sont très importantes pour la circulation des fluides, car elles existent à diverses échelles (du mm au km). Elles constituent un large réseau qui permet de relier des réservoirs de fluides dans des zones très différentes (e.g. à différentes profondeurs). Ces écoulements, impliquant diverses échelles de fractures, sont complexes. De nombreuses études portent sur la connectivité des réseaux de fractures (e.g. Darcel et al. [2003]). Ce type d'étude doit être complété par une caractérisation de l'écoulement à l'échelle de la fracture. En effet, même à l'échelle d'une seule fracture, cet écoulement reste compliqué, car la morphologie des surfaces de la fracture est spatialement variable. De plus, la morphologie des épontes varie d'une fracture à l'autre, ce qui induit des capacités de transport différentes. Tous les processus qui dépendent du transport hydraulique, comme par exemple l'échange de chaleur entre un fluide froid et une roche fracturée chaude, dépendent donc de la rugosité.

Il existe des modélisations hydrauliques utilisant des modèles réalistes de morphologie de fracture qui reproduisent bien le comportement hydraulique d'une fracture rugueuse. En revanche, les études hydrauliques qui portent sur des massifs fracturés (exemples : massifs granitiques de Plœmeur – France – ou d'Äspö – Suède) sont souvent réalisées à l'aide de modélisations de réseaux de fractures [Darcel et al., 2003, De Dreuzzy et al., 2004, Cvetkovic et al., 2004]. Ces modèles sont souvent ajustés grâce à la connaissance de paramètres hydrauliques macroscopiques obtenus expérimentalement, et ils n'intègrent pas la complexité de l'écoulement à l'échelle de la fracture. De même, les modélisations existantes des échanges thermiques dans le cadre de la géothermie (e.g. Jupe et al. [1995], Kolditz and Clauser [1998]) en milieu fracturé négligent souvent la rugosité des surfaces des fractures [Sausse et al., 2008]. Il serait cependant nécessaire d'améliorer ces modèles hydro-thermiques, dans lesquels les fractures sont modélisées de manière simple (par exemple par des plaques parallèles, tubes ou formes ellipsoïdales), de manière à tenir compte de la rugosité.

La présente étude consiste à modéliser les échanges hydro-thermiques dans un milieu fracturé, de façon à caractériser quantitativement les paramètres de la morphologie qui

contrôlent ces échanges. Ces modélisations sont ensuite appliquées dans des contextes de géothermie et de glissements de terrain.

## État de l’art et contribution de cette thèse

### Mesures et modèles de fractures rugueuses

La modélisation hydro-thermique dans une fracture rugueuse nécessite d’en connaître la morphologie détaillée, c’est-à-dire à la fois la topographie des surfaces et celle de l’ouverture  $a(x, y)$ , l’ouverture étant définie comme la distance entre les deux épontes, perpendiculairement au plan moyen, qui définit le plan  $(x, y)$  (cf. figure p. 18).

La rugosité des surfaces de fractures est bien connue, car il est possible de la mesurer précisément, tant à l’échelle du laboratoire (surfaces jusqu’à plusieurs centaines de centimètres carrés) (e.g. Schmittbuhl et al. [1995a], Bouchaud [1997]) par exemple à l’aide de profilomètres laser ou mécaniques, qu’à l’échelle du terrain (surfaces de plusieurs dizaines de mètres carrés) [Renard et al., 2006], en étudiant l’écho d’un laser. L’analyse de ces mesures de rugosité a montré que la topographie  $z(x, y)$  des surfaces est bien décrite par des surfaces auto-affines : la fonction  $z(x, y)$  est statistiquement invariante par la transformation  $x \rightarrow \lambda x$ ,  $y \rightarrow \lambda y$ ,  $\Delta z \rightarrow \lambda^\zeta z$  [Feder, 1988, Falconer, 1990, Plouraboué et al., 1995b], où  $\zeta$  est appelé exposant de rugosité ou exposant de Hurst. Cet exposant est donné par la pente, en échelle log-log, de l’auto-corrélation de la topographie de la surface. Sa valeur est relativement constante, autour de 0.8 pour de nombreuses surfaces (e.g. Bouchaud [1997], Schmittbuhl et al. [1995a]), à l’exception de quelques matériaux tels que le grès ( $\zeta \simeq 0.5$ ) [Boffa et al., 1998, Méheust and Schmittbuhl, 2003, Ponson et al., 2007] ou la céramique de verre ( $\zeta \simeq 0.4$ ) [Bonamy et al., 2006]. Néanmoins, le caractère auto-affine des surfaces n’est pas forcément présent à toutes les échelles, perdant par exemple sa validité en dessous de la taille des minéraux lorsque ceux ci ne sont pas fracturés. Pour les modélisations, des fonctions ayant de telles propriétés d’échelle peuvent être obtenues numériquement, par exemple en générant un bruit blanc et en introduisant les corrélations spatiales en domaine de Fourier (e.g. Sahimi [1998]).

Considérant qu’une fracture est constituée de deux épontes auto-affines face à face, avec un exposant de rugosité  $\zeta$ , se pose alors la question du positionnement relatif de ces surfaces, c’est-à-dire de l’ouverture, pour laquelle plusieurs modèles peuvent être mathématiquement obtenus. Si les deux topographies sont décorrélées (statistiquement indépendantes), alors l’ouverture est également auto-affine, avec le même exposant  $\zeta$  (e.g. Plouraboué et al. [1995a]). Ceci correspondrait par exemple au cas où des événements chimiques ou mécaniques ont modifié les surfaces des épontes, de telle sorte à supprimer les corrélations à toutes les échelles. On peut préférer une modélisation obtenue à partir de deux surfaces auto-affines identiques. Ce serait le cas pour une fracture ouverte en mode I, dont les aspérités des épontes sont complémentaires (avec des topographies supposées auto-affines). Si les deux surfaces sont placées en sorte que les mêmes aspérités soient en vis-à-vis, alors l’ouverture est constante. Si les deux surfaces sont similaires et placées en sorte que les mêmes aspérités soient décalées, alors l’ouverture est auto-affine seulement aux petites échelles (jusqu’à une échelle reliée au décalage), avec un exposant  $\zeta$ , et montre une corrélation constante aux grandes échelles (e.g. Plouraboué et al. [1995a], Auradou et al. [2006]). De plus, pour ces fractures à épontes décalées, les propriétés d’échelle de

l'ouverture sont anisotropes. On peut également créer des ouvertures à partir de deux surfaces auto-affines identiques aux larges échelles, mais qui diffèrent à petites échelles, ce qui correspondrait par exemple à une fracture artificielle où des portions de matériau se sont détachés lors de la fracturation. Les ouvertures générées sont alors auto-affines et isotropes aux petites échelles et montrent une corrélation constante aux grandes échelles (e.g. Sakaguchi et al. [2008]). Ainsi les ouvertures peuvent être auto-affines à toutes les échelles ou non, avec des propriétés d'échelles éventuellement variables suivant les directions (anisotropie dans le plan de la fracture). En plus des propriétés d'échelles, une ouverture se caractérise par son ouverture moyenne, son écart-type, sa surface de contact (ouverture locale nulle) et son extension le long de son plan moyen. Dans le cas où la fracture a une extension rectangulaire, celle-ci peut-être caractérisée par son rapport d'aspect (longueur sur largeur,  $L_x/L_y$ ).

Afin d'estimer lesquels de ces différents modèles théoriques d'ouverture sont les plus adaptés, il est donc important de mesurer les ouvertures réelles des fractures que l'on veut étudier. Cependant, si la caractérisation des surfaces est relativement aisée (lorsqu'elles sont accessibles), il est plus difficile d'estimer la variabilité de l'ouverture d'une fracture naturelle.

Dans le cas où les fractures étudiées sont artificielles, comme dans la plupart des travaux existants (e.g. Billaux and Gentier [1990], Isakov et al. [2001], Lee and Cho [2002], Auradou et al. [2005], Sharifzadeh et al. [2008]), l'ouverture est assez simplement reconstruite, soit en supposant qu'il y a contact entre les deux faces, soit en contrôlant les déplacements relatifs des épontes. En ce qui concerne les fractures naturelles, si la fracture ne scinde pas l'échantillon en deux parties, la morphologie de l'ouverture des fractures peut être obtenue en injectant de la résine dans l'échantillon puis en étudiant diverses coupes de ce moulage à l'aide d'un microscope optique (e.g. Hakami and Larsson [1996]). De même, la morphologie d'une fracture scellée (par exemple, par de la calcite, ou par l'injection d'une résine) ou ouverte peut être imagée par mesure du contraste de densité, avec la tomographie X (e.g. Noiriél [2005]). La situation la plus délicate est celle où l'échantillon observé (typiquement une carotte géologique) présente deux épontes complètement séparées, auquel cas il faut retrouver leur position relative in-situ. Ceci nécessite des hypothèses sur l'histoire de la fracturation qui a créé l'ouverture.

Une partie de ce travail de thèse (cf. 4.2.3) s'attache à reconstruire des ouvertures naturelles de fracture, et à les caractériser.

## Modélisation d'un flux hydraulique dans une fracture

Le flux hydraulique à l'intérieur de fractures rugueuses a été observé expérimentalement, notamment par Tsang [1984], Méheust and Schmittbuhl [2000], Plouraboué et al. [2000]. Ces derniers ont remarqué que le fluide ne s'écoule pas de manière homogène : il y a des canaux où le fluide s'écoule plus vite (chenalisation) et des zones où le fluide est quasi-stationnaire. Brown [1987], Plouraboué et al. [1998], Méheust and Schmittbuhl [2001, 2003] ont modélisé l'écoulement à l'intérieur d'une fracture ayant une morphologie similaire à celle des roches observées dans la nature (ouverture auto-affine à toutes les échelles ou seulement à petite échelle, dont les bords sont éventuellement corrélés à grande échelle), en régime laminaire et stationnaire, sous l'hypothèse de lubrification, pour un fluide newtonien (i.e. taux de déformation proportionnel à la contrainte) et incompressible. On se trouve alors en régime de Stokes, ce qui conduit à résoudre l'équation dite de

Reynolds (cf. p. 18-19). L'hypothèse de lubrification stipule notamment que l'écoulement est laminaire et que le gradient spatial des topographies des épontes est faible. Sous cette hypothèse, le flux hydraulique dépend uniquement de la variabilité de l'ouverture (c'est-à-dire de  $a(x, y)$ ). Ces modélisations reproduisent bien la chenalisation du fluide observée expérimentalement. Il existe aussi des modélisations hydrauliques résolvant l'équation complète de Navier-Stokes dans des fractures à géométrie complexe [Bernabé and Olson, 2000, Drazer and Koplik, 2000, Brush and Thomson, 2003, Al-Yaarubi et al., 2005, Boutt et al., 2006, Cardenas et al., 2007]. Ces modélisations permettent notamment de reproduire les éventuelles recirculations (ex. tourbillons) du fluide induites par les aspérités abruptes au voisinage de celles-ci.

Le paramètre couramment utilisé pour quantifier macroscopiquement le flux hydraulique dans une fracture est l'ouverture hydraulique  $H$ , définie par la distance entre deux plaques parallèles modélisant cette fracture, laquelle – soumise au même gradient de pression macroscopique – fournit le même débit hydraulique (pour le même fluide). Pour une fracture rugueuse,  $H$  diffère de l'ouverture moyenne  $A$ ; il a été montré [Beran, 1968] que  $\langle a^{-3} \rangle^{-1} < H^3 < \langle a^3 \rangle$ , où la borne inférieure (supérieure) correspond à la conductivité d'ouvertures considérées en série (parallèle). Ce paramètre,  $H$ , est très pratique pour quantifier le comportement hydraulique de manière macroscopique : étant une grandeur scalaire, il permet une comparaison directe entre les perméabilités de différentes fractures naturelles ou synthétiques.

Certains auteurs proposent des approximations de  $H$  basées uniquement sur la géométrie de la fracture, dans la perspective de s'affranchir du calcul explicite du flux hydraulique, en exprimant  $H$  avec une expression où interviennent diverses moyennes de la fonction ouverture (e.g. Brown [1987], Méheust and Schmittbuhl [2001]). Une représentation classique est le tracé de l'ouverture hydraulique en fonction de l'ouverture moyenne  $A$  normalisée par son écart-type  $\sigma$  (e.g. Brown [1987], Patir and Cheng [1978], Zimmerman and Bodvarsson [1996], Al-Yaarubi et al. [2005], Méheust and Schmittbuhl [2001]).

Malgré les nombreux travaux réalisés, l'effet des caractéristiques de la morphologie, considérées individuellement (ex. influence de chaque longueur d'onde), reste encore mal connu. Ce travail de thèse s'attache à identifier un nombre minimum de paramètres représentatifs permettant de modéliser correctement les propriétés thermo-hydrauliques d'une fracture ouverte. Dans ce but, le comportement hydraulique en régime de Stokes est modélisé pour des fractures auto-affines présentant différents rapports d'aspect ( $L_x/L_y$ ). Pour chaque rapport d'aspect,  $H$  est représenté en fonction du rapport  $\sigma/A$  pour de nombreuses fractures et une loi empirique est proposée afin de relier  $H$ ,  $\sigma/A$  et le rapport d'aspect. Le rapport d'aspect peut être indirectement relié à l'anisotropie de l'ouverture ; si cette dernière peut être estimée pour un champ de fracture in-situ (par ex. par l'observation de données géologiques), il devient alors envisageable de déduire la perméabilité de ce champ de fracture (cf. chapitre 1).

Les courbes  $H$  vs  $\sigma/A$  seront aussi étudiées pour des ouvertures auto-affines dont seules les plus grandes longueurs d'onde ont été conservées – après filtrage (cf. chapitre 2). Si ces courbes se révélaient comparables aux courbes obtenues avec les ouvertures non filtrées, cela voudrait dire que l'on pourrait, pour estimer les propriétés hydrauliques d'une fracture, s'affranchir de la connaissance des détails de son ouverture, et se limiter aux grandes longueurs d'ondes, dont la détermination in-situ est a priori plus aisée.

## Modélisation des transferts de chaleur

Le site de Soultz-sous-Forêts est un site pilote dans le développement de la géothermie profonde. La roche, dont on veut exploiter la chaleur, est fracturée et se trouve à environ 5 km de profondeur. La compréhension de la géothermie en milieu fracturé nécessite de modéliser les échanges de chaleur entre une roche fracturée chaude et un fluide froid y circulant. La chaleur de la roche est communiquée au fluide pour partie par conduction (flux régi par la loi de Fourier), tandis qu'une autre partie de la chaleur est directement échangée par convection. Pour un champ de vitesse donné, les échanges thermiques sont régis par une équation d'advection-diffusion (cf. p. 19-20).

De nombreux modèles ont été proposés pour modéliser la température du fluide pompé (voir article de revue Hayashi et al. [1999]), et notamment la décroissance de la température au fil du temps,  $T(t)$ , qui peut se produire à la suite d'une injection soutenue et durable de fluide froid dans la roche. Lors de la modélisation de  $T(t)$  se pose notamment la question de savoir comment modéliser le milieu poreux ou fracturé. Kolditz and Clauser [1998], Kohl and Hopkirk [1995], Kohl et al. [1995], Jupe et al. [1995] modélisent par exemple le milieu à l'aide d'une ou plusieurs grandes fractures planes dans une matrice tridimensionnelle (3D), puis résolvent une équation d'advection-diffusion simplifiée par éléments finis. Dans le cas d'un fluide circulant dans une fracture à bords parallèles et imperméables, située dans une matrice où seule la diffusion thermique perpendiculaire aux bords de la fracture intervient, leur solution peut être comparée à des solutions analytiques (e.g. Gringarten and Sauty [1975], Rodemann [1979], Heuer et al. [1991], cités par Kolditz and Clauser [1998]). Pour obtenir  $T(t)$ , Bruel [1995], Kolditz and Clauser [1998] ont aussi proposé de modéliser le milieu poreux ou fracturé à l'aide d'un réseau de fractures qui ont une géométrie simple. Cependant, Kolditz and Clauser [1998], Hayashi et al. [1999] estiment que les effets mécaniques (poro-élastiques, ou thermo-élastiques) qui modifient la géométrie des fractures sont couplés à la chenalisation du fluide, ce qui impliquerait une relation non triviale entre l'ouverture moyenne mécanique et l'ouverture hydraulique. D'où l'importance d'intégrer dans les modèles hydro-thermo-mécaniques une zone de fracture avec des propriétés plus réalistes.

Rosener et al. [2007] proposent par exemple une modélisation hydro-thermique qui fait intervenir une zone de faille où porosité, perméabilité, et conductivité thermique varient spatialement. On peut se demander plus spécifiquement quelle est l'influence de la morphologie des fractures sur l'échange thermique. Muralidhar [1990] a par exemple modélisé une équation d'advection-diffusion dans une fracture d'ouverture variable composée de deux plaques parallèles avec des zones de contact. Mais sa modélisation consiste à décrire la dispersion d'un panache de fluide chaud en négligeant tout flux de chaleur avec la roche, ce qui l'exclut donc des modélisations en géothermie. Un effet de la rugosité des fractures, outre la chenalisation, est l'augmentation de la surface d'échange entre le fluide et la roche. La modélisation de la température d'un fluide circulant dans un conduit présentant une morphologie complexe, proposée par Andrade Jr. et al. [2004], montre l'influence de la morphologie. Celui-ci résout par différences finies les équations de Navier-Stokes et d'advection-diffusion en considérant que le conduit est à une température constante. Mais la morphologie utilisée pour le conduit, bien que complexe, est en 2D et est très différente de celle d'une fracture naturelle. De plus son étude porte sur un échangeur thermique, pour lequel il s'agit d'optimiser l'efficacité du transfert d'un fluide chaud. Ainsi les ef-

fets de la morphologie d'une fracture sur l'échange thermique dans le cadre d'un fluide réchauffé au contact d'une roche sont encore mal connus et quantifiés.

Dans la partie I de ce travail de thèse, une modélisation du champ de température d'un fluide circulant dans une fracture avec une géométrie réaliste est proposée. Cette résolution est effectuée sous hypothèses de lubrification, en régime stationnaire, avec une équation d'advection-diffusion simplifiée. Afin de mieux comprendre les effets d'une recirculation éventuelle du fluide (ex. tourbillon) (i.e. régime hors lubrification) causée par les aspérités, la partie III propose également une modélisation hydro-thermique où les équations de Navier-Stokes et d'advection-diffusion sont entièrement résolues.

## Plan de la thèse

Dans la **première partie**, le couplage hydro-thermique dans une fracture rugueuse est étudié en régime stationnaire, sous hypothèses de lubrification dans le plan de la fracture. Le chapitre 1 est essentiellement composé d'un article accepté pour publication dans la revue *Physical Review E* (2010), intitulé "*Hydro-thermal coupling in a self-affine rough fracture under lubrication approximation*". Dans cette étude, l'ouverture de la fracture est supposée multi-échelle, suivant une loi d'auto-affinité caractérisée par un exposant de Hurst (de 0.8). Le flux hydraulique est obtenu en résolvant l'équation de Reynolds, grâce à une modélisation et discrétisation similaire à celle de Méheust et Schmittbuhl (e.g. Méheust and Schmittbuhl [2001]).

Le champ de température d'un fluide froid injecté dans une fracture rugueuse chaude est calculé en considérant la température de la roche invariable (dans le temps et dans l'espace). Pour cela, on utilise une hypothèse de lubrification pour le flux thermique analogue à l'hypothèse habituelle de lubrification hydraulique [Pinkus and Sternlicht, 1961]. Ceci revient à choisir un modèle bidimensionnel (2D) qui dépend d'une valeur moyenne de la température ( $\bar{T}(x, y)$ ) dans le plan de la fracture. Ainsi, le flux de chaleur de la roche est supposé orienté suivant  $z$  et les variations en  $z$  de la température sont moyennées sur l'épaisseur de la fracture. La résolution de l'équation de la chaleur, qui nécessite la connaissance des flux hydrauliques, est effectuée avec un schéma de différences finies, similaire à celui utilisé pour les flux hydrauliques.

Une étude quantitative du comportement hydro-thermique est ensuite menée en calculant des longueurs de référence macroscopiques : l'ouverture hydraulique et l'ouverture thermique, une longueur similaire permettant de caractériser le comportement thermique. La variabilité de ces paramètres a été étudiée de manière statistique en faisant également intervenir le rapport d'aspect (longueur sur largeur) de la fracture.

La modélisation précédemment réalisée suppose une connaissance détaillée de la morphologie de la fracture. Cependant, en pratique, celle-ci est rarement connue. L'étape suivante de ce travail (chapitre 2) a donc consisté à rechercher une manière simple de décrire la variation spatiale de la morphologie d'une fracture, tout en gardant de cette morphologie une connaissance suffisante pour modéliser un comportement hydro-thermique représentatif. Le modèle de morphologie simplifiée qui est étudié est un modèle d'ouverture auto-affine, dont les fluctuations aux petites longueurs d'onde ont été supprimées. Les flux hydraulique et thermique calculés dans ces ouvertures simplifiées sont comparés aux résultats connus à l'aides des ouvertures hydrauliques et thermiques, dans le cas d'une fracture multi-échelle avec toutes les longueurs d'onde.

La **deuxième partie** présente des applications du modèle précédemment décrit à deux massifs fracturés : celui de Soultz-sous-Forêts (Alsace, France) et de Draix (Alpes, France). Le chapitre 3 comporte notamment un article sous presse dans *Comptes Rendus Geoscience* intitulé “*Fracture roughness and thermal exchange: A case study at Soultz-sous-Forêts*”. Dans ce chapitre, la modélisation hydro-thermique sous hypothèses de lubrification avec une géométrie de fracture auto-affine, puis simplifiée, est directement appliquée au site géothermique de Soultz-sous-Forêts. Cette modélisation porte sur une zone située entre deux puits distants de 600 m, dont la connexion hydraulique est assurée majoritairement par une grande zone fracturée.

Le chapitre 4 porte sur une application hydraulique : il s’agit de déterminer la perméabilité du sous-sol d’une zone de glissement de terrain, près de Draix. Le sous-sol de cette zone est constitué de marnes indurées (c’est-à-dire qu’elles forment une roche) et fracturées où circule l’eau. L’estimation de la perméabilité proposée prend spécifiquement en compte la morphologie des fractures du sous-sol, à l’aide de carottes géologiques. Deux articles complémentaires, acceptés pour publication dans la revue *Hydrological Processes* (2010) constituent ce chapitre. Le premier article, intitulé “*Characterization of major discontinuities from borehole cores of located in the black consolidated marl formation of Draix (French Alps)*”, présente la mesure et caractérisation statistique des surfaces de deux discontinuités ouvertes et d’une discontinuité scellée, à l’aide d’un profilomètre laser (précision verticale de la mesure de l’ordre du micron et précision dans le plan de l’ordre de 40  $\mu\text{m}$ ). Le deuxième article, intitulé “*Fracture aperture reconstruction and determination of hydrological properties: a case study at Draix (French Alps)*” présente la reconstitution des ouvertures tridimensionnelles. Les propriétés d’échelle des discontinuités sont calculées puis extrapolées à l’échelle du massif. Après avoir discuté de l’influence de la rugosité sur le comportement hydraulique, la perméabilité du sous-sol de Draix est finalement estimée.

Afin d’élargir l’étude hydro-thermique dans une fracture rugueuse, une autre modélisation, sans hypothèses de lubrification, est proposée en **troisième partie**. Deux méthodes de Boltzmann sur réseau sont ici couplées, afin de résoudre à la fois l’équation de Navier-Stokes et l’équation complète d’advection-diffusion de la température, dans le fluide et la roche. Une présentation théorique de la méthode est présentée chapitre 5, puis des exemples de simulations sont décrits, chapitre 6. L’influence des recirculations hydrauliques, créées par une unique aspérité, sur le champ de température est abordée.



---

## Première partie

# Étude du couplage hydro-thermique dans une fracture rugueuse sous hypothèses de lubrification



- OBJECTIF DE LA PARTIE : modéliser et étudier la température d'un fluide froid injecté dans une fracture ayant une morphologie réaliste, contenue dans un encaissant chaud, sous hypothèses de lubrification.
- POUR CELA : choisir un modèle morphologique de fracture et un modèle hydraulique, les combiner à un modèle thermique que l'on définit. Puis observer les variations spatiales du comportement hydro-thermique et quantifier ces variations par rapport à un cas de référence : une fracture à bords plats et parallèles.



# CHAPITRE 1

## Modélisation et étude du comportement hydro-thermique dans une fracture d'ouverture auto-affine

- OBJECTIF : modéliser le comportement hydro-thermique dans une fracture d'ouverture auto-affine et caractériser en quoi cette morphologie influence le comportement hydro-thermique.
- POUR CELA : définir un modèle hydro-thermique avec comme input des ouvertures auto-affines. Puis, définir des paramètres pour quantifier le comportement hydro-thermique et observer leur variabilité à l'aide d'une étude statistique sur les paramètres du modèle auto-affine.

Dans cette étude, on cherche à modéliser la température d'un fluide froid injecté dans une fracture rugueuse, contenue dans un encaissant chaud. Ceci nécessite de choisir un modèle de fracture, et de résoudre les équations de Navier-Stokes et d'advection-diffusion. Cette étude est présentée sous la forme d'un article accepté pour publication (2010) dans la revue *Physical Review E*.

### 1.1 Introduction à l'article et bref résumé

#### 1.1.1 Choix des hypothèses et méthodes de résolution

Tout d'abord un modèle de fracture rugueuse a été choisi : ici on a supposé que l'ouverture,  $a(x, y)$  (aussi nommée ouverture géométrique, fonction de  $x, y$  définissant le plan de la fracture) de la fracture est multi-échelle, caractérisée par une loi d'auto-affinité avec un exposant de Hurst de 0.8. Comme déjà évoqué (cf. Introduction générale, p. 2), ce modèle est cohérent avec un modèle de fracture constitué de deux épontes auto-affines indépendantes, comme observé par exemple par Schmittbuhl et al. [1993, 1995a], Bouchaud [1997]. Les ouvertures générées ne comportent pas de zones de contact. Le flux hydraulique est calculé en régime stationnaire, pour un fluide newtonien s'écoulant de manière laminaire (donc à faible nombre de Reynolds), sous hypothèse de lubrification (cf. Introduction générale, p. 3). Dans ces conditions, les processus dépendent seulement de la géométrie de l'ouverture des fractures (et non des surfaces respectives). Les conditions limites de l'équation de Reynolds sont établies en supposant que la matrice de la roche est imperméable, et que le fluide est injecté et pompé avec une pression uniforme à l'entrée et à la sortie de la fracture.

Pour calculer le champ de température du fluide, l'équation d'advection-diffusion est résolue en régime stationnaire. Une hypothèse de lubrification pour le flux thermique, ana-

logue à l'hypothèse classique de lubrification hydraulique [Pinkus and Sternlicht, 1961] est utilisée. Ceci revient à choisir un modèle bidimensionnel (2D) qui dépend d'une valeur moyenne de la température ( $\bar{T}(x, y)$ ) dans le plan de la fracture. Ainsi, le flux de chaleur de la roche est supposé orienté suivant  $z$  et les variations en  $z$  de la température sont moyennées sur l'épaisseur de la fracture. On suppose aussi que les flux thermiques conductifs dans le plan de la fracture sont négligeables devant les flux thermiques convectifs (fort nombre de Péclet dans le plan) et devant les flux conductifs produits par la roche chaude. À noter qu'ici, l'influence de la température sur la viscosité et sur la densité est négligée. Ainsi, la convection naturelle (cf. Bataillé et al. [2006], Tournier et al. [2000]) n'est pas modélisée ici. Cette hypothèse sera discutée dans la partie 1.3.1, 31.

La température de la roche est considérée comme invariable (en temps et espace), ce qui revient à une conductivité de roche infiniment grande devant celle du fluide. Le fluide est supposé injecté et pompé avec un flux d'énergie constant (température constante).

Numériquement, les ouvertures auto-affines sont générées à partir d'un bruit blanc créé par un générateur aléatoire de valeurs, tirées sur une grille de taille  $n_x \times n_y$  où  $n_x$  et  $n_y$  sont des puissances de 2. Le but est de pouvoir générer de nombreuses ouvertures synthétiques, pour faire une étude statistique. Les valeurs  $n_x$  et  $n_y$  sont reliées à l'extension souhaitée de la fracture,  $L_x \times L_y$  par la taille de la maille. Puis, les corrélations spatiales sont introduites en domaine de Fourier, en utilisant une transformée de Fourier rapide (en anglais, FFT) (e.g. Sahimi [1998]). Numériquement, la gamme de longueurs d'onde de l'ouverture est limitée par la taille de la maille choisie et l'extension de la fracture (longueur d'onde maximale suivant  $x$  :  $L_x/2$ , et suivant  $y$  :  $L_y/2$ ). Aucun filtrage n'est réalisé sur les grandes longueurs d'ondes, ainsi, lorsque  $L_x$  et  $L_y$  sont différents (rapport d'aspect différent de 1), l'ouverture générée est anisotrope pour les longueurs d'onde comprises entre  $\min(L_x/2, L_y/2)$  et  $\max(L_x/2, L_y/2)$ . L'équation de Reynolds est résolue dans une fracture d'ouverture variable, de la même manière que Méheust and Schmittbuhl [2001], par différences finies centrées, en inversant le système par gradient biconjugué. Le champ de pression est alors obtenu. L'équation d'advection-diffusion 2D est ensuite résolue de manière similaire, par différences finies [Neuville, 2006], ce qui permet d'obtenir le champ de température.

### 1.1.2 Quantification du flux hydraulique et du champ thermique

Les flux hydrauliques et les champs thermiques calculés présentent des caractéristiques spatialement variables, et très différentes d'une fracture à l'autre. Dans certains cas une importante chenalisation est observée pour le flux hydraulique, qui a des conséquences sur le champ de température : on observe des zones allongées dans le sens du gradient hydraulique où la température est plus élevée qu'aux alentours ; phénomène qui est nommé chenalisation du champ de température. La chenalisation hydro-thermique s'observe plus fréquemment pour de fortes amplitudes de rugosité, i.e. pour  $\sigma/A$  élevé (cf. Annexe, Fig. B.1, p. 202).

Pour quantifier le comportement hydro-thermique des fractures, des longueurs de référence macroscopiques sont calculées : l'ouverture hydraulique (couramment utilisée cf. Introduction générale p. 3) et une longueur permettant de caractériser le comportement thermique, l'ouverture thermique. Celle-ci est définie comme la distance  $\Gamma$  entre deux plaques parallèles permettant de reproduire la même loi de température moyenne dans le fluide, pour un même gradient de pression et conditions limites de température

(température d'entrée et température de roche). Plus l'ouverture hydraulique est grande, plus grande est la perméabilité. Plus l'ouverture thermique est grande, moins efficace est l'échange thermique entre la roche et le fluide.

Deux autres quantités ont été définies afin de comparer spatialement la variabilité du comportement hydraulique et thermique à travers la fracture avec une ouverture constante : l'ouverture hydraulique locale,  $h$ , et l'ouverture thermique locale,  $\gamma$ . Celles-ci sont calculées de la même façon que les grandeurs macroscopiques  $H$  et  $\Gamma$ , mais en chaque point le long de la fracture, en considérant une longueur de fracture infinitésimale (numériquement, la taille de la maille) et le gradient de pression local (rappel : en 2D, celui-ci est invariant dans la direction normale au plan).

## 1.1.3 Étude des ouvertures hydrauliques et thermiques

Dans l'article, la variabilité spatiale des champs hydrauliques et thermiques est illustrée pour une fracture d'ouverture auto-affine. Afin de comprendre les relations entre les ouvertures locales  $a$ ,  $h$  et  $\gamma$ , plusieurs histogrammes bidimensionnels sont réalisés :  $\text{hist}(a, h)$ ,  $\text{hist}(a, \gamma)$  puis  $\text{hist}(h, \gamma)$  (Fig. 5, p. 23, Figs. 10 et 11, p. 26). On observe que  $a$  et  $h$  sont mal corrélées spatialement, de même que  $a$  et  $\gamma$ . Par contre,  $h$  et  $\gamma$  s'avèrent spatialement bien corrélés, ce qui traduit une forte dépendance entre le comportement hydraulique et thermique.

Le calcul de  $H$  et de  $\Gamma$  a ensuite été réalisé pour de nombreuses fractures dont l'ouverture est générée aléatoirement, en étudiant l'influence de l'écart-type normalisé par l'ouverture moyenne,  $\sigma/A$  et du rapport d'aspect de la fracture (longueur sur largeur  $L_x/L_y$ ). Des courbes moyennes de  $H/A$  vs  $\sigma/A$ ,  $\Gamma/A$  vs  $\sigma/A$ , et  $\Gamma/A$  vs  $H/A$ , pour trois rapports d'aspect sont ensuite tracées et modélisées (voir figures p. 24, 27).

Pour un rapport d'aspect de 1, on observe que l'ouverture hydraulique est statistiquement inférieure à l'ouverture moyenne (perméabilité réduite,  $H < A$ ) et que l'ouverture thermique est plus grande que l'ouverture moyenne (échange thermal moins efficace,  $\Gamma > A$ ).

Les allures des courbes  $H/A$  et  $\Gamma/A$  vs  $\sigma/A$  diffèrent suivant le rapport d'aspect. Les variations du comportement hydraulique en fonction du rapport d'aspect peuvent s'expliquer par le fait qu'il est statistiquement plus probable d'observer des chenaux d'ouverture dans la direction parallèle au côté le plus petit de la fracture, et que la perméabilité est sensible à l'orientation de ces chenaux par rapport gradient macroscopique de pression. Il est ainsi possible, dans le cas de chenaux orientés parallèlement au gradient, d'observer une perméabilité meilleure que celle attendue d'après un modèle de plaques parallèles séparées par  $A$ . L'ouverture thermique, par contre, n'est pas simplement reliée au rapport  $\sigma/A$  ou au rapport d'aspect.

Le comportement thermique est beaucoup plus facile à relier au comportement hydraulique : le tracé de  $\Gamma/A$  vs  $H/A$  pour tous les rapports d'aspect, se regroupe autour d'un unique tracé simple constitué de deux parties linéaires. Quasi-systématiquement,  $\Gamma > H$ , c'est-à-dire que l'échange thermique est moins bon que celui attendu d'après le comportement hydraulique, pour un rapport convection sur conduction donné (à nombre de Péclet fixé).



1.2 Article *Physical Review E*

To be published in Physical Review E, 2010

**Hydro-thermal coupling in a self-affine rough fracture**A. Neuville <sup>1,2,\*</sup>, R. Toussaint <sup>1,2</sup>, and J. Schmittbuhl <sup>1,2</sup><sup>1</sup> *EOST, Université de Strasbourg, France and*<sup>2</sup> *Institut de Physique du Globe de Strasbourg, UMR CNRS ULP 7516,  
5 rue René Descartes, 67084, Strasbourg Cedex, France*

The influence of the multi-scale fracture roughness on the heat exchange when a cold fluid enters a fractured hot solid is studied numerically on the basis of the Stokes equation and in the limit of both hydro- and thermo- lubrications. The geometrical complexity of the fracture aperture is modeled by small self-affine perturbations added to a uniform aperture field. Thermal and hydraulic properties are characterized via the definition of hydraulic and thermal apertures both at micro and macroscopic scales and obtained by comparing the fluxes to the ones of flat fractures. Statistics over a large number of fracture configurations provide an estimate of the average behavior and its variability. We show that the long range correlations of the fracture roughness induces strong channelling effects that significantly influence the hydraulic and thermal properties. An important parameter is the aspect ratio (length over width) of the fracture: we show for example that a downstream elongated rough fracture is more likely to inhibit the hydraulic flow and subsequently to enhance the thermal exchange. Fracture roughness might, in the opposite configuration, favor strong channeling which inhibits heating of the fluid. The thermal behavior is in general shown to be mainly dependent on the hydraulic one, which is expressed through a simple law.

PACS numbers: 47.56.+r 44.05.+e 47.11.Bc 44.30.+v

**I. INTRODUCTION**

Among situations where heat exchange between a passing fluid and a fractured medium is of central importance, geothermy is an intensively developing field. Deep Enhanced Geothermal Systems (EGS) are based on the energy extraction obtained when a cold fluid is injected from the surface inside a hot fractured massif at depth and extracted after circulation in the open fractures possibly artificially created from an hydraulic or chemical stimulation (*e.g.* the EGS pilot plant in Soultz-sous-Forêts, France [1–4]).

The efficiency of the heat exchange depends on the balance between conductive and convective heat fluxes. The former is mainly dependent on the geometry of each individual interface, *i.e.* facing fracture surfaces, but the later is definitively related to the hydraulic properties of the fracture network which results from the network connectivity and the fracture permeability.

Hydraulic conductivity of fractured rocks have been intensively studied for different motivations. For instance, the hydraulic properties of the crystalline aquifer of Ploemeur, France, has been studied by Le Borgne et al (2004) [5] to address water supply issues. Another example is the mitigation of radionuclide migration which has been forecasted in the case of the repository site for nuclear wastes storage in Äspö, Sweden on the basis of a discrete fracture network [6]. The modeling of the transport properties of fracture networks is actually a very active

research area. A classical approach is to model the flow paths via parallel interacting flat fractures [7]. More advanced studies address the effects of the connectivity and correlations of the fractures (*e.g.* in Refs [8, 9]).

In many models of hydraulic or hydro-thermal flow developed so far, the geometry of each fracture of the network is nevertheless considered as simple, *e.g.* as parallel plates with a simple geometry of the edge as an ellipse or a polyhedron. This is the case in most fracture network models used for geothermal [10] or for fluid transport applications [8, 9]. The non-trivial character of the fracture aperture geometry is however very likely to influence the fracture flow given their complex real geometry. Most natural fracture surfaces are indeed self-affine objects. Surprisingly, the complexity of the multi scale properties of the fractures has some remarkable simplicity, in the sense that their Hurst exponent is very robustly around 0.8 [11]. Exceptions however exist like for fractures in sandstones where the Hurst exponent is 0.5 [12, 13], or in glassy ceramics which show an exponent close to 0.4 [14].

The aperture between fracture surfaces is subsequently far from flat in particular if facing fracture surfaces are uncorrelated, at least at small scales [15, 16]. A rough self-affine aperture is indeed defined between two uncorrelated self-affine fracture surfaces, or between two identical self-affine fractures translated tangentially to their average plane by a translation larger than the scale under study. Self-affine apertures have been shown to be responsible for tortuous flow path. The related channeling of the fluid flow was experimentally observed in rough fractures [17, 18] and modeled using lubrication approximation with Reynolds equation (*e.g.* [13, 19–

\*Electronic address: amelie.neuville@unistra.fr

22]). The applicability of such an approximation has been studied, *e.g.* in Refs [23–25]. Extension of this situation was considered for example by Plouraboué et al [26] where the Reynolds equation is coupled to the chemical convection-diffusion study. More advanced hydraulic simulations including the solving of the Navier-Stokes equation have been proposed either considering simplified geometry [23, 27] or more recently within a realistic fracture geometry [28–32]. However, these recent simulations require heavy computations (although different methods are available) and are therefore not fully compatible with statistical approaches where a large number of realizations is necessary.

Beyond the problem of mass flow in rough fractures, different kinds of numerical simulations have already been proposed to account for hydro-thermal coupling. As a first approach, analytical solutions have been obtained to compute the heat flux along parallel circular cracks embedded in a 3D infinite medium using simplified heat equations [33]. At large scale and for long term predictions, models like that of Bataillé et al. [10] have been proposed to predict the response of geothermal reservoirs. This type of finite-element model includes conduction, free and forced convection, but reduces the geometry of the hydraulic network to a double permeability distribution to account for both matrix and fracture transport. A variety of more complex models have also been proposed like the modeling of a 3D network of fractures organized according to geological observations and completed with stochastic fractures for underdetermined parts of the model [34], or that for Soultz-sous-Forêts, France, by Rachez et al [35] or that of Kolditz and Clauser [36] for Rosemanowes, UK.

In the present study, we focus on the hydro-thermal coupling at the fracture scale where the channeling effect is expected to affect not only the fluid transport properties, but also the heat flux properties, as suggested by Kolditz and Clauser [36] who proposed that the discrepancy between classical heat model predictions and real observations could be due to flow channeling resulting from fracture roughness. We aim at obtaining from the microscopic analysis of the flow at scales of the fracture asperities, the macroscopic parameters (*i.e.* the hydraulic transmissivity and the characteristic thermalization length) that govern the efficiency of the fluid mass and heat transport through the overall fracture. This will allow to coarse grain the description of the effect of microscopic asperities, *i.e.* the fracture roughness, on the hydraulic and thermal behavior in large scale network models as the ones mentioned above. The upscaling from the microscopic asperity scale to the fracture scale is done via a systematic statistical analysis of the macroscopic flow parameters, for a large set of stochastic synthetic fracture surfaces, described with a few key parameters for such apertures: average aperture, standard deviation. The macroscopic parameters obtained after the upscaling reduce to two: the hydraulic transmissivity, characterizing the fluid mass transport, and the other

one characterizing the efficiency of the heat exchange between the rock and the fluid. This exchange is expressed via the characteristic length  $R$  in a macroscopic law of type

$$(\mathbf{q}/\|\mathbf{q}\|) \cdot \nabla_2 \bar{T} - (\bar{T} - T_r)/R = 0 \quad (1)$$

with  $\bar{T}$  a fluid temperature,  $T_r$  the temperature in the surrounding rock,  $\mathbf{q}$  the fluid flux integrated over the fracture thickness, and  $\nabla_2$  the two dimensional gradient operator along the fracture plane. The hydro-thermal modeling is performed as in [3]. The present study is in the framework of the lubrication approximation [37] which implies that the Reynolds number is small and that the fracture walls are locally flat enough to provide a mainly in-plane velocity field, with a negligible component normal to the mean fracture plane. We propose to extend the lubrication approximation to the thermal fluxes. By balancing heat conduction and forced convection we obtain a tri-dimensional (3D) temperature law which will then be reduced to a 2D temperature equation by averaging it along the thickness of the fracture as proposed *e.g.* by Turcotte and Schubert [38].

Section II describes our geometrical model of the fracture aperture based on a self-affine scaling invariance. In Section III, using lubrication approximations, we obtain the bidimensional pressure and thermal equations when a cold fluid is injected through a fracture in a stationary regime. As a first step, the temperature within the surrounding rock is supposed to be hot and constant (in time and space), and the density of the fluid is considered as constant. We show that at a coarse grained scale, the two dimensional (2D) equation for heat flux is identical to the one for parallel plates, Eq. (1), but with a characteristic thermalization length associated to an aperture (named thermal aperture), different from the geometrical aperture (also often labeled as the mechanical aperture). Other relevant quantities are defined to describe the hydraulic and thermal behaviors at local and macroscopic scales. The numerical approach is described in details in Section IV. Equations are discretized using a finite difference scheme and solved with a biconjugate gradient method. The numerical hydraulic and thermal results are respectively set out in IV and V. In each of these sections, we first describe the results for a given fracture morphology (locally and macroscopically), then averaged trends of macroscopic parameters that are observed statistically from large sets of synthetic fractures.

## II. DESCRIPTION OF THE ROUGHNESS OF THE FRACTURE APERTURE

The roughness of a self-affine surface is statistically invariant upon an isotropic scaling within its mean plane  $(x, y)$  while on the perpendicular direction  $z$ , the scaling is anisotropic. Indeed, it is statistically invariant under the scaling transformation  $x \rightarrow \lambda x$ ,  $y \rightarrow \lambda y$ ,  $\Delta z \rightarrow \lambda^\zeta \Delta z$  [39–41], where  $\zeta$  is called roughness exponent or Hurst

exponent. A self-affine geometrical model has been experimentally shown to be a realistic description of natural rock surfaces [11, 16, 42, 43], with Hurst exponent equal at large scale to  $\zeta \simeq 0.8$  for many kinds of natural fractures and material surfaces [42–45] and  $\zeta \simeq 0.5$  for sandstones [46, 47]. It is important to note that a self-affine surface having a roughness exponent smaller than one is asymptotically flat at large scales [48]. Accordingly, a self-affine topography can be seen as a perturbation of a flat interface. On the other end of the scales, the local slope of a self-affine surface diverges at small scales, and the maximum slope of such surface is determined by the lower cutoff of the self-affine behavior – corresponding *e.g.* to granular diameter when present. In principle, modeling a flow boundary condition along such surface requires to check that the macroscopically obtained result does not depend on such lower cutoff.

The aperture is the space between the facing fracture surfaces. Our study is limited to the case where two non correlated fracture surfaces with the same roughness exponents are facing each other. Subsequently the aperture  $a(x, y)$  is also a self-affine function with the same Hurst exponent which fulfills the following property [39, 40]:

$$\lambda^\zeta Pr(\lambda^\zeta \Delta a, [\lambda \Delta x, \lambda \Delta y]) = Pr(\Delta a, [\Delta x, \Delta y]) \quad (2)$$

where  $Pr(\Delta a, [\Delta x, \Delta y])$  is the probability to get an aperture difference  $\Delta a$  between two points separated by the distance  $[\Delta x, \Delta y]$ ,  $\lambda$  is an arbitrary scaling factor and  $\zeta$  the roughness exponent.

The self-affine aperture field is numerically obtained by first generating a white noise  $\epsilon(x, y)$  [49] on a grid of size  $2 \cdot n_x \times 2 \cdot n_y$  with a square mesh-size  $d$ . Then the statistical spatial correlations are introduced by multiplying the 2D Fourier transform of the white noise  $\tilde{\epsilon}(k_x, k_y)$  by  $\|\mathbf{k}\|^{-(1-\zeta)}$  [50], where  $\mathbf{k}$  is the wave vector. When desired, a lower cutoff length scale  $l_c$  can be introduced by filtering as: if  $\|\mathbf{k}\| \geq \pi/l_c$ ,  $\tilde{a}(k_x, k_y) = 0$ . Finally we perform the inverse Fourier transform of  $\tilde{a}(k_x, k_y)$  and normalize it to get a synthetic aperture  $a(x, y)$  with an average  $A$  and a root mean square (RMS)  $\sigma$ . Using different seeds of the random generator of the white noise, it is possible to generate independent self-affine aperture morphologies showing different patterns, even if they share the same roughness exponent chosen equal to  $\zeta = 0.8$ , the same mean aperture  $A$  and same RMS  $\sigma$ . The upper limit of  $\sigma$  is provided by the condition of positive aperture, *i.e.* we prevent contact between the fracture faces to keep a constant simple boundary geometry of the domain where the equations are solved. In practice  $a$  is imposed to range between  $10^{-4}$  and 10, which leads to  $0.7 > \sigma/A > 10^{-3}$ . The typical grid sizes that were used are:  $1024 \times 1024$ ,  $1024 \times 2048$ ,  $1024 \times 512$ . The mesh size  $d$  has been adjusted to get a sufficient numerical precision of the temperature solution in the case of a parallel plate configuration where an analytical solution is known. The numerical stability of the solutions has also been tested against slight shifts of the mesh position on an over-sampled self-affine aperture field:  $2 \cdot n_x \times 2 \cdot n_y = 2^{12} \times 2^{12}$ ,

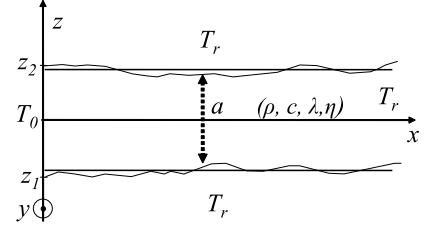


Figure 1: 2D sketch of the fracture model with parameter definitions.  $x$ -axis is along the mean hydraulic flow,  $y$ -axis is along the mean fracture plane but perpendicular to the main hydraulic flow and  $z$ -axis denotes the out-of mean fracture plane direction.  $z = z_1$  and  $z = z_2$  are the average positions of the facing fracture surfaces.  $a(x, y)$  is the fracture aperture.  $T_r$  is the temperature of the solid, supposed to be homogeneous and constant,  $T_0$  is the fluid temperature at the inlet. Fluid properties are:  $\rho$ ,  $c$ ,  $\chi$ , and  $\eta$  respectively density, heat capacity, thermal diffusivity and dynamic viscosity.

and against the introduction of a lower cutoff  $l_c$  of the self-affine perturbations varying between the mesh size and 10 times the mesh size: the determined flow and temperature fields were found to be independent of such small scale modifications.

### III. HYDRAULIC AND THERMAL FLOW EQUATIONS

#### A. Hydraulic flow

We consider the steady flow of a Newtonian fluid at low Reynolds number, so that the viscous term of the Navier-Stokes equation dominates the inertial one. The Navier-Stokes equation is therefore reduced to the Stokes equation [51, 52]:

$$\nabla P = \eta \Delta \mathbf{v}, \quad (3)$$

where  $\eta$  is the dynamic viscosity,  $\mathbf{v}$  the velocity of the fluid and  $P$  the pressure deviation from the hydrostatic profile (*i.e.* the hydraulic head which is equal to the pressure corrected by the gravity effect). To be in the framework of the lubrication approximation [37], besides small Reynolds number, we also consider fractures with flat enough sides as mentioned above (*i.e.* with small local slopes). Therefore, fluid velocity vectors get negligible  $z$ -components (normal to the mean fracture plane), and accordingly the velocity field is dominated by in-plane components. The unitary vector  $\hat{\mathbf{x}}$  is aligned with the macroscopic imposed pressure gradient (see Fig. 1);  $z_1(x, y)$  and  $z_2(x, y)$  are the bottom and top fracture coordinates, with  $z_2 - z_1 = a$ . Under these approximations, the pressure dependence is  $P(x, y)$  and the velocity  $\mathbf{v}$  is oriented along the unitary vector  $\hat{\mathbf{v}}(x, y)$ . By integrating the Stokes equation with the boundary conditions:

$\mathbf{v}(z_{1,2}) = \mathbf{0}$ , we get a local parabolic law in  $z$  (Fig. 2) [25]:

$$\mathbf{v}(x, y, z) = \frac{\nabla_2 P(x, y)}{12\eta} (z - z_1)(z - z_2) \quad (4)$$

where  $\nabla_2 = \hat{\mathbf{x}} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{\mathbf{y}} \frac{\partial}{\partial y}$  is the in-plane gradient operator.

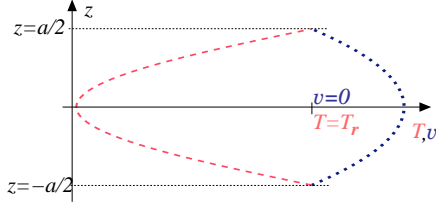


Figure 2: (Color online) Local velocity quadratic profile (short dashed line) and temperature quartic profile (long dashed line) inside a fracture (with coefficients from Eqs. (9) and (4)); arbitrary abscissa units. Along the contact with the fracture,  $\mathbf{v} = \mathbf{0}$  and  $T = T_r$ .

Integrating Eq. (4) along  $z$  leads to express the hydraulic flow through the fracture thickness  $\mathbf{q}$  as:

$$\mathbf{q} = -\frac{a^3}{12\eta} \nabla_2 P. \quad (5)$$

Furthermore, we assume the fluid to be incompressible, *i.e.*  $\nabla_2 \cdot \mathbf{q} = 0$  which leads to the Reynolds equation [19]:

$$\nabla_2 \cdot (a^3 \nabla_2 P) = 0. \quad (6)$$

As boundary conditions of this equation (Fig. 3), we impose the pressure at the inlet and outlet of the fracture (if  $x = 0$ ,  $P = P_0$  and if  $x = l_x$ ,  $P = P_L$ , with  $P_0 > P_L$ ) and consider impermeable sides (no mass exchange with the rock matrix) at  $y = 0$  and  $y = l_y$ .

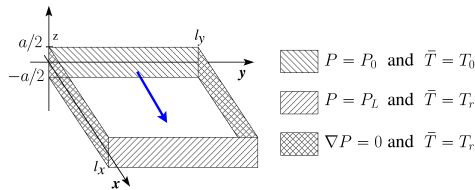


Figure 3: Fracture model with pressure and temperature boundary conditions.

### B. Thermal flow

In this work, we neglect the natural convection that happens in fractured rocks when the fluid density is thermally sensitive, as studied for instance by Bataille et al

[10]. Natural convection might happen within the thickness of the fracture (owing to the temperature difference between the fracture boundary and the core of the flow along the gravity direction) and at large scale when the fracture is non horizontal. For the sake of simplicity, we consider that the forced fluid flow studied here is only weakly affected by density changes. A quantitative criterion of this assumption is given by the comparison of the pressure differences  $\Delta P$  forcing the flow and that generated by the temperature changes:  $\Delta P \gg g \alpha_T \rho \Delta T$ , with  $g$  the gravity,  $\alpha_T$  the fluid coefficient of thermal expansion,  $\rho$  the fluid density, and  $\Delta T$  the temperature differences in the system. We also assume that the Prandtl number of the fluid is sufficiently high for the flow to be dominated by hydrodynamic effects rather than thermal effects.

Since our focus is to understand how the macroscopic mass and heat flows are affected by the fracture roughness in the stationary limit, we do not consider time and space variations of the temperature in the rock: the fracture sides are assumed to be permanently hot at the fixed temperature  $T_r$ . This simplification is valid if we consider either long time scales *i.e.* when the rock temperature profiles stabilizes, or time scales shorter than that of the hosting rock evolution. Taking the slow temperature evolution of the hosting rock into account would require to combine the present study with a non-stationary conductive heat solver for the rock which is beyond the scope of this manuscript. In principle, to model these intermediate time scales, the macroscopic parameters controlling the heat exchange determined in this manuscript could be utilized in a hybrid model, coupling the heat diffusion-advection in the fluid with the heat diffusion in the solid.

Local energy conservation implies that the fluid temperature is controlled by the balance between thermal convection and conduction inside the fluid which reads as (heat source due to friction between fluid layers being neglected)[53]:

$$\mathbf{v} \cdot \nabla T = \chi \Delta T, \quad (7)$$

where  $\chi$  is the thermal diffusivity of the fluid and  $T$  the fluid temperature. We extend the lubrication approximation (c.f. I) by considering that the slopes of the fracture morphology are small enough to provide a conduction at the rock interface locally oriented along  $\hat{\mathbf{z}}$ . This implies that the out-of-plane conduction term is dominant in front of the in-plane ones. Otherwise  $v_z \partial T / \partial z$  can be neglected in  $\mathbf{v} \cdot \nabla T$  since out-of-plane velocity  $v_z$  is negligible. Accordingly the leading terms in Eq. (7) are the conduction along  $\hat{\mathbf{z}}$  axis and the in-plane convection terms, and this reduces to:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{v_x}{\chi} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{v_y}{\chi} \frac{\partial T}{\partial y}, \quad (8)$$

For the boundary conditions, we assume that the fluid temperature is equal to the rock temperature along the fracture sides:  $T(x, y, z_{1,2}) = T_r$  and far from the frac-

ture inlet:  $T(x, y, z) \xrightarrow{x \rightarrow \infty} T_r$ . The temperature of injection at the inlet is  $T_0$  so that  $T(0, y, z) = T_0$  (for any  $y$  and  $z$ ). By assuming that  $\beta = q_x \partial T / \partial x + q_y \partial T / \partial y$  is only function of  $x$  and  $y$ , the following quartic expression of  $T$  is solution of Eq. (8):

$$T(x, y, z) = T_r - \frac{\beta(x, y)}{2 \cdot a^3 \cdot \chi} (z - z_1)(z - z_2) \cdot \left( (z - \sqrt{5}z_1) \right) \left( (z - \sqrt{5}z_2) \right) \quad (9)$$

For the particular case of symmetric apertures around an average plane, *i.e.* where  $z_1 = -z_2 = a/2$ , this reduces to  $T = -3 \cdot \beta (z^4/6 - a^2 z^2/4 + 5a^4/96) / (a^3 \cdot \chi) + T_r$ . By uniqueness of the solution for given boundary conditions (the problem is well-posed), this quartic law is the only solution of Eq. (7). The temperature profile along  $z$  is illustrated together with the velocity profile in Fig. 2).

The energy conservation equation (Eq. (7)) is integrated along the  $z$ -direction, through the thickness of the fracture (as done for the hydraulic description), which provides an in-plane description of the thermal balance. First, we estimate the advected energy flux. For this, we note  $c$  the fluid specific heat capacity and  $U_0$  its internal energy density at  $T = T_0$ , and write the internal energy density  $U$  as  $U = U_0 + \rho c (T - T_0)$ . Integrating along the fracture thickness (*i.e.* along the  $z$ -axis), leads to the internal energy flux per unit volume  $\mathbf{f}(x, y) = \int U \mathbf{v} dz$  which can be expressed as:

$$\mathbf{f}(x, y) = [U_0 + \rho c (\bar{T} - T_0)] \mathbf{q}(x, y) \quad (10)$$

where  $\bar{T}$  is a weighted average temperature defined as:

$$\bar{T}(x, y) = \frac{\int_a v(x, y, z) \cdot T(x, y, z) dz}{\int_a v(x, y, z) dz}, \quad (11)$$

with  $\bar{T}(0, y) = \bar{T}_0 = T_0$  at the inlet. The heat source coming the advected energy is then given by:  $-\nabla_2 \cdot \mathbf{f}$ . Using the mass conservation equation,  $\nabla_2 \cdot \mathbf{q} = 0$ , leads to:

$$\nabla_2 \cdot \mathbf{f} = \rho c \mathbf{q} \cdot \nabla_2 \bar{T}. \quad (12)$$

The advected energy flux balances the conductive flux through the upper and lower fracture walls. To evaluate the thermal conductive flow oriented along the outgoing normal to the fracture walls  $\hat{\mathbf{n}}$ , the lubrication approximation (c.f. I), leads to  $\hat{\mathbf{n}} \simeq \pm \hat{\mathbf{z}}$ . Let  $\varphi_w$  be the projection of the conductive flow along  $\hat{\mathbf{n}}$ , evaluated along the walls, at  $z_{1,2}$ . The Fourier law provides  $\varphi_w = -\chi \rho c \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=z_{1,2}} \hat{\mathbf{z}} \cdot \hat{\mathbf{n}}$ . Eqs. (9) and (4) inserted inside Eq. (11), lead to  $\frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=z_{1,2}} = (\bar{T} - T_r) \frac{70}{17a} \hat{\mathbf{z}} \cdot \hat{\mathbf{n}}$ . The Nusselt number  $Nu = -\varphi_w / \varphi_{ref} = 70/17$  is used to characterize the efficiency of the present heat exchange compared to the reference heat flow  $\varphi_{ref} = \chi \rho c (T_r - \bar{T}) / a$ , which occurs in situations with only conduction.

The energy net flux:

$$\nabla_2 \cdot \mathbf{f} + 2\varphi_w = 0, \quad (13)$$

can finally be expressed as:

$$\mathbf{q} \cdot \nabla_2 \bar{T} + 2 \frac{\chi}{a} Nu \cdot (\bar{T} - T_r) = 0. \quad (14)$$

For the boundary conditions of the two-dimensional field  $\bar{T}$ , we assume that the fluid is injected at a constant temperature  $\bar{T}(0, y) = T_0$  colder than the rock and we consider the length of the fracture to be long enough to get the fluid at the same temperature as the rock at the end of it:  $\bar{T}(l_x, y) = T_r$ . On the contrary, temperature settings along the boundaries  $y = 0$  and  $y = l_y$  are without any influence, since the hydraulic flow is null there (see III A).

Let the reference case be a fracture modeled with two parallel plates separated by a constant aperture  $a_{//}$  (*i.e.*, no self-affine perturbation). In this case, the gradient of pressure is constant all along the fracture, as well as the hydraulic flow which is equal to  $\mathbf{q}_{//} = -\Delta P a_{//}^3 / (12 l_x \eta) \hat{\mathbf{x}}$ , where the subscript  $//$  denotes results valid for parallel plates and  $\Delta P = P_L - P_0$ . Under these conditions Eq. (14) is invariant along  $y$  and can be written as:

$$\frac{\partial \bar{T}_{//}}{\partial x} + \frac{(\bar{T}_{//} - T_r)}{R_{//}} = 0, \quad (15)$$

where the thermal length  $R_{//}$  characterizes the distance at which the fluid reaches the temperature of the surrounding rock:

$$R_{//} = \frac{a_{//} \cdot \|\mathbf{q}_{//}\|}{2 \cdot Nu_{//} \cdot \chi} = -\frac{\Delta P}{l_x} \cdot \frac{a_{//}^4}{24 \eta \cdot Nu_{//} \cdot \chi}, \quad (16)$$

with  $Nu_{//} = 70/17 \simeq 4.12$ . Then the analytical solution of Eq. (15) for parallel plates is:

$$\bar{T}_{//} - T_r = (T_0 - T_r) \exp\left(-\frac{x}{R_{//}}\right). \quad (17)$$

For rough fractures, we aim at using Eq. (17) as a proxy of the average temperature profile  $\bar{T}$  along the flow and defining an effective macroscopic thermal length  $R$  as:

$$\bar{T} - T_r = (T_0 - T_r) \exp\left(-\frac{x}{R}\right). \quad (18)$$

### C. Definition of microscopic and macroscopic apertures

Different types of fracture apertures can be defined. The most obvious one is the geometrical aperture but effective apertures like hydraulic or thermal aperture can

also be introduced. The latter are defined on the basis of an inversion on a specific model like the parallel plate model. For instance, the hydraulic aperture is deduced from the knowledge of the fluid flow through the fracture and it represents the aperture of a parallel plate model that reproduces the observed fluid flow. Equivalently a thermal aperture can be introduced as the aperture of a parallel plate model that reproduces a similar thermal profile. A spatial scale has to be attached to define the hydraulic or thermal equivalent behavior in particular for a multi-scale geometry. Since we aim at understanding the upscaling of the fracture properties, we will introduce two specific scales: the smallest one, *i.e.* the grid size of the discretization and the largest one, *i.e.* the system size. The smallest will be referred as the microscopic or local scale and small letters will be used for their labeling and the largest, as the macroscopic scale and described with capital letters.

We already use the microscopic geometrical or mechanical aperture  $a$  and its spatial average, *i.e.* the macroscopic geometrical aperture:  $A = \langle a(x, y) \rangle_{x,y}$ .

The microscopic hydraulic aperture is defined as from Eq. (5) [19, 54]:

$$h = \left( \|\mathbf{q}\| \frac{12\eta}{\left| \frac{\Delta P}{l_x} \right|} \right)^{1/3}. \quad (19)$$

It depends on the local hydraulic flow  $\mathbf{q}$ , and can be related to the local pressure gradient  $\|\nabla P\|$  and local aperture  $a$  as:

$$h = a \cdot \left( \frac{\|\nabla P\|}{\frac{\Delta P}{l_x}} \right)^{1/3}. \quad (20)$$

If the local pressure gradient  $\|\nabla P\|$  is smaller than the macroscopic gradient  $\Delta P/l_x$ , then  $h(x, y) < a(x, y)$ , which means that locally the hydraulic conductivity is lower than expected from its local mechanical aperture. The macroscopic hydraulic aperture  $H$  can also be defined at the system scale from the average hydraulic flow  $Q_x = \langle \mathbf{q} \cdot \mathbf{n}_x \rangle_{x,y}$ :

$$H = \left( Q_x \frac{12\eta}{\left| \frac{\Delta P}{l_x} \right|} \right)^{1/3}. \quad (21)$$

Macroscopic and microscopic hydraulic aperture are related, since  $H$  is actually proportional to the cubic root of the third order moment of  $h$ :  $H = \langle h(x, y)^3 \rangle_{x,y}^{1/3}$  which is proportional to the first order moment of the hydraulic flux, to power 1/3. If  $H/A > 1$ , then the fracture is more permeable than parallel plates separated by  $a(x, y) = A$ .

The macroscopic thermal aperture is defined from a 1D temperature profile  $\bar{T}(x)$  along the forced pressure gradient direction (see Eq. (18)) where the average tem-

perature is defined as:

$$\bar{T}(x) = \frac{\int_{l_y} u_x(x, y) \cdot \bar{T}(x, y) dy}{\int_{l_y} u_x(x, y) dy}. \quad (22)$$

It is an average of  $\bar{T}$  along the width of the fracture  $l_y$ , weighted by the local fluid velocity  $u_x(x, y) = q_x(x, y)/a(x, y)$  which is the ratio of the  $x$ -component of the local flux over the local fracture aperture. Then, by fitting the parallel plate temperature solution (Eq. (18)) to the average temperature profile  $\bar{T}(x)$ , we get the macroscopic thermal length  $R$ . In practice the fit is computed from a least square minimization, for abscissa from  $x = 0$  to the minimum  $x$  value so that  $|\bar{T} - T_r| / (T_0 - T_r) < 2 \cdot 10^{-6}$ . The macroscopic thermal aperture  $\Gamma$  is then defined by analogy to the parallel plate solution (Eq. (16)) as:

$$\Gamma = \left( -R \cdot 24\eta \cdot Nu \cdot \chi \frac{l_x}{\Delta P} \right)^{1/4} = A \cdot (R^*)^{1/4}, \quad (23)$$

where  $R^* = R/R_{//}$  is the normalized thermal length. At a coarse grained scale, the rough fracture is thermally equivalent to parallel plates separated by the constant aperture  $a(x, y) = \Gamma$ . Indeed, both will exhibit the same thermal length  $R$  under the same macroscopic pressure gradient  $\Delta P/l_x$ .

The microscopic thermal aperture  $\gamma$  can also be introduced after defining a local thermal length  $r$ . Similarly to the definition of a microscopic hydraulic aperture from the local pressure gradient, or local flux, rather than the macroscopic pressure difference, or macroscopic flux, we estimate the local thermal length from a local temperature gradient rather than a large scale pressure difference. Eq. (14) can be rewritten as:

$$\mathbf{q} \cdot \nabla_2 \left( \ln [\bar{T}^*] \right) + \frac{\|\mathbf{q}\|}{r} = 0 \quad (24)$$

with

$$r = \frac{a \cdot \|\mathbf{q}\|}{2 \cdot Nu \cdot \chi}, \quad (25)$$

which is an estimate of the gradient along  $\hat{\mathbf{s}}$  the local hydraulic flow direction. Finally, the local thermal aperture  $\gamma$  can be defined by (consistently with Eq. (16)):

$$\gamma = \left( -r \cdot 24\eta \cdot Nu \cdot \chi \frac{l_x}{\Delta P} \right)^{1/4} \quad (26)$$

A link between macroscopic and microscopic thermal apertures can also be shown as follows: at first order, considering that the average of  $\|\mathbf{q}\|$  is very close to the average of  $q_x$  then the local length of reference would be equal to  $\tilde{r} = -\left( \partial \ln(\bar{T}^*) / \partial x \right)^{-1}$ . On the other hand, integrating equation (18) between 0 and significant length  $L$ , results in  $R = -\left[ \ln(\bar{T}^*(L)) - \ln(\bar{T}^*(0)) \right] / L^{-1}$ ,

which shows the link between macroscopic and microscopic thermal apertures:  $R = L \left( \int_0^L (-1/\bar{r}) dx \right)^{-1}$ , *i.e.*  $R = \langle r^{-1} \rangle^{-1} \propto \langle (a \parallel \mathbf{q}) \rangle^{-1}$ , according to Eq. (25).

For parallel plates, all microscopic apertures are equal and also equal to the macroscopic ones:  $h = a = \gamma = H = \Gamma = A$ . For rough fractures, this is definitively not the case since the local apertures vary spatially inside the fracture. We will see in the next section how all these apertures are influenced by the roughness amplitude of the fracture aperture, for which we will emphasize on two main parameters: the normalized root mean square deviation  $\sigma/A$  of the geometrical aperture and the aspect ratio of the fracture  $J = l_x/l_y$ , *i.e.* the ratio of the downstream length of the fracture  $l_x$  over its width  $l_y$ .

#### D. Dimensionless quantities

Dimensionless positions, apertures, pressure, temperature and hydraulic flow are defined as follow:

$$\begin{aligned} x^* &= \frac{x}{d}, & y^* &= \frac{y}{d} \\ a^* &= \frac{a}{A}, & H^* &= \frac{H}{A}, & \Gamma^* &= \frac{\Gamma}{A} \\ P^* &= -\frac{(P - P_0)}{2d} \frac{l_x}{\Delta P}, \\ \bar{T}^* &= \frac{\bar{T} - T_r}{T_0 - T_r}, \\ \mathbf{q}^* &= -\frac{12\eta \cdot l_x}{\Delta P \cdot A^3} \mathbf{q}. \end{aligned} \quad (27)$$

where  $d$  is the mesh size of the aperture grid. Otherwise, we note that in the dimensionless temperature, the difference between the injection temperature  $T_0$  and the rock temperature  $T_r$  intervenes only as a factor of proportionality.

### IV. HYDRAULIC FLOW SIMULATIONS

#### A. Description of the pressure solver

The Reynolds and temperature equations (Eqs. (6) and (14)) are numerically solved by using a finite difference scheme. The pressure  $P$ , the hydraulic flow  $\mathbf{q}$  and temperature  $\bar{T}$  are discretized on a grid of  $n_x \times n_y$  points with a mesh size of  $2d$  *i.e.* half of the aperture grid points. In the following, when indexes  $(i, j)$  are positive integers, they refer to node positions where an aperture, a pressure and a temperature are defined, on the contrary of the non-integer node position  $(i \pm 0.5 \text{ or } j \pm 0.5)$  where only an aperture is defined.

The Reynolds equation (Eq. (6)) is discretized and solved in the same way as by Méheust and Schmittbuhl

[20]: we use finite differences centered on a square mesh of lattice step-size  $2d$ , and the linear equation system is inverted using an iterative biconjugate gradient method [49]. The chosen pressure drop along the fracture length is  $\Delta P^* = P_{n_x, j}^* - P_{1, j}^* = 1 - n_x$  for  $1 \leq j \leq n_y$ . The hydraulic flow  $\mathbf{q}_{i, j}^* = (q_{i, j, x}^*, q_{i, j, y}^*, 0)$  is computed from the pressure field, as:

$$\begin{aligned} q_{i, j, x}^* &= -\frac{a_{i, j}^{*3}}{2} (P_{i+1, j}^* - P_{i-1, j}^*) \\ q_{i, j, y}^* &= -\frac{a_{i, j}^{*3}}{2} (P_{i, j+1}^* - P_{i, j-1}^*) \end{aligned}$$

For a parallel plate configuration (*i.e.* modeling without self-affine perturbation),  $q_{i, j, x}^* = 1$  and  $q_{i, j, y}^* = 0$  everywhere in the fracture.

#### B. Example of a microscopic hydraulic aperture field

An example of a fracture aperture is shown in Fig. 4a. It is generated as explained in II on a  $1024 \times 512$  grid, and has a RMS equal to  $\sigma/A = 0.25$ . The hydraulic flow computed inside this morphology is shown in Fig. 4b, as well as the microscopic hydraulic apertures (Fig. 4c). In this case, the hydraulic flow exhibits a strong channeling as previously described by Méheust and Schmittbuhl [20]. The microscopic hydraulic apertures can be observed not to be simply correlated to the aperture field.

The link between microscopic mechanical apertures  $a$  and the microscopic hydraulic apertures  $h$ , is given in Fig. 5, where the scale shows the corresponding occurrence probability of each local configuration. We see that the normalized mechanical and hydraulic aperture values are distributed around a characteristic point:  $(h/A, < a >/A) = (1, 1)$ . Nevertheless, the correlation between both apertures is not simple. Some of the highest density values are located below and above the straight line which represents  $h = a$ . Accordingly, the permeability can locally be lower or higher than what is given by an average Poiseuille law. The scattering around the straight line shows that at one point, the local flow is not determined by the local mechanical aperture, but is influenced by all the surrounding microscopic mechanical apertures. From computations with other  $\sigma$ , we notice that the lower the roughness amplitude, the closer to  $(1, 1)$  the cloud is.

#### C. Variability of the macroscopic hydraulic aperture

The dimensionless macroscopic hydraulic aperture is measured for our fracture example as  $H/A = 0.94$  (ordinate of the cross in Fig. 5).  $H/A < 1$  means that the fracture permeability is reduced compared to the one of parallel plates having the same mechanical aperture  $A$ ,

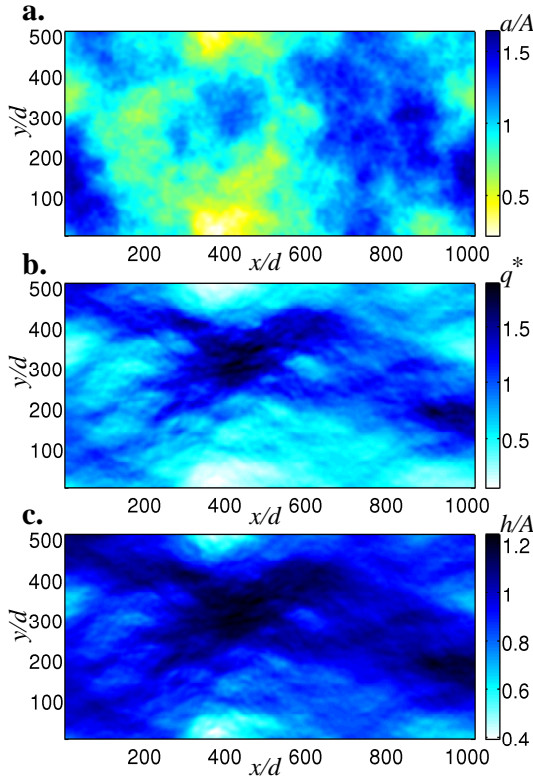


Figure 4: (Color online) a.: Self affine aperture with  $\sigma/A = 0.25$ . b.: Dimensionless hydraulic flow norm computed with the aperture of Fig. 4a., having for dimensionless hydraulic aperture  $H^* = 0.94$ . c.: Microscopic hydraulic apertures, computed from the third root of the hydraulic flow shown in Fig. 4b.

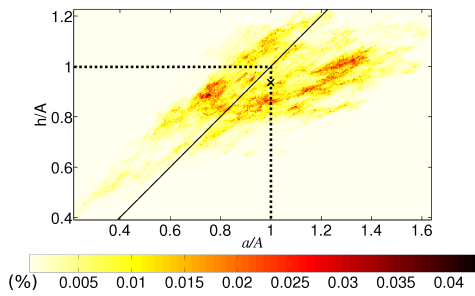


Figure 5: (Color online) 2D histogram of the link between the microscopic hydraulic aperture and the microscopic mechanical aperture for the fracture shown in Fig. 4 (the scale indicates the probability in percents %); the cross has for coordinates  $(H/A, \langle a \rangle /A) = (0.94, 1)$ . The straight line is  $h = a$ , which is the equality given by a local Poiseuille law.

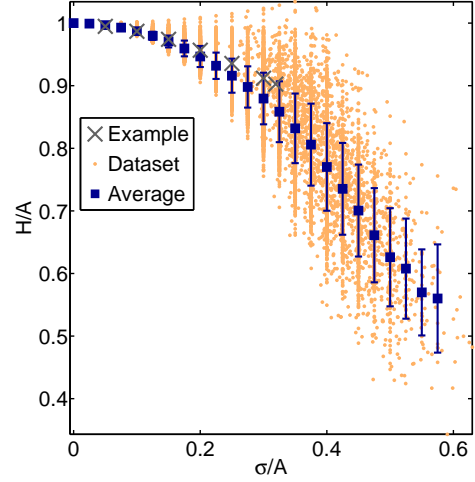


Figure 6: (Color online) Macroscopic hydraulic aperture  $H/A$  versus  $\sigma/A$  for fractures with aspect ratio  $l_x/l_y = 2$ ; Crosses: Variation of the hydraulic aperture by increasing the roughness amplitude  $\sigma/A$  for the aperture shown in Fig. 4; Dots: cloud of computed data (about 20 000 aperture realizations); Squares: Average hydraulic behavior with variability bars. On average,  $H/A < 1$ : the permeability is smaller than expected from the Poiseuille law in parallel plate apertures.

without any self-affine perturbation. For the same morphology pattern (Fig. 4), we examine how the roughness amplitude influences the macroscopic hydraulic aperture by changing  $\sigma/A$  (c.f. II). In Fig. 6 we see that the macroscopic hydraulic aperture is close to 1 when  $\sigma/A = 0.05$ , which corresponds to a quasi flat aperture. When the roughness amplitude increases,  $H$  decreases, which means that this morphology pattern tends to inhibit the hydraulic flow and makes the fracture permeability decrease.

For various realizations with the same  $\sigma/A$  value, various hydraulic behaviors may happen owing to the channel variability in the hydraulic flow. In Fig. 6, we plot the dimensionless macroscopic hydraulic apertures  $H/A$  versus  $\sigma/A$  (for about 20 000 computations with 1 700 different fracture aperture patterns). Here, each fracture has the same size as the fracture shown in Fig. 4 where  $l_x/l_y = 2$ . We compute the mean hydraulic apertures inside windows of size  $0.025 \sigma/A$  and each plotted bar represents twice the standard deviation of  $H/A$  inside the corresponding windows. We see that for most cases, the permeability is reduced. For  $\sigma/A < 0.25$ , the hydraulic aperture is still quite close to  $A$  and the dispersivity is relatively small even if some configurations shows a flow enhancement owing to the fracture roughness:  $H > A$  [20]. Then, for higher RMS, the average of  $H/A$  decreases significantly on average (up to 50%) with  $\sigma/A$ , but with a higher variability of the results.



#### D. Influence of the fracture aspect ratio on the hydraulic flow

To get a complete description, we now modify one additional parameter: the aspect ratio of the fracture, by changing the ratio of the fracture length over its width,  $J = l_x/l_y$ . Figure 7 shows the same kind of average plots of  $H/A$  as a function of  $\sigma/A$  but for three different aspect ratios:  $J = 2$  (square symbols) which is the one presented in Fig. 6,  $J = 1$  (triangle) and  $J = 0.5$  (disks). Since less simulations were done for  $J = 1$  and  $J = 2$  (see the legend of Fig. 7), few aperture show  $\sigma/A > 0.45$ , and therefore no average points are represented in these cases. For square systems ( $J = 1$ ) and downstream elongated fracture ( $J \geq 1$ ),  $H/A$  is on average smaller than one (*i.e.* inhibiting hydraulic flow compare to the one through parallel plates separated by the same opening  $A$ ), whereas for systems wider perpendicularly to the pressure gradient direction,  $H/A$  is on average higher than one. A qualitative explanation might be that, it is statically more likely to get a large scale connecting channel for a wide and short fracture ( $J < 1$ ) rather than for a thin and long fracture ( $J > 1$ ). In other words, qualitatively, channels are rather in parallel in wide fractures, and in series in long ones. For square systems which should be isotropic and providing as many perpendicular and parallel channels, we see that when the roughness amplitude increases, the hydraulic aperture get on average slightly smaller than  $A$ . We can suspect that it would exist an aspect ratio  $J_{inv}$  so that the hydraulic aperture is on average independent of the fracture roughness magnitude:  $H/A = 1$  for any  $\sigma/A$ . Following the model proposed below in IVE, we get  $J_{inv} \simeq 0.65 \pm 0.05$ . For any  $J$  value, we see that the higher the ratio  $\sigma/A$ , the higher the variability of the behaviors is, especially for square systems which exhibit both high ( $H > A$ ) and low ( $H < A$ ) permeability for the same roughness magnitude.

#### E. Model of the average macroscopic hydraulic aperture

One of the main questions we want to address here, is the relationship between the macroscopic hydraulic aperture  $H$  and the microscopic mechanical aperture field  $a(x, y)$ . The knowledge of the mechanical aperture field  $a(x, y)$  provides us the following bounds for  $H$ :  $\langle a^{-3} \rangle^{-1} < H^3 < \langle a^3 \rangle$  – the lower case corresponding to a system of aperture fluctuations purely aligned in series, and the upper one to fluctuations purely aligned in parallel [55]. However,  $a(x, y)$  is rarely known and subsequently  $\langle a^{-3} \rangle^{-1}$  and  $\langle a^3 \rangle$  are difficult to estimate.

From Fig. 7,  $\sigma/A$  and  $J$  appear to be important parameters controlling the macroscopic hydraulic aperture of the fracture  $H$ . Ref [20] proposed a first model of the  $H$  behavior as:  $H/A = 1 + \alpha (\frac{\sigma}{A})^\kappa$ . Here we similarly model the average hydraulic aperture curves corresponding to each aspect ratio (continuous curves in Fig. 7) and find

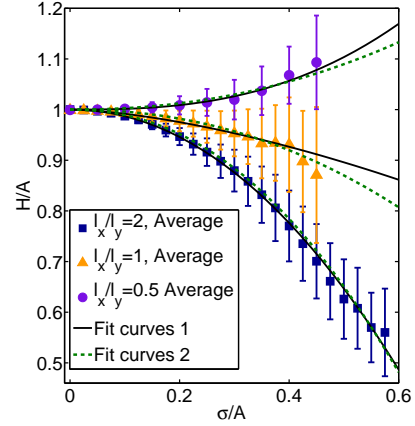


Figure 7: (Color online) Macroscopic hydraulic aperture versus  $\sigma/A$ , for three aspect ratios  $J = l_x/l_y$ . Averages computed from data are shown with symbols, with error bars, corresponding to plus or minus the standard deviation (see how the average is computed in IVC).  $J = l_x/l_y = 2$  shows an enhanced flow (same data as presented in Fig. 6);  $J = 1$  shows on average a slightly inhibited flow, *i.e.*  $H \leq A$  (computed from a cloud of about 1300 points); for  $J = 0.5$ , on average, higher permeability is observed (computed from a cloud of about 900 points). Continuous curves are fitting models (1)  $H/A = 1 + \alpha (\frac{\sigma}{A})^\kappa$ , with parameters  $(\kappa, \alpha)$  equal to (2.05, -1.46), (1.57, -0.31), (2.69, 0.67) respectively for  $J$  equal to 2, 1 and 0.5. Dotted curves are obtained with fitting models (2)  $H/A = 1 - \mu [\log_2(J) + \delta] (\frac{\sigma}{A})^\kappa$ , with  $(\mu, \delta, \kappa) = (0.98, 0.59, 2.16)$ , for the three curves.

$(\kappa, \alpha)$  successively equal to (2.05, -1.46), (1.57, -0.31), (2.69, 0.67) respectively for  $J$  equal to 2, 1, 0.5. Depending on the sign of  $\alpha$ , we get either a permeability lower or higher than that expected with flat plates. Then we fit these three behaviors by a more general model which includes the aspect ratio variation, with three parameters  $(\mu, \delta, \kappa)$  to be optimized:  $H/A = 1 - \mu [\log_2(J) + \delta] (\frac{\sigma}{A})^\kappa$ . With  $(\mu, \delta, \kappa) = (0.98, 0.59, 2.16)$ , we get the three dotted lines in Fig. 7 which are acceptable fits of the average trend. However it has to be highlighted that the real hydraulic aperture of a specific surface is possibly very different from this average value (see size of variability bars in Fig. 7), especially at high  $\sigma/A$ .

Other models for numerical or experimental hydraulic apertures have been proposed in the literature [19], as  $(H/A)^3 = 1 - C_1 \exp(-C_2 A/\sigma)$  or  $(H/A)^3 = 1/[1 + C_3 (2A/\sigma)^{1.5}]$ , where  $C_{1-3}$  are constants but the shape of these functions does not fit well our averaged points, and these fits are not represented here.

## V. THERMAL FLOW SIMULATIONS

### A. Description of the temperature solver

The temperature equation (Eq. (14)) is discretized as:

$$q_{i,j,x}^* (\bar{T}_{i+1,j}^* - \bar{T}_{i-1,j}^*) + q_{i,j,y}^* (\bar{T}_{i,j+1}^* - \bar{T}_{i,j-1}^*) + \frac{4d}{R_{//}} \cdot \frac{\bar{T}_{i,j}^*}{a_{i,j}^*} = 0, \quad (28)$$

where  $(i, j) \in [2, n_x - 1] \times [2, n_y - 1]$  and  $R_{//}$  is the thermal length expected by neglecting the roughness amplitude (see Eq. 16). The boundary conditions are:

$$\begin{aligned} 1 \leq j \leq n_y, \quad \bar{T}_{1,j}^* = 1 \quad \text{and} \quad \bar{T}_{n_x,j}^* = 0 \\ 2 \leq i \leq n_x - 1, \quad \bar{T}_{n_x,j}^* = 0 \quad \text{and} \quad \bar{T}_{n_x,j}^* = 0 \end{aligned}$$

The system is solved in the same way as the pressure system (IV A). Two limiting numerical factors intervene for the efficiency of the discretization scheme: the mesh step  $d$  has to be sufficiently small to capture with a sufficient accuracy the relative variations of  $\bar{T} - T_r$  over a lattice step. In practice, the mesh step used in this manuscript is chosen as  $d = R_{//}/50$ . We checked that dividing this mesh size by 2 did not change significantly the computed temperature field. The second numerical limit is that the system size  $l_x$  has to be larger than  $20 \cdot R_{//}$  to avoid a possible numerical instability (mostly with the aperture grid size  $1024 \times 2048$  which is more likely to exhibit a longer thermal length, as explained in V E). If not, the fluid passing the fracture is so slowly warmed up that the condition  $\bar{T}_{n_x,j}^* = 0$  at the outlet badly represents the condition imposed in principle at infinity in the channel, and this boundary condition imposed at a physically too short distance from the inlet cannot be fulfilled without numerical artifact. To face this problem in such rare situations, we duplicate the aperture grid to get a longer system length and impose the same macroscopic pressure gradient, and the rock temperature at the new end:  $\bar{T}_{2 \cdot n_x,j}^* = 0$ .

### B. Example of a local microscopic temperature field

For a nearly constant aperture ( $\sigma/A = 0.05$ ), we numerically obtain a temperature law close to an exponential downstream profile (Fig. 8), as we expect from Eq. (17).

The 2D temperature field shown in Fig. 9a ( $\sigma/A = 0.25$ ) is computed from the aperture and its previously computed hydraulic flow field, shown in Fig. 4b. It can be observed that the fluid is getting inhomogeneously warm, with channelized features. The thermal channel begins in a zone where the hydraulic flow coming from the inlet converges (Fig. 4b). The local normalized thermal aperture  $\gamma/A$  (map shown in Fig. 9b) exhibits less pronounced

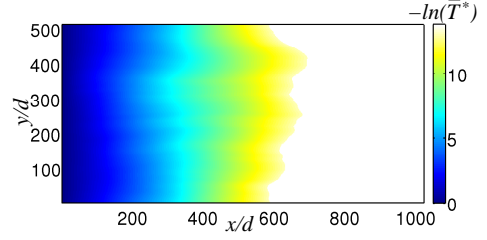


Figure 8: (Color online)  $-\ln(\bar{T}^*)$ , opposite of the logarithm of the temperature field  $\bar{T}^*$  computed from the aperture morphology pattern shown in Fig. 4 with a very low roughness amplitude:  $\sigma/A = 0.05$ . The hydraulic aperture of this fracture is  $H/A = 0.99$ . The temperature field exhibits a normalized thermal length equal to  $R^* = 0.97$  and a thermal aperture of  $\Gamma/A = 0.99$ .

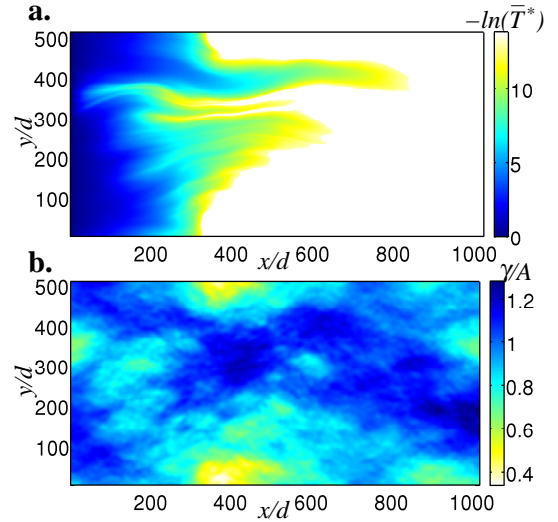


Figure 9: (Color online) a.:  $-\ln(\bar{T}^*)$ , opposite of the logarithm of the 2D temperature field, computed from the apertures in Fig. 4a ( $\sigma/A = 0.25$ ). b.: Normalized local thermal aperture  $\gamma/A$  associated with the temperature field shown in Fig. 9a.

channel effect than in Fig. 9a. Figure 10 is the plot of the local microscopic thermal apertures  $\gamma/A$  versus the local apertures  $a/A$ , using a shading showing the occurrence density in the  $(\gamma/A, a/A)$  space. The dispersivity of the cloud around the line  $\gamma = a$  shows that there is no simple link between the local aperture and the thermal one. A similar plot (Fig. 11) allows to observe the correlation between the local microscopic thermal apertures and the local microscopic hydraulic apertures. It shows a good correlation of the local thermal aperture and the local hydraulic aperture (*i.e.* the cloud is close to the straight line  $\gamma = h$ ). Note that it is more probable (59%) to

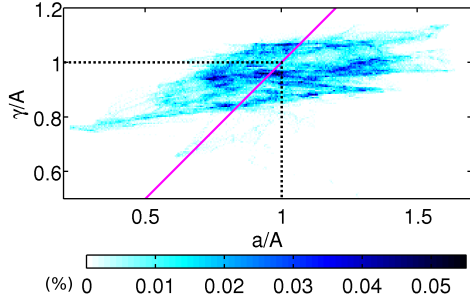


Figure 10: (Color online) 2D histogram in percents of the fracture shown in Fig. 4 as a function of the local thermal aperture  $\gamma$  and local aperture  $a$  (the shading indicates the probability density). The straight line is  $\gamma = a$ . The dispersivity of the cloud around the line shows that there is no simple link between the local aperture and the thermal one.

have  $\gamma > h$ , which corresponds to a heat exchange locally less efficient than what is expected from a parallel plate model which is equivalent in permeability.

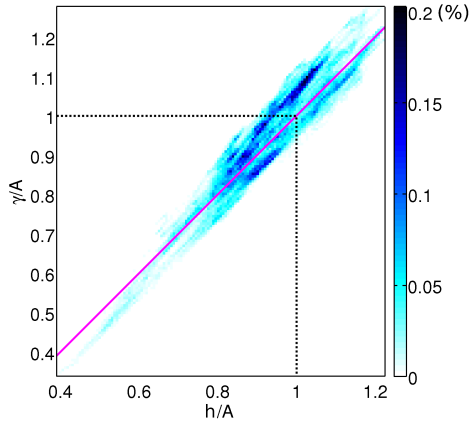


Figure 11: (Color online) 2D Histogram in percents of the fracture shown in Fig. 4 as a function of the local thermal aperture  $\gamma$  and local hydraulic aperture  $h$  (the scale indicates the probability in percents %). The straight line is  $\gamma = h$ ; the localization of the cloud around the line shows a good correlation between  $\gamma$  and  $h$ .

### C. Variability of the macroscopic thermal aperture

The average temperature  $\bar{T}$  (see definition in Eq. (22)) is a semi local property which shows how the thermal behavior evolves on average along the pressure gradient direction. The shape of  $\bar{T}(x)$  (Fig. 12) is close to an exponential law, but with a thermal length  $R$  slightly different from the fracture without self-affine perturbation

(*i.e.* parallel plates). This thermal length is computed from the slope of the linear regression of  $\ln(\bar{T}(x))$  (see in III C). In the example displayed in Fig. 12, the thermal length is  $R_{//}^* = 1.09$ , which results in an equivalent thermal aperture of  $\Gamma^* = 1.02$ .

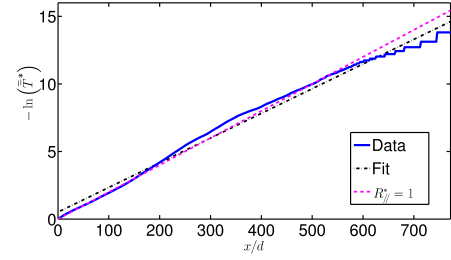


Figure 12: (Color online) Continuous curve:  $-\ln(\bar{\Gamma}^*)$ , opposite of the logarithm of the temperature field computed from the temperature field  $\bar{T}$  shown in Fig. 9. Dash-dotted curve: Linear fit of curve A (from  $x/d = 0$  to  $x/d = 772$ ), which provides the thermal length:  $-\ln(\bar{\Gamma}^*) = x/1.09 + 0.6$ , *i.e.*  $R^* = 1.09$ . Dashed curve:  $-\ln(\bar{\Gamma}_{//}^*)$  opposite of the logarithm of the temperature law for the same fracture modeled without self-affinity perturbation (*i.e.* parallel plates), which has for thermal length  $R_{//}^* = 1$ .

In figure 13, the crosses illustrate the roughness amplitude influence on the thermal aperture for the morphology pattern shown in Fig. 4a, whose relief is amplified by changing  $\sigma$  value (see in II). For this example,  $\Gamma$  vs  $\sigma$  is not monotonic. The dimensionless thermal length is close to 1 when  $\sigma/A = 0.05$ , which corresponds to a quasi flat aperture. When the roughness amplitude is big enough ( $\sigma > 0.1$ ),  $\Gamma$  increases with  $\sigma$  and is higher than one, which means that this morphology pattern tends to inhibit the thermal exchange. In Fig. 14, the crosses show the thermal aperture versus  $H/A$  using the same data as for the plots shown by crosses in Figs. 13 and 6.

### D. Variability of the thermal behavior

Statistical thermal results are computed for numerous cases (more than 20 000) whose macroscopic hydraulic apertures are presented in IVC for various  $\sigma/A$  values. Similarly, a normalized average macroscopic thermal aperture,  $\Gamma/A$ , and its standard deviation is obtained as function of  $\sigma/A$ . The resulting  $\Gamma/A$  for the aspect ratio  $J = 2$  is displayed in Fig. 13, with bars representing the double of the standard deviation. For the same normalized roughness amplitude  $\sigma/A$ , various thermal behaviors may happen, especially for  $\sigma/A > 0.25$ , with channels appearing or not and dimensionless thermal lengths higher or lower than one. At first order, both the macroscopic thermal (Fig. 13, triangles) and hydraulic average aper-

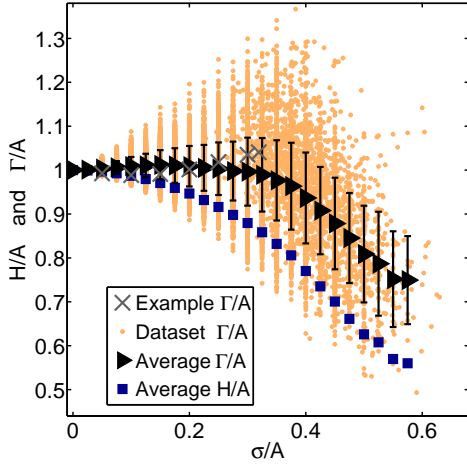


Figure 13: (Color online) Crosses: Variation of the thermal aperture  $\Gamma/A$  by increasing the roughness amplitude  $\sigma/A$  for the aperture pattern shown in Fig. 4; Dots: Cloud of computed data (about 20 000 points) for fractures with aspect ratio  $l_x/l_y = 2$ ; Triangles: Average thermal behavior with variability bars of the cloud; Squares: Average hydraulic aperture  $H/A$  versus  $\sigma/A$ , recalled here for comparison.

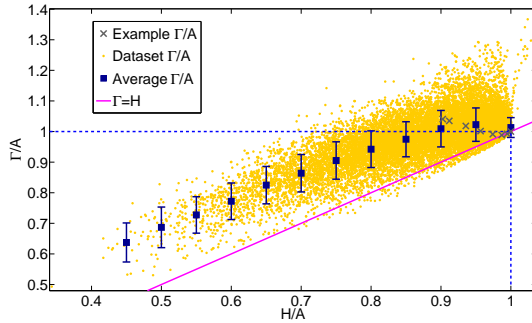


Figure 14: (Color online) Normalized thermal aperture  $\Gamma/A$  versus  $H/A$  for fractures with aspect ratio  $l_x/l_y = 2$ . Crosses: Variation of the thermal aperture by increasing the roughness amplitude for the aperture pattern shown in Fig. 4a versus  $H/A$ ; Dots: Cloud of computed data (about 20 000 points); Squares: Average thermal behavior with variability bars. Continuous curve:  $\Gamma/A = H/A$ , which holds for parallel plates separated by  $a(x, y) = H$ .

tures (Fig. 13, square symbols) are decreasing as functions of  $\sigma$ . This trend is significantly more pronounced for  $H$  than for  $\Gamma$ . The thermal results are compared with systems equivalent in permeability (same normalized hydraulic aperture) in Fig. 14 which represents the normalized thermal aperture versus the hydraulic aperture with the average points computed inside windows of size  $0.05 H/A$ . The most striking result is that roughness

inhibits thermalization: nearly all the cloud is above the continuous curve  $\Gamma = H$ , which means that the thermalization of the fluid (thermalization is obtained when the fluid temperature reaches the rock one) is inhibited compared to what we expect from the hydraulic behavior. In the same time, we note that, on average,  $\Gamma/A < 1$ , *i.e.* most of the apertures exhibit an enhanced thermalization compared to what would be expected with a model of flat fractures separated by  $A$ , *i.e.* having the same geometric (or mechanical) aperture.

#### E. Influence of the fracture aspect ratio on the thermal behavior

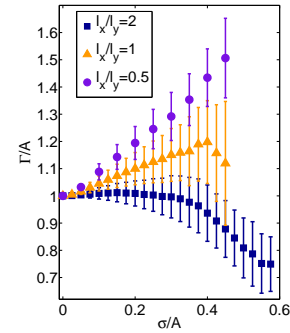


Figure 15: (Color online) Averages of the normalized thermal aperture  $\Gamma/A$  and their deviation bars versus  $\sigma/A$  for various aspect ratios  $J = l_x/l_y$ , as indicated by the labels. See how the average is computed in IV C.

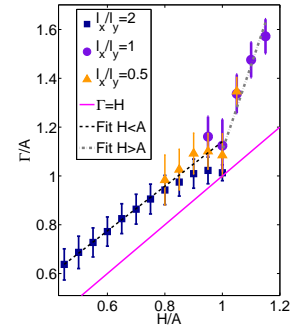


Figure 16: (Color online) Averages of the normalized thermal aperture  $\Gamma/A$  and their deviation bars versus  $H/A$  for various aspect ratios  $J = l_x/l_y$ , as indicated by the labels (see how the average is computed in IV C). Models lines are  $\Gamma = 0.9H + 0.2A$  for  $H < A$  and  $\Gamma = 3.5H - 2.4A$  for  $H \geq A$ ; no continuity condition between both lines is imposed.

We complete our study by computing the averaged thermal apertures for two other aspect ratios,  $J$ , by us-

ing the hydraulic flows computed in IVD. The averaged values of the thermal apertures, with the variability bars (defined similarly to what is done in VD) for  $J \in \{0.5, 1, 2\}$  are plotted in figs. 15 and 16. When  $\Gamma/A$  is plotted as a function of  $\sigma/A$  (Fig. 15), various thermal behaviors are observed, according to the aspect ratio, with high variability, particularly when  $\sigma/A > 0.25$ . On the contrary to fractures with aspect ratio equal to  $J = 2$  (described in VD) the ones with  $J$  in  $\{0.5, 1\}$  are more likely to inhibit the thermalization compared to flat fractures with the same mechanical aperture ( $\Gamma/A > 1$ ).

Figure 16 shows the average of  $\Gamma/A$  versus  $H/A$ . Contrarily to what can be observed for  $\Gamma/A$  vs  $\sigma/A$  (Fig. 15), the average curves  $\Gamma/A$  vs  $H/A$  are roughly independent on the aspect ratio. This shows that the hydraulic aperture is a better parameter than the roughness  $\sigma/A$  to assess the thermal properties. The thermal aperture is systematically larger than the hydraulic aperture ( $\Gamma > H$ ). It means that once the permeability known, *e.g.* by pumping tests, using a parallel plate model separated by  $H$  for estimating the thermal behavior overestimates the efficiency of the heat exchange: the fluid needs indeed a longer distance to be thermalized than expected from flat fractures with the same permeability. On average  $\Gamma/A$  vs  $H/A$  is monotonic (Fig. 16), *i.e.* this average dependence displays a simpler behavior than for a particular case of morphology of varying amplitude (*e.g.* Fig. 14, crosses).

Going more into details, Fig. 16 also shows that for  $H/A > 1$ , the slope of  $\Gamma$  vs  $H$  is steeper than for  $H/A < 1$ ; both parts of the curve can be modelled with straight line fits (dotted and dot-dashed curves). This could be interpreted as follows: fractures with high hydraulic apertures provide high velocities so that fluid particles need to go further to reach the rock temperature. Fractures with small hydraulic apertures  $H/A < 1$  might be dominated by small mechanical apertures (fences) providing small velocities, which leads to thermal apertures closer to the line  $\Gamma = H$ .

## VI. DISCUSSION AND CONCLUSION

### A. Model limits and possible extension

Despite the hydraulic lubrication hypothesis which implies notably a low Reynolds number, the fluid velocity should not be too small. Indeed, the velocity drives the in-plane thermal convection, which is supposed to be large compared to the in-plane thermal conduction. This can be quantified by the Péclet number (ratio between the characteristic time of diffusion and advection): our model is valid at low in-plane Péclet number. Therefore, owing to in-plane conduction, the thermal channeling effect might be reduced especially in case of high temperature contrast along the channel and very low hydraulic flow. This homogenization might be reinforced if the fluid temperature is still inhomogeneous but very close to the rock temperature: in this case the in-plane conduction

inside the fluid might be as high as the conduction between rock and fluid. Free convection (temperature dependence of  $\rho$ ), which is not taken into account here, may also intervene, especially for thick fractures [56].

In practice, some 3D effects might happen as the lubrication approximation is not necessarily respected owing to the rock morphology, (*e.g.* [23, 24]). In natural cases, the roughness amplitude  $\sigma/A$  covers a large range across the natural cases, from small to large values according to the type of rock and fractures. For instance, we recently measured the roughness amplitude of natural fractures in black marl at borehole scale, and we obtained values of  $\sigma/A < 0.04$  for one and  $\sigma/A = 0.3$  for another one [22]. Some other values, typically  $\sigma/A > 0.4$ , have also been reported for instance in granitic rocks [57, 58]. If the cases with large roughness amplitudes also correspond to large local slopes (angle between the fracture side and the average plane), it is likely that the Reynolds equation and 2D temperature equation does not apply so well to these cases, and that the results reported here are only approximate for those.

When the fracture morphology is highly developed, due to more surface exchange, the rock might locally provide better heat exchange. The assumption of averaging thermal phenomena in 2D has been studied *e.g.* by Volik or Sangare et al. [59, 60], who considered only conduction. The 3D solving of the full Navier-Stokes and heat advection-diffusion equations is also possible, for example with a coupled lattice-Boltzmann method [61]. However, considering the complexity of fracture morphology from very small scales to large ones requires heavy computations, which makes statistical results difficult to obtain. When convection also acts, 3D effects lead to zones decoupled from the main mass and heat flux, as the fluid might be blocked into eddies (off lubrication regime) provoked by sharp morphologies [23, 29–32] (like Moffatt eddies [62]). It has indeed to be noticed that even when low pressure gradient is imposed, turbulent flow might be observed due to high roughness amplitude. This effect is complementary to observations made at high Reynolds number [63–66], when even a very low roughness amplitude of the wall induces turbulent flow.

All the results about the thermal aperture may also be influenced by the thermal boundary conditions. In particular we have assumed that  $T_r$  is constant. Spatial variations of  $T_r$  can easily be taken into account by changing the boundary conditions of the thermal equation while temporal variations require to model the rock getting colder in the surrounding (consequences of the rock diffusivity). In time, the hypothesis of constant temperature  $T_r$  holds either for very short durations when the regime is transitory, or for longer durations, at quasi-stationary regime, when the rock temperature evolves very slowly and the fluid temperature adapts fast. This is the case if the solid is much more thermally diffusive than the fluid, which is quite true in our case: for instance, the ratio of the granite thermal diffusivity over the water one is 5.9. We could check the time evolution by using another

numerical approach based on lattice Boltzmann methods [61], which allows to solve both the rock and fluid temperature and takes into account the contrast of thermal diffusivity. For a fracture with an aperture of a few millimeters,  $T_r$  can be considered as constant at transitory regime for durations much less than 1 minute. Conversely it also holds for longer durations after a quasi-stationary regime is reached, which can happen after minutes or years, according to the properties of the system (*e.g.* distance to the heat source and injection point). Time variation of  $T_r$  can also be taken into account by coupling our model to a thermal diffusion model in the rock, using alternately both models in time. Similarly, it is possible to couple our code to another one modeling the change of the geometry of the fracture (*e.g.* because of stress or chemical reactions).

### B. Conclusion

We have proposed a model of thermal exchange between a Newtonian fluid and a hot rock, inside a rough fracture under a given pressure gradient. The flow considered was assumed to be at low Reynolds number, in laminar regime, so that Stokes equation and lubrication approximations hold for the mass flow equations and for the temperature advection in the heat transport equation. We have then set from basic principles the mass and heat transport equations, expressed them in a 2D form, discretized them by finite differences and solved the resulting systems by biconjugate gradient methods. The whole numerical scheme can be used with any variable aperture field without contact (for instance, obtained from real rock surfaces). Here, apertures have been chosen to be numerically generated, in order to get statistically significant results over more than 20 000 realizations. The aperture fields are modeled as many natural ones, namely as self-affine with a Hurst exponent of 0.8, with various ratio of the aperture fluctuations over the average aperture, and three different aspect ratios of the fracture. The hydraulic and thermal behavior are quantified with both local and macroscopic apertures:  $h$ ,  $\gamma$ , and  $H$ ,  $\Gamma$ .

The plot of  $H$  as function of  $\sigma/A$  exhibits some trends according to the aspect ratio and we have been able

to find model curves. However, around these model curves, the hydraulic behavior is very variable and therefore, knowing the roughness amplitude,  $\sigma/A$ , these model curves may not be reliably combined with a model of another phenomenon dominated by the hydraulic aperture, such as the thermal exchange. The macroscopic thermal aperture  $\Gamma$  vs the roughness amplitude is also highly variable, despite trends that are visible on average according to the aspect ratio. The fracture, taking into account its roughness, is either less or more permeable than model of flat parallel plates with the same mechanical aperture.

At local and macroscopic scales, hydraulic apertures are badly correlated with mechanical apertures. On the contrary, hydraulic apertures are highly correlated with thermal apertures, showing that the thermal behavior is mostly determined by the hydraulic one for rough fractures. Compared to flat fractures with equivalent permeability, for a rough aperture, the fluid almost systematically needs a longer distance to reach the temperature rock ( $\Gamma > H$ ): the heat exchange is less efficient. A practical implication of this general result is that when fracture aperture is assessed on the field based on hydraulic transmissivity measurement, obtained *e.g.* by pumping tests, the efficiency of the thermal exchange assessed from flat fracture models is systematically overestimated. Using the laws  $\Gamma = 0.9H + 0.2A$  if  $H < A$  and  $\Gamma = 3.5H - 2.4A$  for  $H \geq A$  (Fig. 16) should allow to correct this overestimation.

Another important result is that the derived temperature in rough channels, when averaged, behaves according to the solution of the macroscopic equation that would be used for flat apertures, Eq. (14). The local roughness of the fracture can therefore be coarse-grained. Doing so, the structure of Eq. (14) is kept; it is simply necessary to adjust both the hydraulic transmissivity and the thermal length (or the Nusselt number). For instance, this coarse-grained approach based on parallel plates laws with adjusted Nusselt numbers can be used for hydraulic and thermal models of fracture network.

We thank E.G. Flekkøy, S. Roux, K.J. Måløy, J. Andradre Jr., H. Auradou, A. Genter and J. Sauze for fruitful discussions. We thank the european EHDRA program, as well as the ANR ECOU-PREF and the REALISE programs for their financial support.

- 
- [1] A. Gérard, A. Genter, T. Kohl, P. Lutz, P. Rose, and F. Rummel, *Geothermics* **35**(5-6), 473 (2006).
  - [2] A. Neuville, R. Toussaint, and J. Schmittbuhl, in *Proceedings of the EHDRA scientific conference* (2006).
  - [3] A. Neuville, R. Toussaint, and J. Schmittbuhl, *C. R. Geosci.* **347**(7-8), 616 (2010).
  - [4] J. Sausse, C. Dezayes, A. Genter, and A. Bisset, in *Proceedings of the 33<sup>rd</sup> workshop on Geothermal Reservoir Engineering*, (Stanford University, California 2008).
  - [5] T. Le Borgne, O. Bour, J. Dreuzy, P. Davy, and F. Touchard, *Water Resour. Res.* **40**(3), W035121 (2004).
  - [6] V. Cvetkovic, S. Painter, N. Outters, and J. Selroos, *Water Resour. Res.* **40**(2), W024041 (2004).
  - [7] A. Jupe, D. Bruehl, T. Hicks, R. Hopkirk, O. Kappelmeier, T. Kohl, O. Kolditz, N. Rodrigues, K. Smolka, J. Willis-Richards, *et al.*, *Geothermics* **24**(3), 403 (1995).
  - [8] J.-R. De Dreuzy, C. Darcel, P. Davy, and O. Bour, *Water Resour. Res.* **40**(1), W015021 (2004).
  - [9] P. Adler and J.-F. Thovert, *Fractures and Fracture Networks* (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The

- Netherlands, 1999).
- [10] A. Bataillé, P. Genthon, M. Rabinowicz, and B. Fritz, *Geothermics* **35**(5-6), 654 (2006).
  - [11] E. Bouchaud, *J. Phys.: Condens. Matter* **9**, 4319 (1997).
  - [12] L. Ponson, H. Auradou, M. Pessel, V. Lazarus, and J.-P. Hulin, *Phys. Rev. E* **76**(3) (2007).
  - [13] Y. Méheust and J. Schmittbuhl, *Pure Appl. Geophys.* **160**(5-6), 1023 (2003).
  - [14] D. Bonamy, L. Ponson, S. Prades, E. Bouchaud, and C. Guillot, *Phys. Rev. Lett.* **97**(13) (2006).
  - [15] F. Plouraboué, P. Kurowski, J.-P. Hulin, S. Roux, and J. Schmittbuhl, *Phys. Rev. E* **51**(3), 1675 (1995).
  - [16] A. Neuville, R. Toussaint, J. Schmittbuhl, D. Koehn, and J. Schwarz, *Hydrol. Processes* **Special issue, hydrology of clay shales and clayey sediments** (to be published).
  - [17] Y. Méheust and J. Schmittbuhl, *Geophys. Res. Lett.* **27**, 2989 (2000).
  - [18] F. Plouraboué, P. Kurowski, J.-M. Boffa, J.-P. Hulin, and S. Roux, *Journal of Contaminant Hydrology* **46**, 295 (2000).
  - [19] S. Brown, *J. Geophys. Res.* **92**(B2), 1337 (1987).
  - [20] Y. Méheust and J. Schmittbuhl, *J. Geophys. Res.* **106**(B2), 2089 (February 2001).
  - [21] J. Schmittbuhl, A. Steyer, L. Jouniaux, and R. Toussaint, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* **45**, 422 (2008).
  - [22] A. Neuville, R. Toussaint, and J. Schmittbuhl, *Hydrol. Processes* **Special issue, hydrology of clay shales and clayey sediments** (to be published).
  - [23] S. Brown, H. Stockman, and S. Reeves, *Geophys. Res. Lett.* **22**(18), 2537 (1995).
  - [24] V. Mourzenko, J.-F. Thovert, and P. Adler, *J. Phys. II*, 465 (1995).
  - [25] R. Zimmerman and I.-W. Yeo, in *Geophysical monograph* (American Geophysical Union, Washington, DC, U.S.A., 2000), Vol. 122, p. 213.
  - [26] F. Plouraboué, J.-P. Hulin, S. Roux, and J. Koplik, *Phys. Rev. E* **58**(3), 3334 (1998).
  - [27] R. Zimmerman and G. Bodvarsson, *Transp. Porous Media* **23**(1), 1 (1996).
  - [28] G. Drazer and J. Koplik, *Phys. Rev. E* **66**, 026303 (2002).
  - [29] D. Brush and N. Thomson, *Water Resour. Res.* **39**(4), SBH51 (2003).
  - [30] A. Al-Yaarubi, C. Pain, C. Grattoni, and R. Zimmerman, in B. Faybishenko, P. Witherspoon, and J. Gale, eds., *Dynamics of Fluids and Transport in Fractured Rocks* (American Geophysical Union, Washington, DC, 2005), Vol. 162, pp. 55–64, AGU Monograph.
  - [31] D. Boutt, G. Grasselli, J. Fredrich, B. Cook, and J. Williams, *Geophys. Res. Lett.* **33**(21) (2006).
  - [32] M. Cardenas, D. Slottke, R. Ketcham, and J. Sharp Jr., *Geophys. Res. Lett.* **34**(14) (2007).
  - [33] N. Heuer, T. Kupper, and D. Windelberg, *Geophys. J. Int.* **105**(3), 659 (1991).
  - [34] S. Gentier, X. Rachez, C. Dezayes, A. Hosni, A. Blaisonneau, A. Genter, and D. Bruel, in *Proceedings of the EHDRA scientific conference* (2005).
  - [35] X. Rachez, S. Gentier, and A. Blaisonneau, in *Proceedings of the EHDRA scientific conference* (2007).
  - [36] O. Kolditz and C. Clauser, *Geothermics* **27**(1), 1 (1998).
  - [37] O. Pinkus and B. Sternlicht, *Theory of Hydrodynamic Lubrication* (McGraw-Hill, New York, U.S.A., 1961).
  - [38] D. Turcotte and G. Schubert, *Geodynamics* (Cambridge University Press, 2002), Chap. 6, pp. 262–264, 2<sup>nd</sup> ed.
  - [39] K. Falconer, *Fractal Geometry: Mathematical Foundation and Application* (John Wiley, New York, U.S.A., 1990).
  - [40] J. Feder, *Fractals* (Plenum, New York, U.S.A., 1988).
  - [41] F. Plouraboué, S. Roux, J. Schmittbuhl, and J.-P. Vilotte, *Fractals* **3**(1), 113 (1995).
  - [42] J. Schmittbuhl, S. Gentier, and S. Roux, *Geophys. Res. Lett.* **20**(8), 639 (1993).
  - [43] J. Schmittbuhl, F. Schmitt, and C. Scholz, *J. Geophys. Res.* **100**(B4), 5953 (1995).
  - [44] W. Power, T. Tullis, S. Brown, G. Boitnott, and C. Scholz, *Geophys. Res. Lett.* **14**(1), 29 (1987).
  - [45] B. Cox and J. Wang, *Fractal* **1**(1), 87 (1993).
  - [46] J. Boffa, C. Allain, and J.-P. Hulin, *Eur. Phys. J.: Appl. Phys.* **2**(3), 281 (1998).
  - [47] Y. Méheust, Ph.D. thesis, Université Paris Sud (2002).
  - [48] S. Roux, J. Schmittbuhl, J.-P. Vilotte, and A. Hansen, *Europhys. Lett.* **23**, 277 (1993).
  - [49] W. Press, S. Teukolsky, W. Vetterling, and B. Flannery, *Numerical Recipes* (Cambridge University Press, New York, 1992).
  - [50] M. Sahimi, *Phys. Rep.* **306**(4-6), 213 (1998).
  - [51] G. Stokes, in *Transactions of the Cambridge Philosophical Society* (1846), Vol. 8, p. 287.
  - [52] G. Batchelor, *An Introduction to Fluid Dynamics* (Cambridge University Press, U.S.A., 1967).
  - [53] L. Landau and E. Lifchitz, *Physique théorique, Mécanique des fluides* (Ellipses, 1994), Chap. 5, p. 280, 3<sup>rd</sup> ed.
  - [54] R. Zimmerman, S. Kumar, and G. Bodvarsson, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr.* **28**(4), 325 (1991).
  - [55] M. J. Beran, *Statistical Continuum Theories* (Interscience, New York, 1968).
  - [56] H. Murphy, *J. Geophys. Res.* **84**, 6121–6130 (1979).
  - [57] E. Hakami and E. Larsson, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* **33**(4), 395 (1996).
  - [58] M. Vicente Silvestre, L. Ribeiro e Sousa, and R. Hack, *News J., Int. Soc. Rock Mech.* **7**(2), 9 (2002).
  - [59] S. Volik, V. Mourzenko, J.-F. Thovert, and P. Adler, *Transp. Porous Media* **27**(3), 305 (1997).
  - [60] D. Sangaré, J.-F. Thovert, and P. Adler, *J. Appl. Phys.* **104**(7), 074915 (2008).
  - [61] A. Neuville, R. Toussaint, and J. Schmittbuhl (unpublished).
  - [62] H. Moffatt, *J. Fluid Mech.* **18**, 1 (1964).
  - [63] J. Nikuradse, *vDI Forschungheft* **356** (1932).
  - [64] G. Barenblatt, A. Chorin, and V. Prostokishin, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **94**, 773 (1997).
  - [65] E. Skjetne, A. Hansen, and J. Gudmundsson, *J. Fluid Mech.* **383**, 1 (1999).
  - [66] Goldenfeld, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 044503 (2006).

## 1.3 Discussion complémentaire de l'article

### 1.3.1 Estimation de la convection naturelle négligée

Dans cette modélisation, la convection naturelle est négligée. L'importance de la convection naturelle se quantifie avec le nombre de Rayleigh (e.g. Murphy [1979], Bataillé et al. [2006], Tournier et al. [2000]), défini par

$$Ra = \frac{\rho g \alpha_T \nabla T L^2 k}{\chi \eta}, \quad (1.1)$$

où  $\rho$  est la densité du fluide,  $\eta$  sa viscosité dynamique,  $\alpha_T$  son coefficient de dilatation thermique,  $\chi$  sa diffusivité thermique,  $g$  la pesanteur,  $k$  la perméabilité du milieu,  $\nabla T$  le gradient de température et  $L$  la longueur caractéristique du milieu. Dans une géométrie de fracture d'ouverture  $A$  et de hauteur  $L$ , Murphy [1979] a montré que le nombre modifié de Rayleigh, défini par :

$$Ra' = \frac{\rho g \alpha_T \nabla T A^2 k}{\chi \eta}, \quad (1.2)$$

est plus adapté pour quantifier la convection naturelle. Comme la perméabilité d'une fracture à bord plans est  $k = A^2/12$  (e.g. Zimmerman and Main [2004]), ce nombre de Rayleigh peut se quantifier avec :

$$Ra' = \frac{\rho g \alpha_T \nabla T A^4}{12 \chi \eta}. \quad (1.3)$$

Il a été montré [Murphy, 1979] que la convection naturelle démarre spontanément si le nombre de Rayleigh est supérieur à  $4\pi^2$ . Ainsi, la convection naturelle dans une fracture peut être négligée si

$$A < \left( \frac{48\pi^2 \chi \eta}{\rho g \alpha_T \nabla T} \right)^{1/4}. \quad (1.4)$$

Pour un gradient thermique de  $30^\circ/\text{km}$ , un fluide (ex. l'eau à  $100^\circ$ , 10 bars) caractérisé par  $\eta = 3 \cdot 10^{-4}$  Pa.s [Spurk and Aksel, 2008],  $\rho = 0.96 \cdot 10^3$  kg.m<sup>-3</sup>,  $\alpha_T = 7.5 \cdot 10^{-4}$  K<sup>-1</sup> (site web The Engineering Toolbox [2010]) et  $\chi = 0.17 \cdot 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s, on obtient alors  $A < 3.3$  mm. Pour un gradient de  $100^\circ/\text{km}$ , la condition devient  $A < 2.4$  mm.

### 1.3.2 Évaluation a posteriori de la conduction dans le plan de la fracture

Les échanges par conduction dans le plan de la fracture, négligés dans cette modélisation, pourraient réduire la chenalisation du champ de température, et tendre à l'homogénéiser dans le plan de la fracture, surtout perpendiculairement à l'écoulement. On propose d'évaluer a posteriori le rapport entre le terme de conduction dans le plan et le terme de convection, pour le champ de température montré figure 9.a. de l'article, p. 25.

La sous-figure de gauche de la figure 1.1, est une carte du logarithme en base 10 ( $\log_{10}$  pour mieux voir les échelles des amplitudes) du terme de diffusion :

$$\log_{10} \left( \chi \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \frac{1}{r_1} \right)$$



adimensionné par  $r_1 = d^2/[\chi(T_0 - T_r)]$ , où  $d$  est la taille de la maille de discrétisation,  $\chi$  la diffusivité thermique du fluide,  $T_0$  et  $T_r$  sont les températures respectives du fluide injecté et de la roche. Seul ce terme de conduction dans le plan a été évalué, car celui-ci est dominant devant l'autre terme dans le plan,  $\chi \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$ . En effet, les variations de température suivant  $x$  sont très lisses par rapport à celles en  $y$ . La sous-figure du milieu de la figure 1.1 est une carte du logarithme en base 10 du terme d'advection :

$$\log_{10} \left[ \left( v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) \frac{1}{r_2} \right],$$

adimensionné par

$$r_2 = \frac{12\eta d}{(\nabla P) A^2 (T_0 - T_r)},$$

où  $\eta$  est la viscosité dynamique du fluide,  $\nabla P$  le gradient de pression. Enfin, la sous-figure de droite est une carte du rapport entre les termes de diffusion et d'advection :

$$\log_{10} \left| \frac{\frac{\chi \partial^2 T}{\partial y^2}}{v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y}} \frac{1}{r_3} \right|,$$

normalisé par

$$r_3 = \frac{12\eta\chi}{(\nabla P) A^2 d}.$$

On voit que le rapport est variable spatialement, et plus élevé à la limite de l'emplacement des chenaux du fluide. Localement, ce rapport est infini à cause d'un artefact numérique : lorsque la résolution n'est plus suffisante pour évaluer correctement la température, la température adimensionnée est proche de 0, et le gradient de température calculé est alors incorrect. Si l'on ne tient pas compte des valeurs infinies, la valeur moyenne du rapport conduction sur convection est d'environ  $5.5 \times \frac{12\eta\chi}{\nabla P A^2 d}$ . Pour une fracture de longueur  $L_x = 1024d$  (comme c'est le cas dans cet exemple), ce rapport est négligeable si

$$\frac{\eta\chi}{(\nabla P) A^2 L_x} \ll 1.5 \cdot 10^{-5},$$

c'est-à-dire que la vitesse du fluide doit être plus grande que :  $v \gg 5.610^3 \chi / L_x$ , soit, pour une fracture de 100 m de long, avec  $\chi = 0.17 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ , une vitesse supérieure à  $10^{-5} \text{ m/s}$ .

La validité des hypothèses de lubrification et de température constante de la roche seront discutées à l'aide d'une modélisation exempte de ces hypothèses, proposée dans la partie III. De plus, cette autre modélisation permettra d'estimer les durées nécessaires pour atteindre un régime hydraulique et thermique stationnaire.

### 1.3.3 Couplage avec l'évolution de la géométrie de l'ouverture

Il serait intéressant de modéliser l'évolution dans le temps des champs hydro-thermiques dans une ouverture variant dans le temps. Par exemple, les stimulations chimiques réalisées en géothermie modifient la géométrie des fractures en dissolvant des minéraux, et améliore ainsi la conductivité hydraulique. À l'inverse, la cristallisation de minéraux peut diminuer la conductivité hydraulique (voir aussi la partie 4.4.3, p. 146). Un travail initié par Fily [2006], qui reprend la même résolution de l'équation de Reynolds

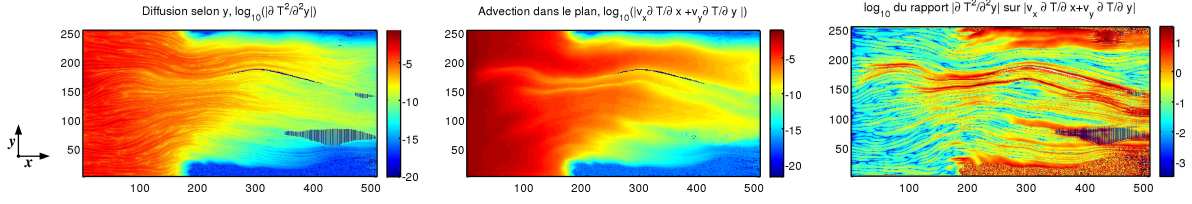


FIG. 1.1 – Gauche : carte du terme de diffusion, de  $\log_{10} \left( \chi \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)$ . Milieu : carte du terme d'avvection,  $\log_{10} \left( \frac{v_x}{\chi} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{v_y}{\chi} \frac{\partial T}{\partial y} \right)$ . Droite : rapport entre la conduction et l'avvection,  $\log_{10} \left| \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} / \left( \frac{v_x}{\chi} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{v_y}{\chi} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right|$ . Le  $\log_{10}$  est uniquement utilisé pour améliorer la visualisation de ces termes. Par ailleurs, toutes les grandeurs à l'intérieur de  $\log_{10}$  sont adimensionnées (cf. texte). Les coordonnées spatiales  $x$  et  $y$  sont adimensionnées par deux fois la taille de la maille  $2d$ .

que celle utilisée dans le présent travail, permet de prendre en compte les changements de morphologie dus à une réaction chimique. L'hétérogénéité du champ de vitesses hydrauliques implique des concentrations chimiques spatialement hétérogènes. Ceci entraîne des vitesses de réaction hétérogènes, qui modifient la morphologie de manière compliquée.

D'autre part, des processus mécaniques, par exemple des effets poro-élastiques ou thermaux-élastiques dus à l'injection de fluide froid – cf. Kohl et al. [1995] –, ou bien l'effet des contraintes régionales, peuvent modifier la géométrie de la fracture. La figure 1.2 illustre par exemple comment évolue une ouverture initialement auto-affine lors d'un chargement normal, dans le cadre de la modélisation proposée par Batrouni et al. [2002]. Ceux-ci calculent le déplacement de la surface plane d'un bloc élastique soumis au poinçonnement d'un bloc rigide présentant une surface auto-affine, comme schématisé Fig. 1.4. Pour coupler notre modélisation hydro-thermique à ce type de modélisation mécanique, il faudrait modifier la résolution des équations afférentes (pression, température) de sorte à tenir compte des zones de contact (dont l'aire augmente au fil du poinçonnement, 1.3). Il faudrait alors résoudre ces équations seulement où il n'y a pas contact (singularité des équations au niveau des ouvertures nulles), et redéfinir les conditions en pression et température à la limite des zones de contact (imperméabilité et température imposée). Une résolution de l'équation de Reynolds prenant en compte zones de contact est par exemple utilisée dans les travaux de Glass et al. [2001].

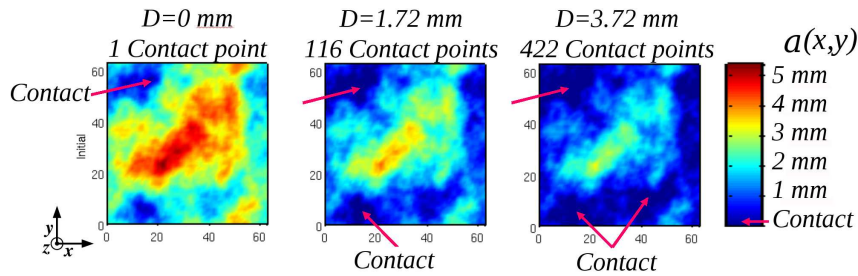


FIG. 1.2 – Évolution de la géométrie d'une ouverture auto-affine lors d'un chargement normal, obtenue à l'aide d'un code développé par Batrouni et al. [2002]. L'ouverture  $a(x, y)$ , le déplacement  $D$  et les conditions du chargement sont définis Fig. 1.4.

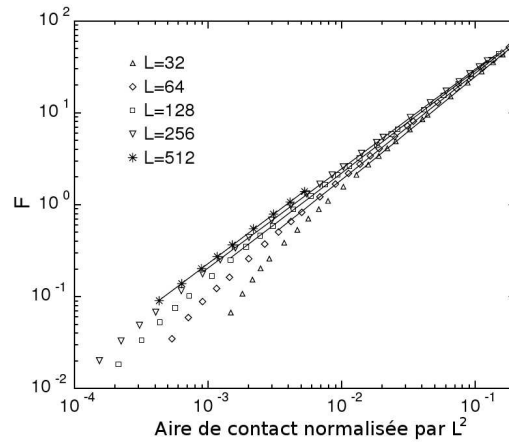


FIG. 1.3 – Force  $F$  vs aire de contact normalisée par la surface du système considéré ( $L^2$ ), lors de la modélisation du poinçonnement d'un bloc plat élastique par une surface auto-affine (exposant de rugosité  $\zeta = 0.8$ ), d'après Batrouni et al. [2002].

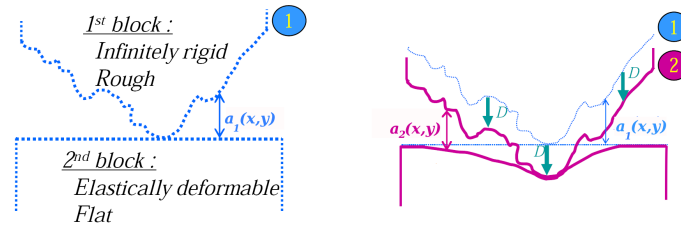


FIG. 1.4 – Illustration des conditions mécaniques considérées par Batrouni et al. [2002] pour calculer l'évolution de l'ouverture  $a(x, y)$ . La surface plane d'un bloc élastique se déplace sous le poinçonnement d'un bloc rigide présentant une surface auto-affine.

### 1.3.4 Validité et stabilité numérique de la résolution numérique

La validité de la résolution numérique en différences finies de l'équation de Reynolds a été vérifiée avec le logiciel Comsol<sup>TM</sup>, qui résout l'équation par éléments finis. La figure 1.5 illustre la cohérence des résultats. Il existe des petites différences entre les deux flux hydrauliques présentés, qui viennent du fait que la résolution n'est pas effectuée sur les mêmes nœuds (utilisation d'un nœud de l'ouverture sur deux pour la résolution en différence finies).

La stabilité numérique de notre résolution de l'équation d'advection-diffusion a été étudiée par Neuville [2006], en comparant le champ de température numérique, résolu dans une géométrie de fracture plane, à la solution analytique. Cette étude empirique montre qu'il est nécessaire d'avoir au moins 50 mailles (maille de la grille de discrétisation de l'ouverture  $a(x, y)$ ) par longueur de référence thermique  $R_{//}$ . De plus, la condition  $T_{(x \rightarrow \infty)} \rightarrow T_r$ , réalisée théoriquement à une distance infinie du point d'injection, est imposée numériquement (dans le sens du gradient hydraulique) à une distance  $L_x$  de la ligne d'injection (à l'entrée de la fracture) qui doit être d'au moins  $20R_{//}$ . Dans le cas d'une très forte chenalisation (Fig. 1.6), la condition  $T(L_x) = T_r$  n'est pas réaliste, à cause d'un

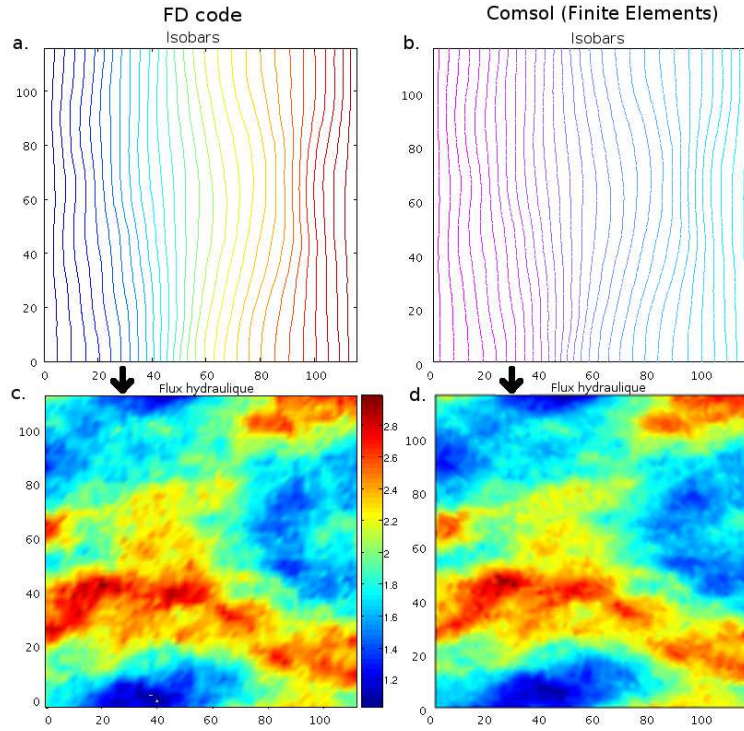


FIG. 1.5 – Lignes isobares obtenues avec (a) notre résolution par différences finies et (b) le logiciel Comsol par éléments finis. c-d : flux hydrauliques correspondant aux champs de pression présentés en a-b.

échange thermique insuffisant avec la roche. Si la condition  $T(L_x) = T_r$  est conservée, la solution numérique de la température présente alors de fortes oscillations au bout de la fracture, dans le sens de l'injection. Dans ce cas, il est nécessaire de repousser à une distance plus lointaine cette condition limite, par exemple en imposant  $T(2L_x) = T_r$  (voire  $T(4L_x) = T_r$  si la chenalisation est vraiment importante, comme Fig. 1.6). Pour repousser cette condition, le champ d'ouverture a été dupliqué (voire quadruplé) dans le sens du gradient de pression (l'ouverture étant générée en domaine de Fourier, elle est implicitement périodique, et sa duplication ne pose donc pas de problème de continuité). De plus, la condition limite en pression est également repoussée au bout de cette ouverture.

Les effets de la discrétisation du champ d'ouverture sur le flux hydraulique et le champ de température ont également été testés. Pour cela, une ouverture a été générée sur une grille de taille  $n_x \times n_y = 8192 \times 8192$ . Puis la résolution du flux hydraulique et du champ de température a été effectuée pour cette même ouverture échantillonnée sur diverses grilles. Des sous-échantillonnages de 1 point sur 7 ( $d = 7$ ) (Figs. 1.7, i et iii), 1 point sur 21 ( $d = 21$ ) (Figs. 1.7, ii et iv), et 1 point sur 50 ( $d = 50$ ) dans les deux directions ont notamment été testés. Pour chaque sous-échantillonnage, l'ouverture a été échantillonnée sur des grilles décalées entre elles d'un ou deux nœuds (Figs. 1.7, iii et iv), horizontalement et/ou verticalement, afin de tester les conséquences d'un petit décalage des conditions limites sur les ouvertures hydrauliques et thermiques. Pour la géométrie d'ouverture présentée Fig. 1.7, l'ouverture hydraulique obtenue dans ces conditions varie au maximum de 2 %, et l'ouverture thermique, de 0.1 %.

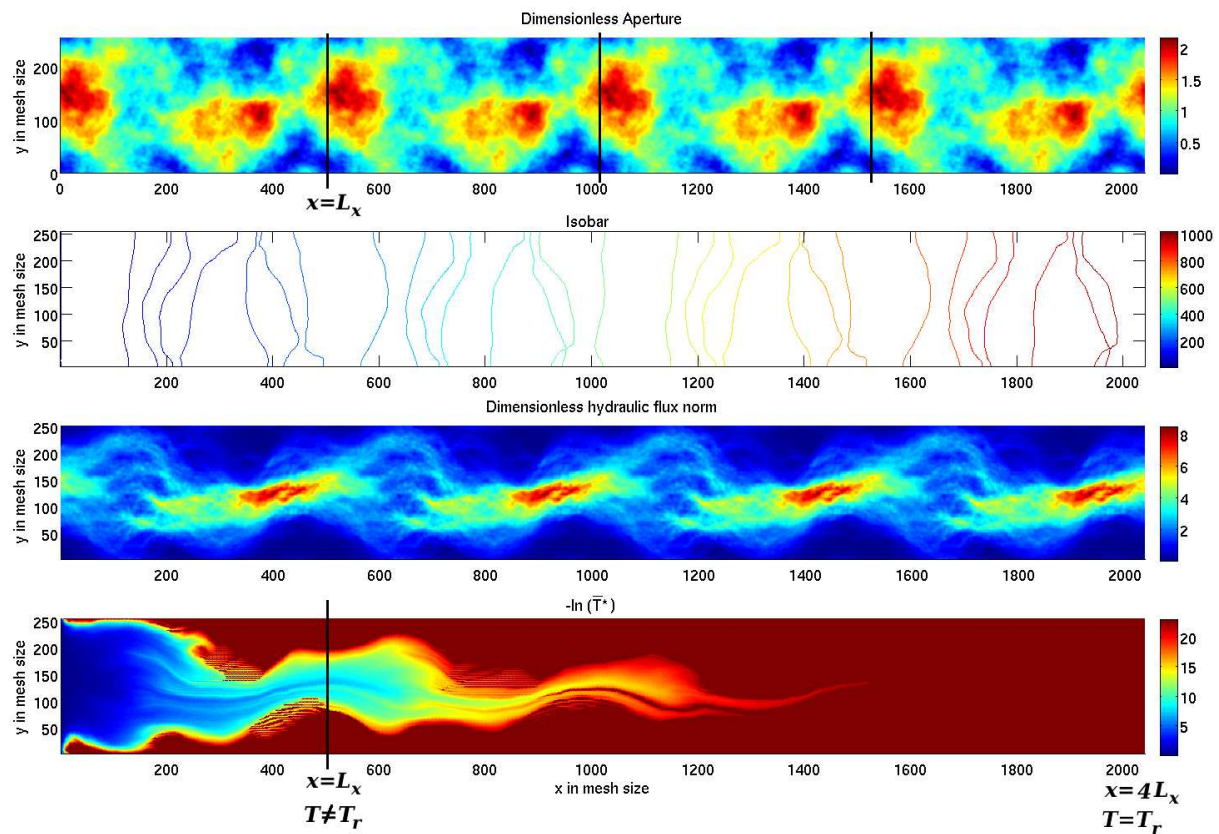


FIG. 1.6 – Exemple de système où l'échange thermique avec la roche chaude n'est pas efficace. Pour ce système, la condition limite  $T(L_x) = T_r$ , où  $L_x = 512d$  s'adapte mal à l'échange thermique que l'on veut modéliser. Aussi, la condition limite  $T(L_x) = T_r$  a été repoussée en  $T(4L_x) = T_r$ . Pour cela, l'ouverture initiale a été reproduite quatre fois dans le sens de l'injection. Dans cet exemple, la condition en pression a aussi été repoussée à la distance  $4L_x$ , avec  $P(4L_x) = 4\Delta P/L_x$ , afin de conserver le même gradient macroscopique de pression. De haut en bas : le champ d'ouverture, les lignes isobares, le flux hydraulique, le champ de température.

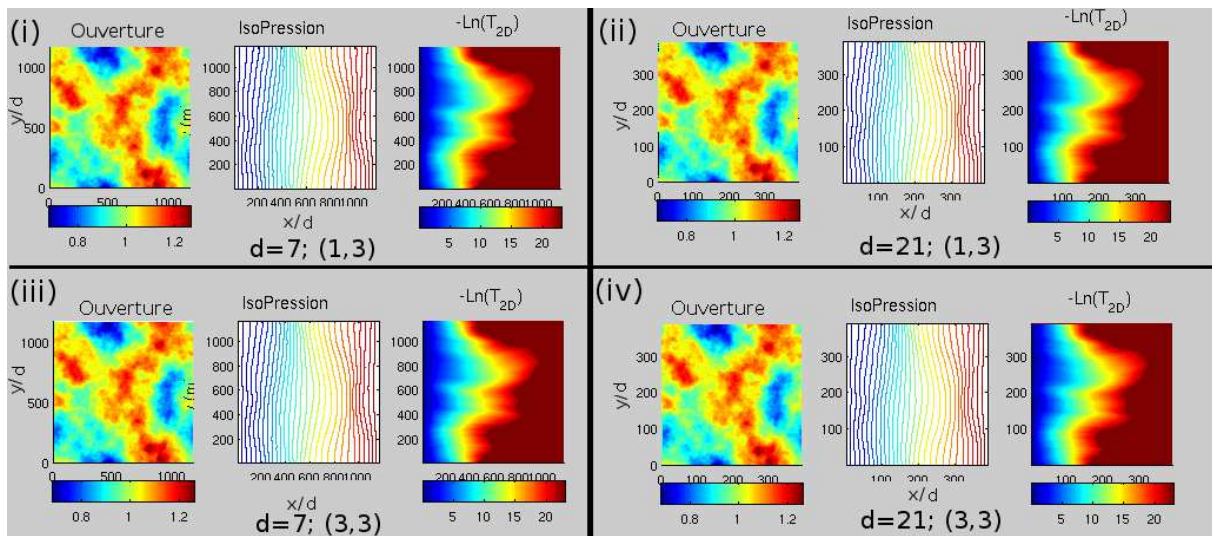


FIG. 1.7 – Résolutions du champ de pression et de température effectuées pour une même ouverture, échantillonnée sur des grilles différentes. Utilisation d'un point sur 7 (i, iii) et d'un point sur 21 (ii, iv), pour des grilles décalées de 0 nœud (i, ii) ou de 2 nœuds (iii, iv).

- BILAN DU CHAPITRE : on a proposé un modèle thermique basé sur une hypothèse de lubrification étendue pour le flux thermique, qui permet de modéliser le flux hydraulique et le champ de température du fluide froid injecté dans une fracture rugueuse dont les épontes sont chaudes, avec une température constante. La variabilité du flux hydraulique et du champ de température dans une ouverture auto-affine a été quantifiée à l'aide des ouvertures hydrauliques et thermiques. Celles-ci varient en fonction du rapport entre l'écart-type et la moyenne de l'ouverture et en fonction du rapport d'aspect.
- LIEN VERS PARTIE SUIVANTE : en pratique il n'est pas toujours possible de connaître la morphologie détaillée d'une ouverture de fracture (notamment pour de grandes fractures souterraines), et donc de connaître son écart-type ainsi que diverses moyennes. Une autre manière de décrire la morphologie peut-elle être utilisée pour estimer le comportement hydro-thermique ?



## CHAPITRE 2

# Étude de l'influence des grandes longueurs d'onde de l'ouverture de la fracture sur le comportement hydro-thermique

- OBJECTIF : déterminer si la seule connaissance des grandes longueurs d'onde d'une ouverture multi-échelle permet de bien caractériser le flux hydraulique et le champ de température. Par “permet de bien caractériser”, on entend : reproduire la chenalisation spatiale et les ouvertures macroscopiques hydraulique et thermique.
- POUR CELA : utilisation du modèle hydro-thermique proposé dans le chapitre précédent, avec comme données d'entrée des ouvertures filtrées avec un filtre passe-bas. Puis comparaison des paramètres caractérisant les comportements hydro-thermiques obtenus avec les ouvertures non filtrées et celles filtrées<sup>a</sup>.

<sup>a</sup>Il est prévu que le contenu de ce chapitre fasse l'objet d'une soumission pour publication [Neuville et al., 2010c]

Comme observé dans le chapitre précédent, l'ouverture moyenne ( $A$ ) et l'amplitude de la rugosité ( $\sigma$ ) ne suffisent pas à caractériser le comportement hydro-thermique d'une fracture. La connaissance de l'ouverture hydraulique permet par contre de se faire une idée de l'ouverture thermique probable (loi linéaire), observée en moyenne pour de nombreuses morphologies. Cependant, pour exploiter au mieux la chaleur dans le sous-sol, il est souhaitable de connaître les caractéristiques spatiales du champ de température, spécifiques de la fracture que l'on souhaite modéliser. Or il est impossible, pour une fracture souterraine, de connaître sa morphologie détaillée sur une grande échelle. Quelles informations morphologiques peut-on connaître sur une distance de plusieurs centaines de mètres ?

Grâce à des sondages carottés, la morphologie locale (échelle du  $\mu\text{m}$  à la dizaine de centimètres) d'une fracture peut être connue. Si la morphologie suit une loi d'échelle, il est alors possible d'extrapoler cette connaissance morphologique aux larges échelles (cf. chapitre 4, p. 73). Cependant, cette connaissance statistique sur les caractéristiques spatiales de l'ouverture ne permet bien sûr pas de savoir où se trouvent les larges ouvertures. De plus, en pratique, on ne dispose pas fréquemment de sondages carottés.

Les connaissances géologiques, les méthodes de proche surface (ex. sismique de surface ou de puits, électro-magnétisme), ou encore la localisation d'émissions acoustiques lors de l'injection de fluide, peuvent apporter des informations sur la géométrie de la fracture (e.g. Sausse et al. [2010]). L'échelle de ces informations morphologiques est beaucoup plus grande (ex. échelles de la dizaine de centimètres au km) que celle obtenue grâce à un sondage carotté, et les détails morphologiques sont donc moindres. On peut se demander



si de telles informations permettraient néanmoins de reconstituer le comportement hydro-thermique.

L'étude proposée ici consiste à dégrader spatialement l'ouverture auto-affine d'une fracture, jusqu'à ne garder que les plus grandes longueurs d'onde, et à observer si l'on retrouve un comportement hydro-thermique similaire à celui observé avec la morphologie complète. Pour cela, un filtrage sur l'ouverture auto-affine, qui ne conserve qu'un nombre limité de termes de la décomposition en série de Fourier 2D de l'ouverture  $a(x, y)$ , est effectué.

Le comportement thermique dans ce type de géométrie n'a pas encore été étudié à notre connaissance.

## 2.1 Génération numérique d'ouvertures dominées par plusieurs grandes longueurs d'onde

On considère une ouverture de fracture auto-affine  $a(x, y)$  d'extension  $L_x \times L_y$ , ayant une amplitude de rugosité  $\sigma/A = 0.35$  (Fig. 2.1.i), générée comme expliqué dans le chapitre précédent (partie 1.2, p. 16).

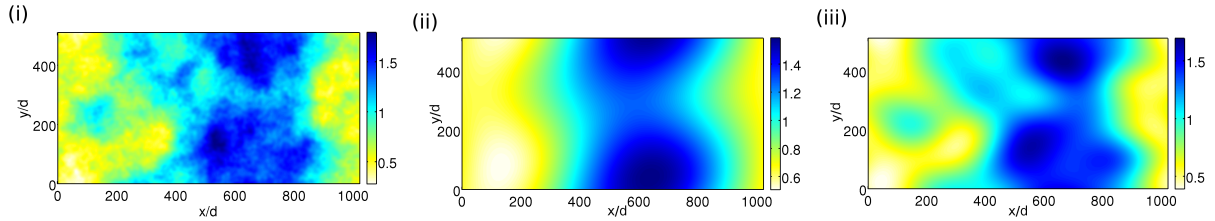


FIG. 2.1 – Champ d'ouverture adimensionné  $a(x, y)/A$  avec toutes les longueurs d'onde (i), filtré avec un rayon  $n = 2$  (ii) et avec  $n = 4$  (iii). N.B. : les échelles de couleur sont différentes.

Les ouvertures filtrées,  $a_n(x, y)$ , (Fig. 2.1.ii-iii) sont obtenues de la manière suivante :

$$\begin{cases} \left( \frac{k_x}{2\pi} \cdot L_x \right)^2 + \left( \frac{k_y}{2\pi} \cdot L_y \right)^2 \geq n^2 & \implies \|\tilde{a}_n(k_x, k_y)^2\| = 0 \\ \left( \frac{k_x}{2\pi} \cdot L_x \right)^2 + \left( \frac{k_y}{2\pi} \cdot L_y \right)^2 < n^2 & \implies \|\tilde{a}_n(k_x, k_y)^2\| = \|\tilde{a}(k_x, k_y)^2\| \end{cases} \quad (2.1)$$

où  $n$  (entier) est nommé le “rayon de filtrage”,  $\tilde{a}_n$  est la transformée de Fourier de l'ouverture filtrée au rayon  $n$ ,  $\tilde{a}$  celle de l'ouverture auto-affine non filtrée et  $(k_x, k_y)$  les coordonnées du vecteur d'onde  $\mathbf{k}$ . Pour une ouverture discrétisée, les valeurs de  $k_x L_x / (2\pi)$  et  $k_y L_y / (2\pi)$  sont discrètes. Avec  $n = 2$ , les modes  $(k_x L_x / (2\pi), k_y L_y / (2\pi)) \in \{(0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1), (-1, 0) \text{ et } (-1, 1)\}$  sont conservés, ainsi que leurs conjugués (i.e. la moyenne, et les premiers modes suivant les directions  $x$ ,  $y$  et à  $45^\circ$ , cf. Fig. 2.2). La moyenne spatiale des ouvertures filtrées est inchangée par rapport à la moyenne de l'ouverture auto-affine :  $A(n \geq 1) = A$ . À noter que pour des ouvertures ayant un rapport d'aspect différent de 1, ces ouvertures filtrées sont anisotropes : la plus petite longueur d'onde gardée selon  $x$  est  $\lambda_x^{\min} = \lambda_y^{\min} L_x / L_y$  où  $\lambda_y^{\min}$  est la plus petite longueur d'onde gardée selon  $y$ . L'ouverture montrée Fig. 2.1.i n'est auto-affine qu'entre les échelles  $4d$

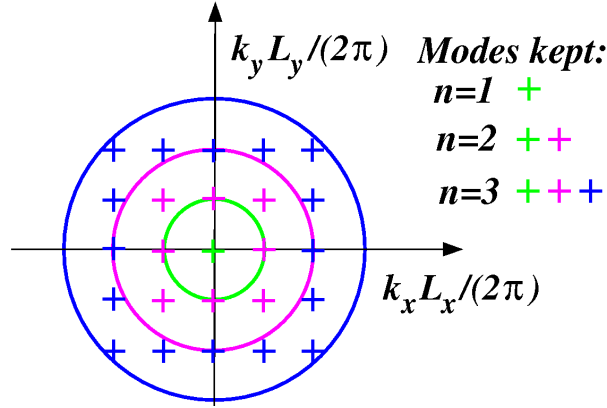


FIG. 2.2 – Visualisation du critère de filtrage appliqué pour les rayons de filtrage  $n = 1$  (points intérieurs au cercle vert),  $n = 2$  (points intérieurs au cercle magenta),  $n = 3$  (points intérieurs au cercle bleu).

(coupure inférieure imposée lors de la génération des ouvertures, où  $d$  est la taille de la maille de discrétisation) et  $L_x = 1024d$  suivant  $x$  et entre  $4d$  et  $L_y = 512d$  suivant  $y$ . Ainsi, pour cette ouverture, les valeurs maximales de  $k_x L_x / (2\pi)$  et de  $k_y L_y / (2\pi)$  pour lesquelles la valeur de  $\tilde{a}(k_x, k_y)$  n'est pas nulle valent respectivement 256 et 128. Lorsque  $n \geq 128$ , le filtrage n'a donc plus d'effet sur les modes selon  $y$  et lorsque  $n \geq 256$ , le filtrage n'a plus d'effet du tout pour cet exemple.

## 2.2 Étude du comportement hydraulique

La figure 2.3 illustre les flux hydrauliques intégrés sur l'épaisseur de la fracture  $q(x, y)$ , calculés comme expliqué dans le chapitre précédent (partie 1.2, p. 18, 19, 22), pour les géométries d'ouvertures montrées Fig. 2.1. La figure 2.4 montre aussi des vues en coupe, à travers la fracture, de la vitesse  $v(x, y, z)$ , obtenue d'après l'équation :

$$v(x, y, z) = -\frac{q(x, y)}{a(x, y)^3} \left( z^2 - \frac{a(x, y)^2}{4} \right).$$

Toutes ces vues illustrent bien la variabilité des vitesses induite par la rugosité de la morphologie de l'ouverture. Pour une fracture plane, la vitesse est invariante suivant  $x$  et  $y$ . Avec seulement neuf ( $n = 2$ ), on constate que les principales caractéristiques spatiales de la vitesse sont bien reproduites.

Afin de quantifier l'écart du comportement hydraulique macroscopique entre morphologies filtrées et non filtrées, les ouvertures hydrauliques de ces fractures sont comparées. La valeur de l'ouverture hydraulique ( $H$ ) en fonction du rayon de filtrage, pour  $n \in \{2 - 8, 16, 32, 64, 128, 256\}$ , a été comparée à l'ouverture hydraulique de référence (i.e. celle de la morphologie auto-affine), de manière absolue (Fig. 2.5, gauche) ou relative (Fig. 2.5, droite). La convergence de ces deux courbes est très claire pour  $n \geq 16$  :  $H/A$  converge vers la valeur de l'ouverture hydraulique de référence qui vaut  $H_{\text{ref}}/A = 0.816$  et la courbe indiquant l'écart relatif tend vers 0. Pour  $n = 1$ , seule la moyenne de l'ouverture est conservée, ce qui revient au cas des plaques parallèles, qui suppose que  $H = A$ . Pour

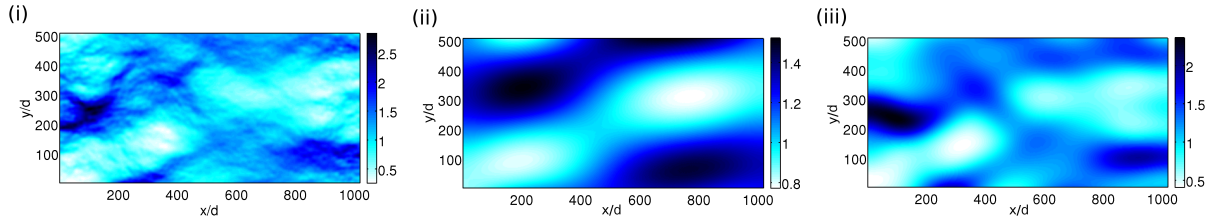


FIG. 2.3 – Cartes du flux hydraulique adimensionné calculé (i) avec le champ d'ouverture présentant toutes les longueurs d'onde, (ii) filtré avec  $n = 2$ , (iii) avec  $n = 4$ . N.B. : les échelles de couleur sont différentes.

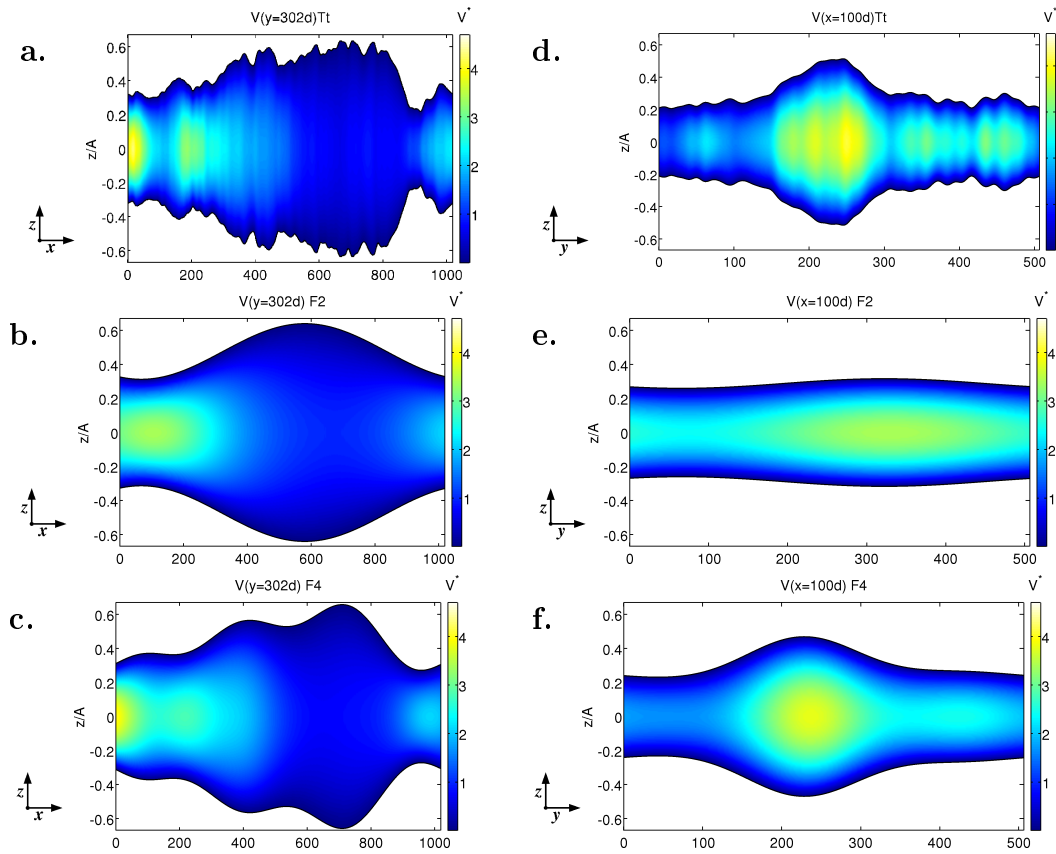


FIG. 2.4 – Cartes de la vitesse  $v(x, y, z)$  adimensionnée, représentée au travers de la fracture. Colonne de gauche : a-c, coupe parallèle à la direction du gradient de pression macroscopique (en  $y = 302d$ ). Colonne de droite : d-f, coupe perpendiculaire à la direction du gradient de pression macroscopique (en  $x = 100d$ ). Les vitesses sont calculées pour le champ d'ouverture présentant toutes les longueurs d'onde (a, d), filtré avec  $n = 2$  (b, e) et avec  $n = 4$  (c, f). N.B. : les échelles des abscisses sont différentes pour la colonne de gauche et celle de droite.

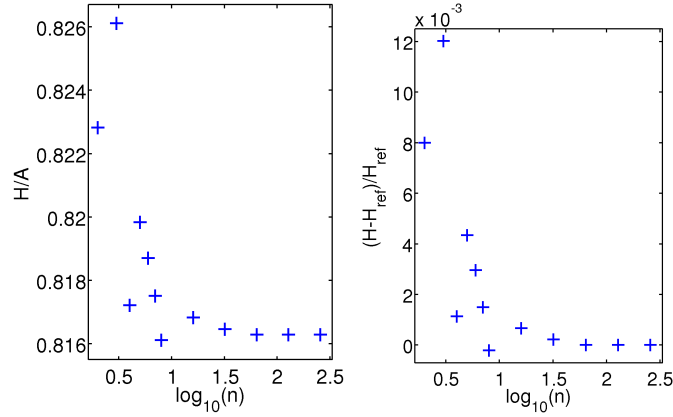


FIG. 2.5 – Gauche : ouverture hydraulique en géométrie filtrée, normalisée par l'ouverture moyenne de la fracture entièrement rugueuse, en fonction du rayon de filtrage  $n$ . Droite : écart relatif entre l'ouverture hydraulique en géométrie filtrée et l'ouverture hydraulique de la fracture entièrement rugueuse, en fonction du rayon de filtrage  $n$ .

$n = 1$ , on a donc  $H/A = 1$  et un écart relatif de  $(H - H_{\text{ref}})/H_{\text{ref}} = 22\%$ . En considérant la moyenne et trois modes principaux ( $n = 2$ ), l'écart relatif diminue à  $0.8\%$  : l'amélioration de l'estimation est considérable, malgré le petit nombre de modes considérés. Pour  $n \geq 6$ , l'écart relatif est inférieur à  $0.2\%$ . Pour cet exemple, l'ouverture hydraulique est surestimée quand  $n$  est petit. Cette tendance n'est pas systématique, comme on peut le voir sur les figures 2.9, 2.12, 2.13, qui sont obtenues avec d'autres exemples (cf. partie 2.4).

## 2.3 Étude du comportement thermique

La figure 2.6 illustre les températures pondérées par la vitesse, intégrées sur l'épaisseur de la fracture et adimensionnées ( $\bar{T}^*$ , calculées comme expliqué dans le chapitre précédent, partie 1.2, p. 19, 20, 25), pour les géométries d'ouvertures montrées Fig. 2.1. La figure 2.7 montre aussi des vues en coupe, à travers la fracture, de la température adimensionnée  $T^*(x, y, z)$ , obtenue d'après l'équation :

$$\frac{T - T_r}{T_0 - T_r} = \frac{\bar{T}^*}{a^4} (z^4/6 - a^2 z^2/4 + 5a^4/96). \quad (2.2)$$

Toutes ces vues illustrent bien la variabilité de la température induite par la rugosité de l'ouverture. Pour une fracture plane, la température varie exponentiellement le long de  $x$  et est invariante suivant  $y$  (Fig. 2.7.b, f). Avec seulement neuf modes ( $n = 2$ ), on constate que les principales caractéristiques spatiales de la température sont déjà plus réalistes que celles obtenues avec des plaques parallèles séparées de  $A$ .

Afin de quantifier l'écart macroscopique du comportement thermique entre morphologies filtrées et non filtrées, les ouvertures thermiques macroscopiques de ces fractures sont comparées, de manière similaire à ce qui a été fait pour l'ouverture hydraulique. L'ouverture thermique dans les morphologies filtrées,  $\Gamma$ , est tracée en fonction du rayon de filtrage, pour  $n \in \{2 - 8, 16, 32, 64, 128, 256\}$  (Fig. 2.8). Les sous-figures de la figure 2.8 montrent

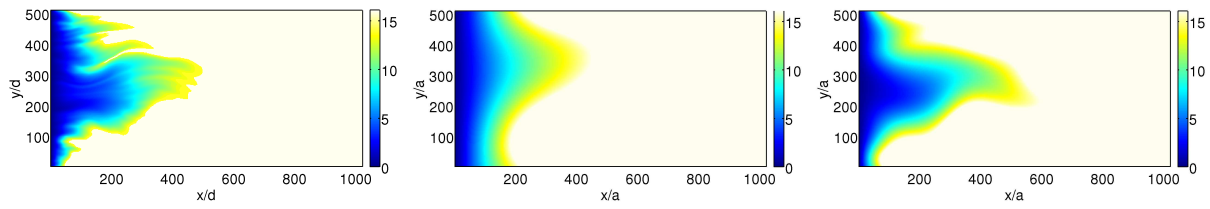


FIG. 2.6 – Cartes de l’opposé du logarithme de la température adimensionnée,  $-\ln(\bar{T}^*)$ , calculé (i) avec le champ d’ouverture présentant toutes les longueurs d’onde, (ii) filtré avec  $n = 2$ , (iii) avec  $n = 4$ .

la comparaison des ouvertures  $\Gamma$  avec l’ouverture thermique de référence (i.e. celle de la morphologie auto-affine),  $\Gamma_{\text{ref}}$ , de manière absolue (Fig. 2.8, gauche) et relative (Fig. 2.8, droite). La convergence de ces deux courbes est très claire pour  $n > 5$  :  $\Gamma/A$  converge vers la valeur de l’ouverture hydraulique de référence qui vaut  $\Gamma_{\text{ref}}/A = 0.886$ . Pour  $n = 1$ , seule la moyenne de l’ouverture est conservée, ce qui revient au cas des plaques parallèles, ce qui par définition impose  $\Gamma = A$ . De façon générale,  $H(n = 1) = \Gamma(n = 1) = A$ . Pour  $n = 1$ , on a donc  $\Gamma/A = 1$  et un écart relatif de  $(\Gamma - \Gamma_{\text{ref}})/\Gamma_{\text{ref}} = 12\%$ . En considérant la moyenne et trois modes principaux ( $n = 2$ ), l’écart relatif diminue à  $8\%$ , puis, pour  $n = 3$ , est inférieur à  $4\%$  : l’amélioration est un peu moindre qu’avec le comportement thermique. Pour  $n \geq 6$ , l’écart relatif est de l’ordre de  $0.11\%$ .

## 2.4 Étude statistique du comportement hydro-thermique

Pour la morphologie de fracture observée précédemment, on a vu que le filtrage avec seulement quelques modes apporte des informations considérables (spatiales et quantitatives) par rapport à un modèle de plaques parallèles séparées par l’ouverture moyenne. On cherche à voir quel est le comportement hydro-thermique typique de morphologies filtrées. Pour cela, environ 700 ouvertures auto-affines ont été filtrées.

### 2.4.1 Fractures avec un rapport d’aspect $J = 2$

Parmi ces 700 ouvertures, 300 d’entre elles présentent un rapport d’aspect ( $J = L_x/L_y$ ) égal à 2 (fractures plus grandes dans la direction du gradient de pression). Ces 300 ouvertures présentent chacune l’une des cinq amplitudes de rugosité ( $\sigma_{\text{ref}}/A$ ) suivantes : 0.1, 0.2, 0.3, 0.4 et 0.5 – soit cinq groupes avec au moins 50 ouvertures par groupe. Chacune des ouvertures a été filtrée avec un rayon  $n \in \{2, 3, 4, 10, 11\}$ . Pour chacune de ces morphologies filtrées, l’ouverture hydraulique  $H$  est calculée et comparée à celle de l’ouverture auto-affine correspondante  $H_{\text{ref}}$ . La figure 2.9 à gauche montre le nuage de valeurs  $e_H = \frac{H - H_{\text{ref}}}{H_{\text{ref}}}$  vs  $n$  obtenu pour les ouvertures auto-affines présentant  $\sigma_{\text{ref}}/A = 0.5$  i.e. avec une rugosité importante. De même, la comparaison des ouvertures thermiques est réalisée, avec le calcul de  $e_\Gamma = \frac{\Gamma - \Gamma_{\text{ref}}}{\Gamma_{\text{ref}}}$  (Fig. 2.9 au milieu). Sur ces figures ont été rajoutées les valeurs d’ouvertures hydrauliques et thermiques obtenues avec un modèle de type plaques parallèles séparées par l’ouverture moyenne, ce qui correspond à un filtrage avec  $n = 1$ . Pour ces exemples, le maximum de l’écart relatif sur l’ouverture hydraulique est de  $120\%$

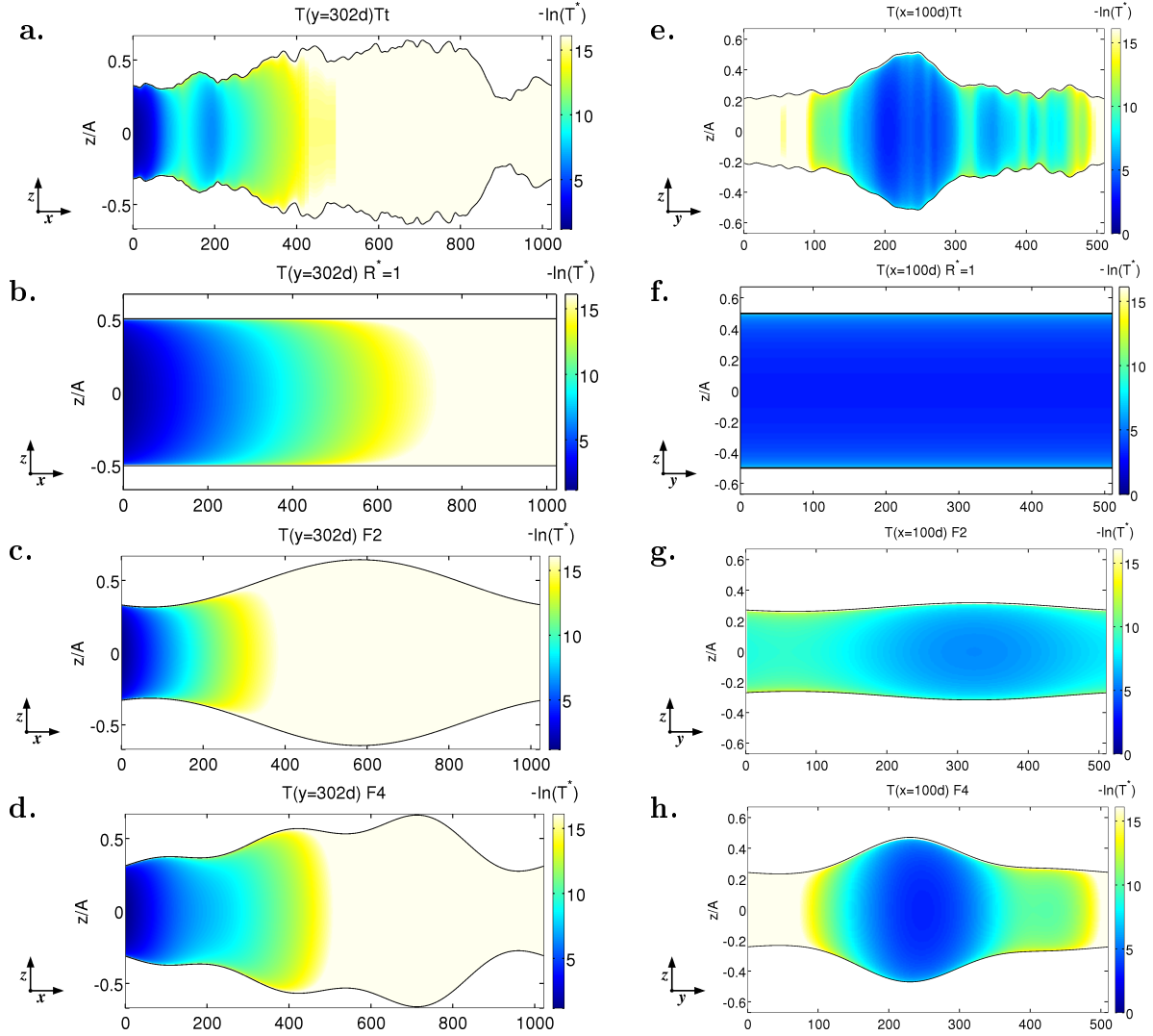


FIG. 2.7 – Cartes de l'opposé du logarithme de la température adimensionnée,  $-\ln(\bar{T}^*)$ , représentée au travers de la fracture. Colonne de gauche : a-d, coupe parallèle à la direction du gradient de pression macroscopique (en  $y = 302d$ ). Colonne de droite : e-h, coupe perpendiculaire à la direction du gradient de pression macroscopique (en  $x = 100d$ ). Les températures sont calculées (a, e) avec champ d'ouverture présentant toutes les longueurs d'onde, (b, f) filtré avec  $n = 1$  (i.e. plaque parallèles séparées par l'ouverture moyenne  $A$ ), (c, g) avec  $n = 2$  et, (d, h) avec  $n = 4$ . N.B. : les échelles des abscisses sont différentes pour la colonne de gauche et celle de droite.

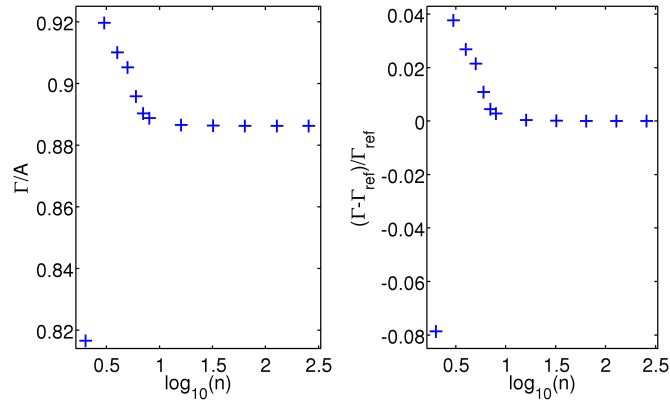


FIG. 2.8 – Gauche : ouverture thermique en géométrie filtrée, normalisée par l'ouverture moyenne de la fracture entièrement rugueuse, en fonction du rayon de filtrage  $n$ . Droite : écart relatif entre l'ouverture thermique en géométrie filtrée et l'ouverture thermique de la fracture entièrement rugueuse, en fonction du rayon de filtrage  $n$ .

pour  $n = 1$  et d'environ 30 % pour  $n = 2$ . Pour l'ouverture thermique, l'écart maximal est d'environ 90 % pour  $n = 1$  et de 20 % pour  $n = 2$ . Ainsi, avec l'ajout de seulement 8 modes de Fourier, l'amélioration de la connaissance des ouvertures hydrauliques et thermiques est considérable. La figure 2.9 à droite, montre à titre indicatif les variations de l'amplitude de rugosité  $\sigma/A$  :  $e_\sigma = \frac{\sigma - \sigma_{\text{ref}}}{\sigma_{\text{ref}}}$  (en effet, l'amplitude de rugosité  $\sigma$  est un peu modifiée à cause du filtrage). Pour  $n = 1$ ,  $e_\sigma$  vaut systématiquement  $-1$ , car  $\sigma = 0$  pour des plaques parallèles ; ceci n'est donc pas représenté sur le graphique.

Les valeurs d'écart relatif citées ci-dessus sont maximales (pour le groupe des 50 morphologies observées). Afin de mieux quantifier ces écarts relatifs, les racines carrées du moment d'ordre deux de  $e_H$ ,  $e_\Gamma$  et  $e_\sigma$  pour un rayon de filtrage  $n$  donné et une amplitude de rugosité  $\sigma/A$  sont aussi calculés :  $s_H = \sqrt{\langle e_H^2 \rangle}$ ,  $s_\Gamma = \sqrt{\langle e_\Gamma^2 \rangle}$  (Fig. 2.10). Pour une amplitude de rugosité donnée (i.e. pour les morphologies d'un des 5 groupes, caractérisé par  $\sigma_{\text{ref}}/A$ ) les quantités  $s_{H,\Gamma,\sigma}$  diminuent avec le rayon de filtrage, comme déjà observé précédemment pour  $\sigma_{\text{ref}}/A = 0.5$ . D'autre part, pour un rayon de filtrage donné, les quantités  $s_{H,\Gamma,\sigma}$  diminuent avec l'amplitude de rugosité  $\sigma_{\text{ref}}/A$ . Les comportements hydrauliques et thermiques sont connus avec environ la même précision pour un rayon de filtrage donné.

La figure 2.11 montre le tracé (disques noirs) des valeurs moyennes de  $H/A$  et  $\Gamma$  vs  $\sigma/A$ , obtenu avec les 300 ouvertures filtrées avec un rayon  $n = 4$ . Ce tracé est comparé à la courbe (carrés verts) obtenue dans le chapitre précédent (partie 1.2, p. 27) pour environ 20 000 ouvertures auto-affines non filtrées. Les moyennes obtenues avec  $n = 4$  sont très proches de ces autres courbes de référence (valeurs comprises dans les barres d'erreurs). Le comportement hydro-thermique statistique est bien le même pour des surfaces filtrées avec  $n = 4$ , réalisé sur 300 fractures, que pour 20 000 morphologies auto-affines.

### 2.4.2 Fractures avec un rapport d'aspect $J = 0.5$ , et $J = 1$

La même étude que celle présentée dans la partie précédente (2.4.1) est ici réalisée pour environ 230 fractures présentant un rapport d'aspect 1, et 160 autres présentant un

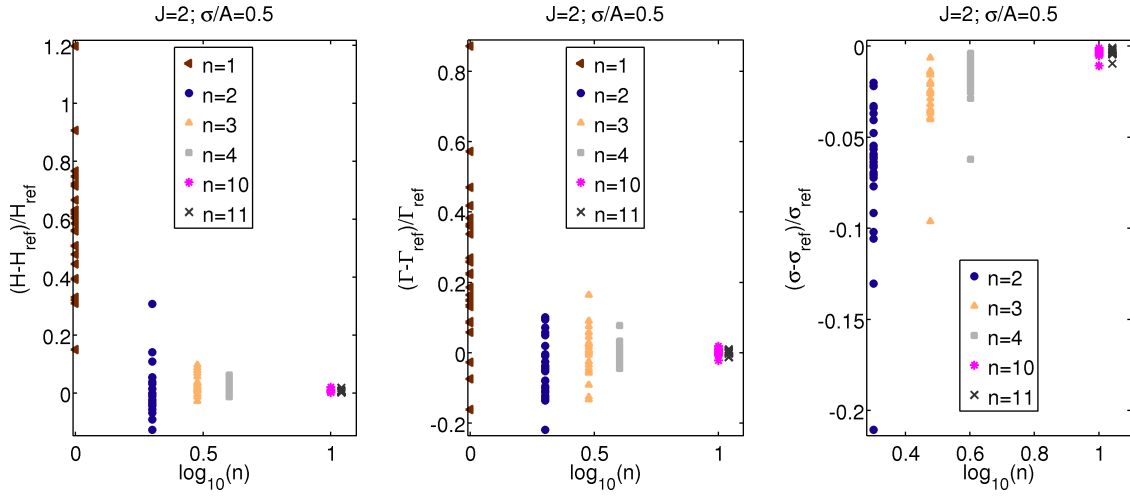


FIG. 2.9 – Gauche : écart relatif entre les ouvertures hydrauliques des morphologies filtrées et celles des morphologies auto-affines,  $e_H = \frac{H-H_{\text{ref}}}{H_{\text{ref}}}$ . Milieu : idem pour l'ouverture thermique  $e_\Gamma = \frac{\Gamma-\Gamma_{\text{ref}}}{\Gamma_{\text{ref}}}$ . Droite : idem pour l'amplitude de rugosité,  $e_\sigma = \frac{\sigma-\sigma_{\text{ref}}}{\sigma_{\text{ref}}}$ . Ces écarts sont tracés en fonction du rayon de filtrage  $n$ , pour les 50 ouvertures du groupe présentant une forte amplitude de rugosité ( $\sigma_{\text{ref}}/A = 0.5$ ), avec un rapport d'aspect  $J = 2$  ("Long"). Calculs réalisés avec environ 50 morphologies d'ouvertures.

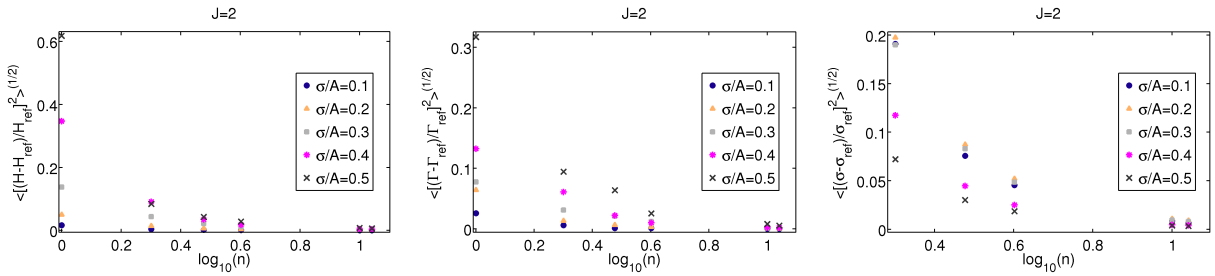


FIG. 2.10 – Gauche : racine carrée du moment d'ordre deux des écarts relatifs entre les ouvertures hydrauliques des morphologies filtrées et celles des morphologies auto-affines,  $s_H = \sqrt{\langle e_H^2 \rangle}$ . Milieu : idem pour l'ouverture thermique  $s_\Gamma = \sqrt{\langle e_\Gamma^2 \rangle}$ . Droite : idem pour l'amplitude de rugosité  $\sigma$ ,  $s_\sigma = \sqrt{\langle e_\sigma^2 \rangle}$ . Ces quantités sont tracées en fonction du rayon de filtrage  $n$ , pour les 160 ouvertures présentant un rapport d'aspect  $J = 2$  ("Long").



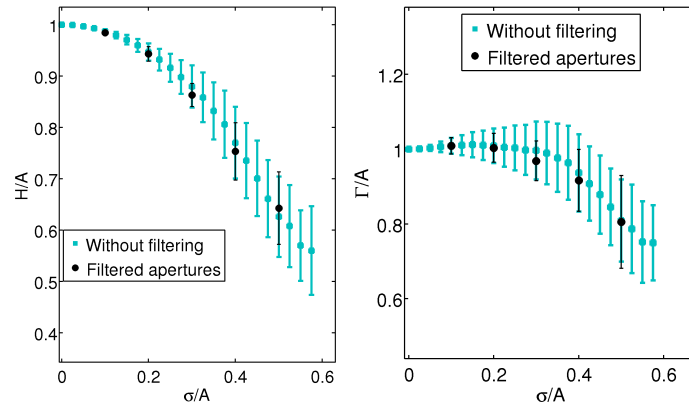


FIG. 2.11 – Résultats statistiques obtenus pour 300 ouvertures filtrées avec  $n = 4$  et pour 20 000 ouvertures auto-affines portant sur (à gauche) les ouvertures hydrauliques  $H/A$  et (à droite) les ouvertures thermiques  $\Gamma/A$ , en fonction de l’amplitude de rugosité  $\sigma/A$ .

rapport d’aspect égal à 2. Ces ouvertures présentent chacune l’une des quatre amplitudes de rugosité ( $\sigma_{\text{ref}}/A$ ) suivantes : 0.1, 0.2, 0.3 et 0.4 (aucune statistique ne porte sur  $\sigma_{\text{ref}}/A = 0.5$ ). Les figures 2.12, 2.13 montrent les quantités  $e_H$ ,  $e_\Gamma$  et  $e_\sigma$  en fonction de  $n$ , obtenues de la même manière que la figure 2.9, mais avec  $\sigma_{\text{ref}}/A = 0.4$ , pour  $J = 0.5$  et  $J = 1$ .

Les figures 2.14 et 2.15 montrent les quantités  $s_H$ ,  $s_\Gamma$  fonction de  $n$  pour différentes amplitudes de rugosité, pour  $J = 0.5$  et  $J = 1$ . Ces figures sont obtenues de la même manière que la figure 2.10. Les quantités  $e_\sigma$  et  $s_\sigma$  sont montrées seulement à titre indicatif.

On constate que pour  $J = 0.5$  et  $J = 1$ , les conclusions qualitatives obtenues pour  $J = 2$  restent toutes valables : les morphologies filtrées, comportant seulement les plus grandes longueurs d’onde, permettent bien de reproduire le comportement hydro-thermique macroscopique. L’amélioration de la connaissance du comportement hydro-thermique est considérable en ajoutant ne serait-ce que 8 modes ( $n = 2$ ), comparé au comportement de type plaques parallèles séparées par l’ouverture moyenne  $A$  ( $n = 1$ ). Pour les rapports d’aspect  $J = 0.5$  et  $J = 1$ , la connaissance de l’ouverture hydraulique  $H$  est connue au maximum avec un écart  $e_H$  de l’ordre de 20 – 30 % pour les cas plaques parallèles, et de 3 – 7 % avec  $n = 2$ . La connaissance de  $\Gamma$  est elle connue au maximum avec un écart  $e_\Gamma$  de l’ordre de 30 % pour les cas plaques parallèles, et de 10 – 14 % avec  $n = 2$ .

La dispersion des valeurs de  $e_H$ , donnée par  $s_H$  est assez sensible au rapport d’aspect : globalement, celle-ci décroît quand le rapport d’aspect diminue. Par exemple, pour  $n = 2$  et  $\sigma/A = 0.4$  : pour  $J = 2$ ,  $s_H = 9 \cdot 10^{-2}$ , pour  $J = 1$ ,  $s_H = 2.5 \cdot 10^{-2}$  et pour  $J = 0.5$ ,  $s_H = 1.7 \cdot 10^{-2}$ . Pour  $J = 0.5$  (fracture “Large”), les canaux se forment souvent parallèlement au gradient de pression (le long de  $x$ ). La chenalisation du flux hydraulique est souvent importante, et clairement dominée par les grandes longueurs d’onde de l’ouverture selon  $y$ . Ainsi, dès lors que ces grandes longueurs d’onde sont présentes, le comportement hydraulique est bien reproduit. Les valeurs de  $s_\Gamma$  sont moins sensibles au rapport d’aspect, et aucune tendance particulière n’est observable. Par exemple, pour  $n = 2$  et  $\sigma/A = 0.4$ ,  $s_H$  vaut environ  $6 \cdot 10^{-2}$  pour  $J = 2$ ,  $4 \cdot 10^{-2}$  pour  $J = 1$  et  $8 \cdot 10^{-2}$  pour  $J = 0.5$ .

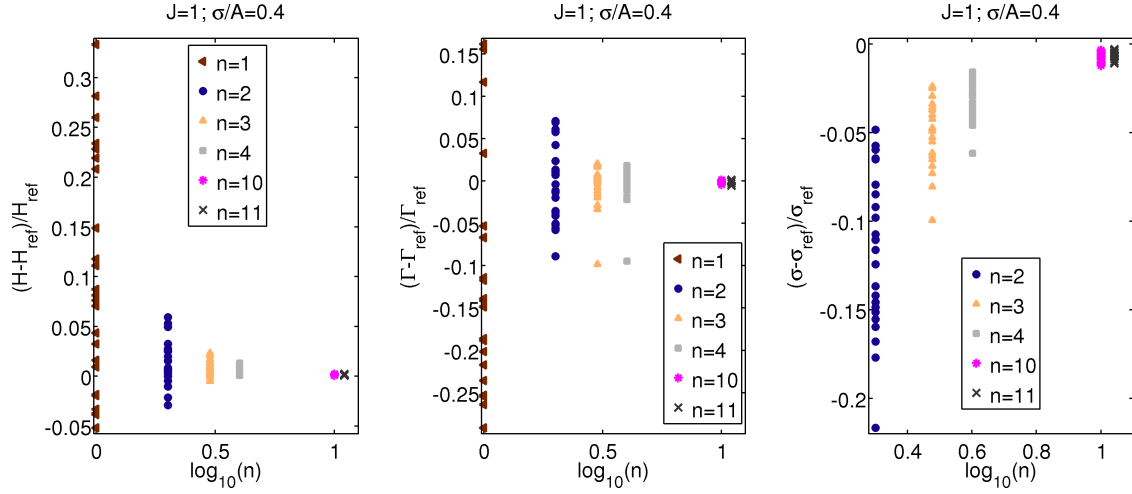


FIG. 2.12 – Gauche : écart relatif entre les ouvertures hydrauliques des morphologies filtrées et celles des morphologies auto-affines,  $e_H = \frac{H-H_{\text{ref}}}{H_{\text{ref}}}$ . Milieu : idem pour l'ouverture thermique  $e_\Gamma = \frac{\Gamma-\Gamma_{\text{ref}}}{\Gamma_{\text{ref}}}$ . Droite : idem pour l'amplitude de rugosité,  $e_\sigma = \frac{\sigma-\sigma_{\text{ref}}}{\sigma_{\text{ref}}}$ . Ces écarts sont tracés en fonction du rayon de filtrage  $n$ , pour les ouvertures du groupe présentant une forte amplitude de rugosité ( $\sigma/A = 0.4$ ), avec un rapport d'aspect  $J = 1$  ("Carré").

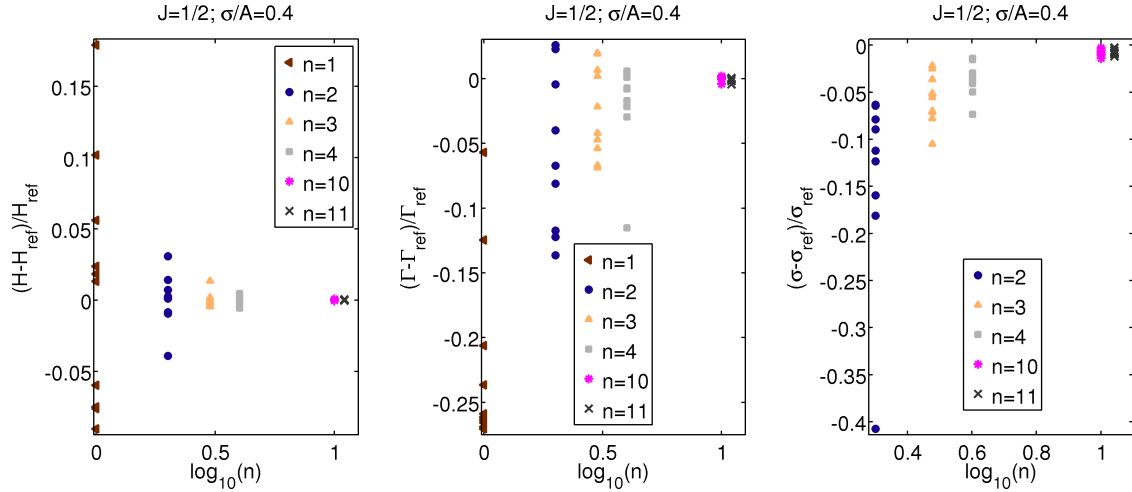


FIG. 2.13 – Gauche : écart relatif entre les ouvertures hydrauliques des morphologies filtrées et celles des morphologies auto-affines,  $e_H = \frac{H-H_{\text{ref}}}{H_{\text{ref}}}$ . Milieu : idem pour l'ouverture thermique  $e_\Gamma = \frac{\Gamma-\Gamma_{\text{ref}}}{\Gamma_{\text{ref}}}$ . Droite : idem pour l'amplitude de rugosité,  $e_\sigma = \frac{\sigma-\sigma_{\text{ref}}}{\sigma_{\text{ref}}}$ . Ces écarts sont tracés en fonction du rayon de filtrage  $n$ , pour les ouvertures du groupe présentant une forte amplitude de rugosité ( $\sigma/A = 0.4$ ), avec un rapport d'aspect  $J = 0.5$  ("Large").

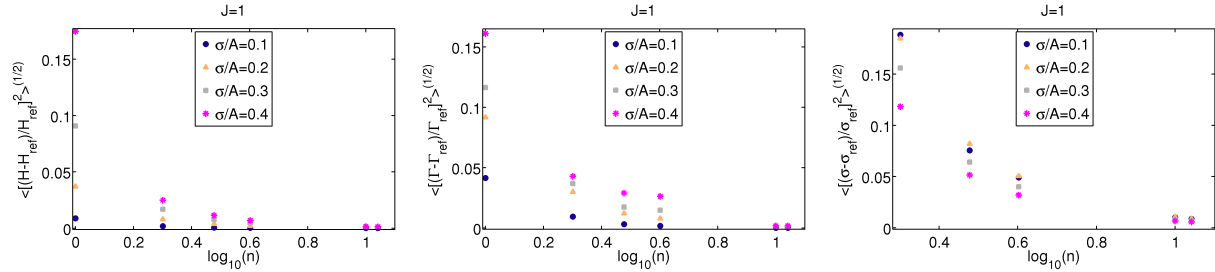


FIG. 2.14 – Gauche : racine carrée du moment d'ordre deux des écarts relatifs entre les ouvertures hydrauliques des morphologies filtrées et celles des morphologies auto-affines,  $s_H = \sqrt{\langle e_H^2 \rangle}$ . Milieu : idem pour l'ouverture thermique  $s_T = \sqrt{\langle e_T^2 \rangle}$ . Droite : idem pour l'amplitude de rugosité,  $s_\sigma = \sqrt{\langle e_\sigma^2 \rangle}$ . Ces quantités sont tracées en fonction du rayon de filtrage  $n$ , pour les 230 ouvertures présentant un rapport d'aspect  $J = 1$  ("Carré").

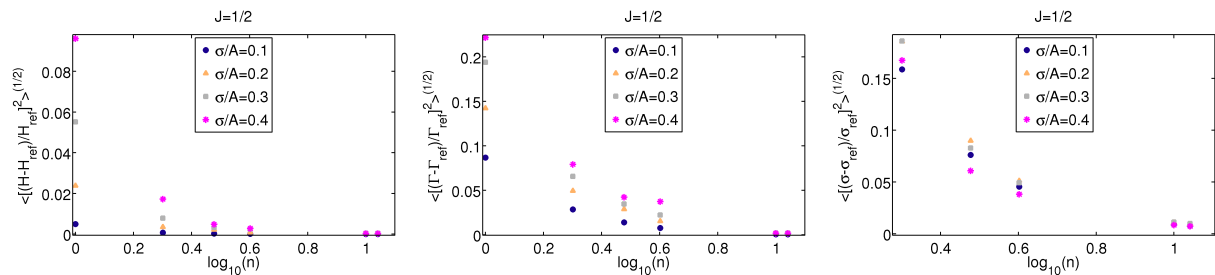


FIG. 2.15 – Gauche : racine carrée du moment d'ordre deux des écarts relatifs entre les ouvertures hydrauliques des morphologies filtrées et celles des morphologies auto-affines,  $s_H = \sqrt{\langle e_H^2 \rangle}$ . Milieu : idem pour l'ouverture thermique  $s_T = \sqrt{\langle e_T^2 \rangle}$ . Droite : idem pour l'amplitude de rugosité,  $s_\sigma = \sqrt{\langle e_\sigma^2 \rangle}$ . Ces quantités sont tracées en fonction du rayon de filtrage  $n$ , pour les 160 ouvertures présentant un rapport d'aspect  $J = 0.5$  ("Large").

- BILAN DU CHAPITRE : le flux hydraulique et le champ de température dans une ouverture auto-affine filtrée ont été obtenus sur de nombreuses réalisations. Les ouvertures hydrauliques et thermiques obtenues avec les ouvertures filtrées sont représentatives du champ d'ouverture avec toutes les longueurs d'onde, à un pourcentage près qui a été calculé.
- BILAN DE LA PREMIÈRE PARTIE : on dispose d'un modèle hydro-thermique dans une fracture rugueuse sous hypothèses de lubrification, et on connaît les variations de ce comportement dans le cas d'une ouverture auto-affine et d'une ouverture limitée aux grandes longueurs d'onde.
- LIEN VERS PARTIE SUIVANTE : sur le terrain, dans un massif fracturé, comment appliquer un tel modèle hydro-thermique ?



## Deuxième partie

Reconstitution du comportement  
hydraulique ou hydro-thermique d'une  
formation géologique sous hypothèses  
de lubrification



- OBJECTIF : appliquer les modèles hydro-thermiques à l'échelle d'une formation fracturée.
- POUR CELA : étude du champ de température dans une fracture du sous-sol d'un site géothermique : Soultz-sous-Forêts. Autre cas d'étude : détermination de la perméabilité d'un massif fracturé, à Draix.





## CHAPITRE 3

### Application directe du modèle hydro-thermique sous hypothèses de lubrification au site géothermique de Soultz-sous-Forêts (Alsace, France)

- OBJECTIF : montrer l'influence de la morphologie sur la thermalisation d'un fluide dans le cas de la géothermie au sein d'un massif fracturé.
- POUR CELA : détermination des paramètres de la morphologie des fractures, vérification de l'applicabilité des modèles hydro-thermiques et application.

### 3.1 Description du site géothermique et de son but scientifique

#### 3.1.1 Présentation du site géothermique de Soultz-sous-Forêts

Soultz-sous-Forêts (Alsace, France) se situe sur la bordure ouest du graben du Rhin (Fig. 3.1). Cette commune se trouve dans le champ pétrolifère de Pechelbronn, exploité par sondages de la fin du 19<sup>e</sup> siècle à 1964. Ces sondages pétroliers ont révélé un fort gradient de température dans la couche de sédiments supérieure : environ 100°C/km observé jusqu'à 600 m. Ce fort gradient, interpolé, laissait espérer une température de 200° à 2 km de profondeur. Depuis 1984, de nombreux travaux et études ont été réalisés à Soultz-sous-Forêts (cf. Tab. 3.1) dans le but d'exploiter la géothermie. Le gradient de température, d'une valeur constante (100°C/km) jusqu'à environ 1 km de profondeur s'est cependant avéré plus faible au-delà, avec un gradient moyen de 28°C/km entre 1 km et 5 km (cf. Fig 3.2 et citations dans Gérard et al. [2006]). À 4.5-5 km de profondeur se trouve du granite fracturé à environ 200°C, où circule de la saumure (teneur en sel : 100 g/L). Ce site a été choisi comme site pilote en 2001 pour l'exploitation de la géothermie profonde en milieu fracturé.

Des études complémentaires ont été menées sur des sites similaires dans le monde (Fig 3.3). L'exploitation géothermique de ces sites repose sur la injection<sup>1</sup> de fluide à faible température dans le massif chaud, l'échange de chaleur entre le fluide et la roche puis le pompage du fluide réchauffé. Ceci nécessite une bonne connexion hydraulique entre les puits d'injection et de pompage. Le réseau naturel de fractures est en général insuffisant, car pas assez développé ou bien partiellement scellé (minéraux cristallisés à l'intérieur des fractures). Il s'agit donc d'améliorer le réseau de fractures ; pour cette raison, ce type de

---

<sup>1</sup>À Soultz-sous-Forêts, il s'agit en réalité de réinjection, car le fluide utilisé est la saumure qui circule naturellement en profondeur (note ajoutée sur suggestion d'Albert Genter a posteriori de la soutenance).

géothermie est aussi nommée EGS (Enhanced Geothermal System). À Soultz-sous-Forêts, la connexion hydraulique entre les puits d'injection GPK1, GPK3 et les puits de pompage GPK2 et GPK4 (Fig 3.1) a par exemple été améliorée par stimulation mécanique (injection de fluide sous pression qui provoque de la fracturation hydraulique) et chimique (injection de solutions acides ou autres) [Fritsch et al., 2007]. Depuis 2006, le site de Soultz est passé en phase d'exploitation et produit de l'électricité depuis 2008. Le fluide, qui circule en réseau fermé, est ré-injecté à une température d'environ 70°C dans GPK1 et GPK3 et est pompé dans GPK2 et GPK4 à une température d'environ 150-160°C en tête de puits [Genter et al., 2009]. Cette chaleur est convertie en électricité, puis distribuée par le réseau électrique général.

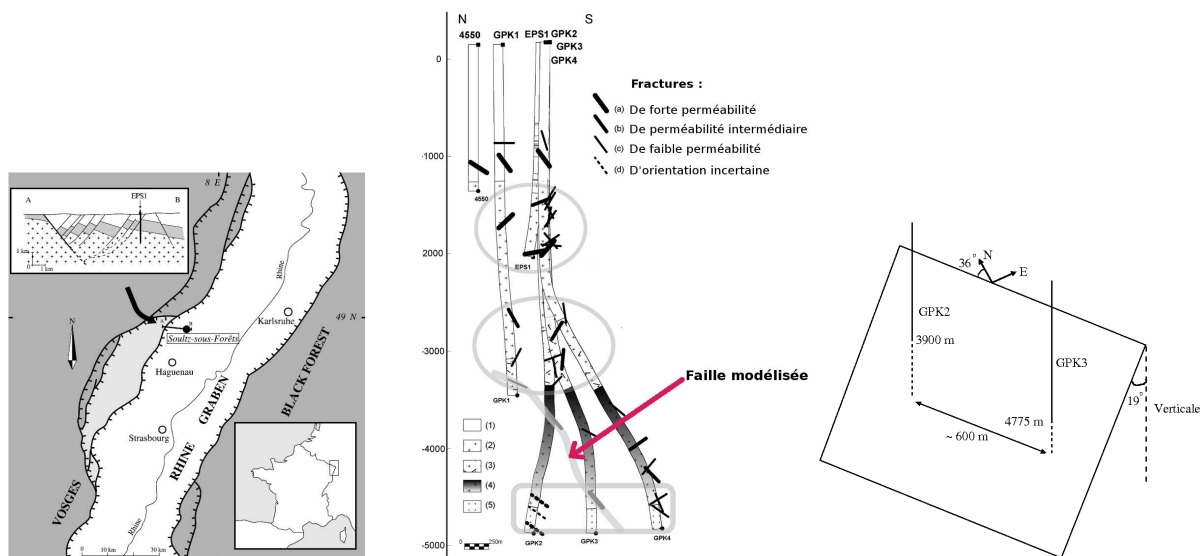


FIG. 3.1 – Gauche : situation géographique et géologique de Soultz-sous-Forêts d'après Dezayes et al. [1995] cité dans Evans et al. [2005]. Milieu : vue en coupe des puits forés à Soultz-sous-Forêts, d'après Dezayes et al. [2009]. Droite : orientation du plan de faille reliant GPK2 et GPK3.

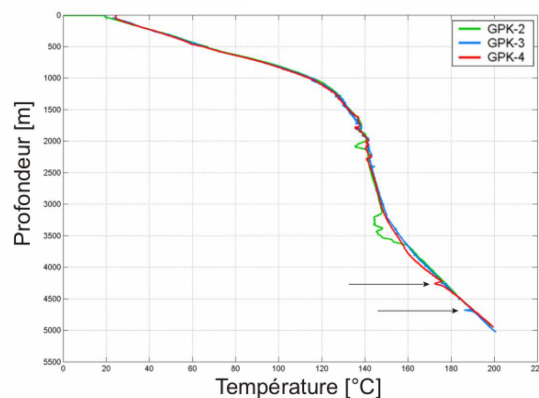


FIG. 3.2 – Profils de température à l'équilibre dans les puits GPK2, GPK3 et GPK4, d'après D. Teza/GEIE Soultz-sous-Forêts, figure présentée dans Baujard [2005].

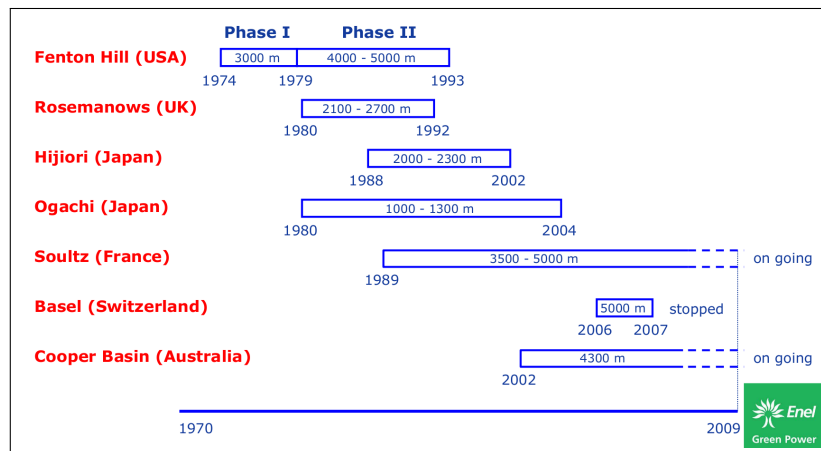


FIG. 3.3 – Lieux et périodes d’études de sites de géothermie profonde, d’après Cappetti [2009].

	Année	Étapes
<b>Étude de faisabilité</b>	1984	Première ébauche formelle du projet Soultz.
	1987	Forage du premier puits (GPK1) jusqu’à 2000 m.
	1990	Création d’un réseau de puits d’observation sismique de moyenne profondeur ( $\simeq 1500$ m) utilisant d’anciens puits de pétrole et exploration détaillée jusqu’à 2250 m par l’approfondissement et le carottage continu d’un puits pétrolier existant (EPS1).
<b>Forage de deux puits à profondeur moyenne Tests de circulation</b>	1992	Approfondissement de GPK1 à 3600 m ; température mesurée : 165°C.
	1995	Forage du second puits (GPK2) à 3878 m (distance horizontale entre les puits 450 m).
	1997	Test de circulation réussi (25 kg/s) entre les puits GPK1 et GPK2 sur une période de quatre mois (température de production 140°C).
<b>Développement par stimulation Tests de réservoirs profonds</b>	2000	Approfondissement de GPK2 à 5010 m ; température : 203°C. Stimulation de la section ouverte entre 4.5 km et 5 km.
	2001	Décision de construire un site pilote EGS à Soultz.
	2002	Forage à 5 km du puits GPK3, à proximité immédiate du GPK2. Distance horizontale en fond de puits GPK2-GPK3 environ 650 m.
	2003/2004	Stimulation de la section ouverte de GPK3 et essais de circulation entre GPK3 et GPK2. Forage à 4985 m du puits GPK4.
<b>Circulation et récupération de la chaleur géothermique. Construction de la centrale de production d’électricité.</b>	2004/2005	Stimulation de la section ouverte de GPK4, suivie d’essais de circulation entre le puits d’injection central GPK3 et les deux puits latéraux de production GPK2 et GPK4.
	2006	Amélioration des performances hydrauliques des puits (stimulation chimique).
	2006/2008	Production géothermique et génération électrique.

TAB. 3.1 – Temps forts du projet géothermique de Soultz-sous-Forêts, tableau modifié d’après Fritsch et al. [2007] et BRGM [2010].

### 3.1.2 Échange hydraulique et thermique dans les fractures

Le succès d'une installation de type EGS dépend essentiellement de l'efficacité des échanges hydrauliques et thermiques entre le fluide injecté et la roche fissurée. Le travail de recherche réalisé ici consiste à appliquer au site de Soultz-sous-Forêts la modélisation proposée dans la première partie (cf. p. 11).

Un des buts de l'étude est de déterminer le débit à appliquer lors de l'injection de fluide dans ce réseau de fractures. On souhaite récupérer le fluide à une température donnée. Cette température dépend du débit : si le débit est très faible, le fluide récupéré est certes très chaud (la conduction l'emporte sur la convection), mais la quantité de chaleur par unité de temps (puissance) est très faible. Au contraire, lorsque le débit est trop important, le fluide pompé n'a pu être réchauffé par la roche (la convection l'emporte sur la conduction) et la puissance n'est donc pas non plus maximale. Il existe donc un débit optimum qui maximise la puissance récupérée. Dans le cas où les deux puits seraient reliés par une fracture plane, non rugueuse (comme deux plaques parallèles), ce débit optimal pourrait être facilement calculé, à l'aide d'une loi reliant la température au débit (telle que celle p. 1.2), calculée à la distance du puits de pompage. Lorsque la fracture est rugueuse, obtenir une telle relation nécessite la modélisation.

Ce travail est présenté sous forme d'article (cf. section 3.2, p. 61), actuellement sous presse dans la revue *Comptes Rendus Geoscience*. En particulier, on considère dans ce travail l'écoulement entre les deux puits GPK2 et GPK3, distants de 600-700 m à environ 5 km de profondeur, dont la connexion hydraulique est assurée majoritairement par une faille sub-v verticale (pendage 71°O, azimuth N144°E) [Sausse et al., 2008, Dezayes et al., 2009]. Cette zone de faille, de hauteur et largeur proches de 3 km, a une épaisseur d'environ 10 cm, et serait constituée de très nombreuses petites fractures (communication personnelle de A. Genter et R. Jung, 2008). L'ouverture de ces petites fractures, entre 0.1 et 10 mm, peut être estimée d'après les mesures réalisées dans le puits voisin, EPS1 [Sausse, 2002, Genter and Traineau, 1996]. Étant donné le très grand nombre de fractures et la variabilité des ouvertures, on simplifie la modélisation en considérant une seule grande fracture. L'ouverture moyenne choisie pour cette grande fracture est de 3.6 mm, avec un écart-type ( $\sigma$ ) de 1.23 mm, et une extension de  $680 \times 1370 \text{ m}^2$ . Une ouverture auto-affine avec ces propriétés est générée de manière aléatoire, ainsi qu'expliqué dans le chapitre 1. Le calcul du flux hydraulique et du champ de température est réalisé comme décrit dans le chapitre 1. Le dimensionnement de la pression est effectué de sorte à avoir un gradient de pression de  $10^{-2} \text{ bar/m}$ , ce qui mène à des vitesses hydrauliques de l'ordre de 3.6 m/s. Pour dimensionner le champ de température, on suppose que le fluide est injecté à 60°C et que la température de la roche est de 200°C.

La modélisation complète avec une fracture auto-affine suppose que l'on connaisse les détails de la morphologie. Ceci est impossible en pratique pour une fracture souterraine, a fortiori de grande taille. On suppose donc connaître seulement les longueurs d'onde de l'ordre de la taille de la fracture, ce qui est un cas particulier de l'étude réalisée chapitre 2. On observe que la rugosité de la fracture implique potentiellement une chenalisation du fluide qui réduit l'efficacité du transfert thermique entre la roche et le fluide, et que la seule connaissance des grandes longueurs d'onde permet effectivement de bien rendre compte des comportements hydrauliques et thermiques.

3.2 Article sous presse *Comptes Rendus - Geoscience*

G Model  
CRAS2A-2834; No of Pages 10

ARTICLE IN PRESS

C. R. Geoscience xxx (2010) xxx–xxx



Contents lists available at ScienceDirect

Comptes Rendus Geoscience

www.sciencedirect.com



Surface geosciences (Hydrology–hydrogeology)

## Fracture roughness and thermal exchange: A case study at Soultz-sous-Forêts

*Rugosité de fracture et échange thermique : étude de cas à Soultz-sous-Forêts*

Amélie Neuville<sup>a,\*,b</sup>, Renaud Toussaint<sup>a,b</sup>, Jean Schmittbuhl<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup> UMR CNRS 7516, institut de physique du globe de Strasbourg, 5, rue Descartes, 67084 Strasbourg cedex, France

<sup>b</sup> EOST, université de Strasbourg, Strasbourg, France

### ARTICLE INFO

#### Article history:

Received 11 November 2008

Accepted after revision 17 March 2009

Available online xxx

Written on invitation of the  
Editorial Board

#### Keywords:

Fracture  
Roughness  
Lubrication  
Heat exchange  
Soultz-sous-Forêts  
France

#### Mots clés :

Fracture  
Rugosité  
Lubrification  
Échange de chaleur  
Soultz-sous-Forêts  
France

### ABSTRACT

Heat exchange during laminar flow in an open fracture is studied numerically on the basis of the Stokes equation in the limit of hydrothermal lubrication. We examine the influence of fracture roughness on hydraulic permeability and heat flux through the fracture sides when a cold fluid is injected into a homogeneous hot host rock. Spatial temperature fluctuations inside the fluid are studied assuming the temperature of the rock to be constant and the fracture aperture to be self-affine. An application to the case study at the deep geothermal reservoir of Soultz-sous-Forêts, France, is presented. Finally, a thermal model based on sparse spatial information of the geometrical aperture is successfully proposed to reproduce the response of the fracture.

© 2009 Académie des sciences. Published by Elsevier Masson SAS. All rights reserved.

### RÉSUMÉ

L'échange de chaleur en régime laminaire est étudié numériquement dans une fracture ouverte sur la base de l'équation de Stokes, dans la limite de l'hypothèse de lubrification hydrothermique. Nous observons l'influence de la rugosité sur la perméabilité hydraulique, ainsi que sur le flux de chaleur à travers les parois de la fracture, quand un fluide froid est injecté dans une roche mère ayant une température chaude homogène. Les fluctuations de la température du fluide sont étudiées en supposant que la température de la roche est constante et la fracture auto-affine. Une application au cas d'étude du réservoir de géothermie profonde à Soultz-sous-Forêts, France, est présentée. Finalement, nous proposons un modèle thermique basé sur la connaissance spatiale réduite de l'ouverture géométrique, qui reproduit bien la réponse de la fracture.

© 2009 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Tous droits réservés.

### 1. Introduction

Modeling of the fluid transport in low permeable crustal rocks is of central importance for many applications

(Neuman, 2005). Among them is the monitoring of the geothermal circulation in the project of Soultz-sous-Forêts, France, (Bachler et al., 2003) where the heat exchange especially occurs through open fractures in granite (Gérard et al., 2006).

Numerous hydrothermal models have already been proposed. For simple geometries, some analytical solutions are known: e.g., the cases of parallel plates (Turcotte and

\* Corresponding author.

E-mail address: amelie.neuville@eost.u-strasbg.fr (A. Neuville).

Schubert, 2002) or flat cylinders (Heuer et al., 1991). More complex models exist as well like the models of three-dimensional (3D) networks of fractures reproducing geological observations and possibly completed with stochastic distributions of fractures (e.g. in Soultz-sous-Forêts, France, (Gentier, 2005; Rachez et al., 2007) or in Rosemanowes, UK (Kolditz and Clauser, 1998)). Nevertheless, the geometry of each fracture is generally simple. Kolditz and Clauser (1998) have however suspected that differences between heat models and field observations could be due to channeling induced by the fracture roughness or the fracture network. Channeling of the fluid flow owing to fracture roughness has indeed already been experimentally observed and studied (Méheust and Schmittbuhl, 2000; Plouraboué et al., 2000; Schmittbuhl et al., 2008; Tsang and Tsang, 1998).

Here, we limit our study to the fracture scale and we will show only one example of thermal behavior, among other simulations we completed (Neuville et al., submitted). The specificity of our hydrothermal model is to take into account the different scale fluctuations of the fracture morphology. We aim at bringing out the main parameters, which control the hydraulic and thermal behavior of a complex rough fracture. The perspective is to propose a small set of effective parameters that could be introduced within simplified elements for an upscaled network model.

We first describe our geometrical model of the fracture aperture thanks to self-affine apertures. Then, using lubrication approximations, we obtain the bidimensional (2D) pressure and thermal equations when a cold fluid is injected through the fracture in a stationary regime. The temperature within the surrounding rock is supposed to be hot and constant in time and space. The fluid density is also supposed to be constant.

We apply our numerical model to the case study at Soultz-sous-Forêts and we show for this case an example of the computed hydraulic and thermal behavior. Finally, we aim at bringing out what is the minimal geometrical information needed to get the dominant behavior of the hydraulic and thermal fields. This last approach is based on spatial low pass Fourier filtering of the geometrical aperture field.

## 2. Modeling

### 2.1. Roughness of the fracture aperture

We consider that the mean fracture plane is described by the  $(\hat{x}, \hat{z})$  coordinates and the perpendicular direction is  $\hat{y}$  (Fig. 1) – where the hat notation refers to unit vectors along the  $(x, y, z)$  axis. It has been shown that a possible geometrical model of natural rough fractures consists in self-affine surfaces. A surface described by a function  $y = f(x, z)$  is self-affine if it is statistically invariant under the scaling transformation  $x \rightarrow \lambda x$ ,  $z \rightarrow \lambda z$  and  $y \rightarrow \lambda^\zeta y$ , where  $\zeta$  is called the roughness exponent or Hurst exponent. Such surfaces are therefore statistically invariant upon an isotropic scaling within their mean plane while along the perpendicular direction, the scaling is anisotropic (e.g. Brown and Scholz, 1985; Cox and Wang, 1993; Power et al.,

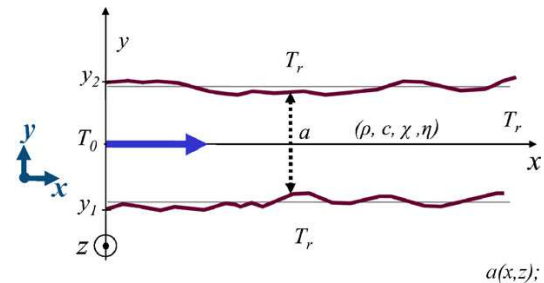


Fig. 1. Schematic fracture with variable aperture  $a(x, z)$ ;  $\rho$ ,  $c$ ,  $\chi$ ,  $\eta$  are respectively the following fluid properties: density, heat capacity, thermal diffusivity and dynamic viscosity.

Fig. 1. Schéma de fracture ayant une ouverture variable  $a(x, z)$ ;  $\rho$ ,  $c$ ,  $\chi$ ,  $\eta$  sont les propriétés respectives suivantes du fluide : densité, capacité thermique, diffusivité thermique et viscosité dynamique.

1987; Schmittbuhl et al., 1993, 1995). Most fracture surfaces in heterogeneous material exhibit a Hurst exponent equal to  $\zeta = 0.8$  (Bouchaud, 1997; Santucci et al., 2007; Schmittbuhl et al., 1993, 1995). Sandstone fractures, however, show  $\zeta = 0.5$  (Boffa et al., 1998; Méheust, 2002).

It is important to note that a self-affine surface having a roughness exponent smaller than one is asymptotically flat at large scales (Roux et al., 1993). Accordingly, the self-affine topography can be seen as a perturbation of a flat interface. When the lubrication approximation (Pinkus and Sternlicht, 1961) holds, in particular with smooth enough self-affine perturbations or highly viscous fluid, only the local aperture controls the flow and not the local slope of the fracture. The accuracy of the lubrication approximation, compared to the full Navier-Stokes resolution, was studied in Al-Yaarubi et al. (2005). Under this assumption, the only required geometrical input is the aperture field (also called the geometrical aperture); there is no need to know the geometry of each facing fracture surfaces. The aperture between two uncorrelated self-affine fracture surfaces having the same roughness exponent is as well self-affine (Méheust and Schmittbuhl, 2003). Thus, we generate the numerical apertures by using self-affine functions.

Several independent self-affine aperture morphologies can be generated with the same roughness exponent chosen equal to  $\zeta = 0.8$ . They exhibit various morphology patterns according to the chosen seed of the random generator (Méheust, 2002). The mean geometrical aperture  $A$  and the root-mean square deviation  $\sigma$  (RMS) of an aperture  $a(x, z)$  are defined as

$$A = \frac{\iint a \, dx dz}{l_x \cdot l_z} \quad \text{and} \quad (1)$$

$$\sigma^2 = \frac{\iint a^2 \, dx dz}{l_x \cdot l_z} - A^2 \quad (2)$$

with  $l_x$  the length and  $l_z$  the width of the fracture. To keep the boundary geometry of the domain as simple as possible, we do not allow any contact area (i.e. no local

aperture equal to zero). This is obtained by considering a large enough aperture average to get strictly positive aperture fields.

It has to be noted that our hydrothermal model can be applied to other geometrical models (i.e. different from a self-affine model), which might be more relevant depending on the geological context.

## 2.2. Physics of hydraulic flow

The hydraulic flow is obtained under the same hypotheses and solved in the same way as in Méheust and Schmittbuhl (2001). We use finite differences, and the system of linear equations is inverted using an iterative biconjugate gradient method (Press et al., 1992).

We impose a pressure drop across the system and study the steady state flow of a Newtonian fluid at low Reynolds number, so that the viscous term dominates the inertial one in the Navier-Stokes equation (Batchelor, 2002; Stokes, 1846):

$$\vec{\nabla} P = \eta \Delta \vec{u}^{3D} \quad (3)$$

where  $\eta$  is the dynamic viscosity,  $u^{3D}$  the velocity of the fluid and  $P$  is the pressure deviation from the hydrostatic profile (or the hydraulic head equal to the pressure corrected by the gravity effect). To be in the framework of the lubrication approximation (Pinkus and Sternlicht, 1961), we consider fractures with constant enough apertures together with a small Reynolds number. In doing so, the velocity vector of the fluid flow has negligible components normal to the mean fracture plane. We consider that the macroscopic pressure gradient is imposed along  $\hat{x}$ ;  $\hat{z}$  is therefore perpendicular to the mean flow direction. Accordingly, the fluid velocity follows a parabolic law (e.g. Iwai, 1976) (Fig. 2):

$$\vec{u}^{3D}(x, y, z) = \frac{\vec{\nabla}_2 P}{2\eta} (y - y_1)(y - y_2) \quad (4)$$

where  $y_1$  and  $y_2$  are the local fracture sides coordinates and  $\vec{\nabla}_2$  is the gradient operator in the fracture plane. The

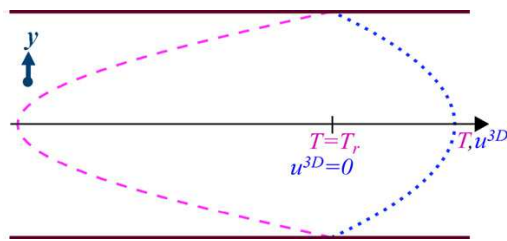


Fig. 2. Local velocity quadratic profile (dotted line) and temperature quartic profile (dashed line) inside a fracture across the aperture at the mesh scale. Along the fracture sides,  $u^{3D} = 0$  and  $T = T_r$ , and the roots of the polynomials given by Eqs. (4) and (8) are respected.

Fig. 2. Profil local parabolique de vitesse (ligne pointillée) et profil local quartique de température (ligne tiretée) dans la fracture, à travers l'ouverture. Le long des bords,  $u^{3D} = 0$  et  $T = T_r$ , et les racines des polynômes donnés par les Éqs. (4) et (8) sont respectées.

hydraulic flow through the fracture aperture follows a cubic law:

$$\vec{q}(x, z) = \int_a \vec{u}^{3D}(x, y, z) dy = -\frac{a^3}{12\eta} \vec{\nabla}_2 P \quad (5)$$

and the bidimensional (2D) velocity  $\vec{u}$  is defined from the average of the velocity  $\vec{u}^{3D}$  over the aperture with

$$\vec{u}(x, z) = \frac{1}{a(x, z)} \int_a \vec{u}^{3D}(x, y, z) dy = -\frac{a^2}{12\eta} \vec{\nabla}_2 P \quad (6)$$

Furthermore, considering the fluid to be incompressible, the Reynolds equation is obtained:  $\vec{\nabla}_2(a^3 \vec{\nabla}_2 P) = 0$ . As boundary conditions of this equation, we impose the pressure at the inlet and outlet of the fracture (if  $x = 0$ ,  $P = P_0$  and if  $x = l_x$ ,  $P = P_{lx}$ , with  $P_0 > P_{lx}$ ) and consider impermeable sides at  $z = 0$  and  $z = l_z$ .

## 2.3. Physics of thermal exchange

On the basis of a classical description (e.g. Ge, 1998; Turcotte and Schubert, 2002), we aim at modeling the fluid temperature when cold water is permanently injected at the inlet of a hot fracture at temperature  $T_0$ . As the conduction inside the rock is not taken into account (hypothesis of infinite thermal conduction inside the rock), the fracture sides are supposed to be permanently hot at the fixed temperature  $T_r$ . This hypothesis should hold for moderate time scales (e.g. minutes), after the fluid injection has stabilized, and before the rock temperature has significantly changed, or alternatively once the whole temperature bedrock is stabilized (which depends on the boundary condition of the entire region). For time scales implying evolution of the rock temperature, our model should be coupled to a model of the rock temperature evolution.

The fluid temperature is controlled by the balance between thermal convection and conduction inside the fluid, which reads (Landau and Lifchitz, 1994):  $\vec{u}^{3D} \cdot \vec{\nabla} T = \chi \Delta T$  where  $\chi$  is the thermal diffusivity of the fluid and  $T$  the fluid temperature. We extend the local lubrication approximation by considering that the slopes of the fracture morphology are small enough to limit the conduction only along the  $y$ -axis. We suppose that the leading terms are the conduction along the  $y$ -axis and the in-plane convection (since there is no fluid velocity component along  $y$ ). Indeed, the off-plane free convection has been shown to be negligible (its magnitude is of the order of km/year (Bataillé et al., 2006)). So, the previous equation reduces to:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{\vec{u}_x^{3D}}{\chi} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\vec{u}_z^{3D}}{\chi} \frac{\partial T}{\partial z} \quad (7)$$

where  $\vec{u}_x^{3D}$ ,  $\vec{u}_z^{3D}$  are the in-plane components of the fluid velocity. The fluid is supposed to be at rock temperature along the fracture sides, and sufficiently far from the inlet. When we integrate Eq. (7) along the fracture aperture, we assume that  $\beta = q_x(\partial T / \partial x) + q_z(\partial T / \partial z)$  is independent of  $y$ , where  $q_x$  and  $q_z$  are the in-plane component of  $\vec{q}$  defined in Eq. (5). Accordingly, we find that the temperature



solution has a quartic profile (Fig. 2) along the fracture aperture:<sup>1</sup>

$$T = -\frac{\beta}{2a^3\chi}(y-y_1)(y-y_2)(y-\sqrt{5}y_1)(y-\sqrt{5}y_2) + T_r \quad (8)$$

where  $y_1$  and  $y_2$  are the local fracture sides coordinates.

Similarly to what is done for the hydraulic flow, we solve the thermal equation by integrating it along the fracture aperture (following the lubrication approximation extended to the thermal field). In particular, when doing the balance of the energy fluxes, we express the advected free energy flux as  $\rho c \int_a u^{3D}(x, y, z) [T(x, y, z) - T_0] dy$ . Accordingly, we introduce:

$$\bar{T}(x, z) = \frac{\int_a u^{3D}(x, y, z) T(x, y, z) dy}{\int_a u^{3D}(x, y, z) dy} \quad (9)$$

which is an average of the temperature profile weighted by the local norm of velocity. We also use the Nusselt number  $Nu = \varphi_{if}/\varphi_{ref}$  which compares the efficiency of the heat flow along the fracture boundaries:

$$\varphi_r = \mp \chi \rho c \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=y_1, y_2} \quad (10)$$

to the mesoscopic heat flow at the fracture aperture scale without convection:  $\varphi_{ref} = \chi \rho c (T_r - \bar{T})/a$ . Using the polynomial expression of  $T$  (in Eq. (8)) and the definition of  $\bar{T}$ , we get  $\beta = 140\chi(T_r - \bar{T})/(17a)$  and  $Nu = 70/17$ . Eq. (7) leads then to:

$$\vec{q} \cdot \vec{\nabla}_2 \bar{T} + 2 \frac{\chi}{a} Nu (\bar{T} - T_r) = 0, \quad (11)$$

Boundary conditions are:  $\bar{T}(0, z) = T_0$  at the inlet and  $\bar{T}(l_x, z) = T_r$  at the outlet (with  $l_x$  large enough). Any boundary condition for the temperature along  $z = 0$  or  $z = l_z$  can be used as the hydraulic flow  $\vec{q}$  is null there.

We discretize this equation by using a first order finite difference scheme and finally get  $\bar{T}$  by inverting the system using a biconjugated gradient method (Press et al., 1992).

It is finally possible to get the three-dimensional temperature field  $T$  anywhere within the fluid by using the previous  $\beta$  expression and the quartic profile (Eq. (8)). Fig. 3 illustrates an example of temperature field at a given  $z = z_0$ ,  $T(x, y, z = z_0)$ , obtained in that way from a given bidimensional field  $\bar{T}$ . Along any given cut at  $x = x_0$ , the temperature (represented by the color scale) follows a quartic law (Fig. 2). The boundaries between the colors are isotherms.

<sup>1</sup> We compared our method to another algorithm based on a Lattice Boltzmann (LB) method, which does not reduce Navier-Stokes to a Stokes equation and does not hypothesize any lubrication approximation, in order to solve the velocity and temperature fields. The finite diffusivity of the rock is also taken into account. From those results, it appears that the analytical parabolic and quartic approximations (with the proper coefficients) of the respective fields are indeed consistent within a 5% error bar with the LB results.

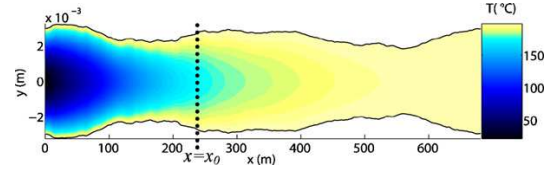


Fig. 3. Example of temperature  $T(x, y, z = z_0)$  inside a variable aperture between  $\pm a(x, y, z = z_0)/2$ , computed from  $\bar{T}$  shown in Fig. 7, at  $z = 700$  m. The color scale is linear.

Fig. 3. Exemple de température  $T(x, y, z = z_0)$  à travers l'ouverture variable, entre  $\pm a(x, y, z = z_0)/2$ , calculé d'après  $\bar{T}$  illustré Fig. 7, en  $z = 700$  m. L'échelle de couleur est linéaire.

#### 2.4. Definition of characteristic quantities describing the computed hydraulic and thermal fields

##### 2.4.1. Comparison to modeling without roughness

If we consider a fracture modeled by two parallel plates separated by a constant aperture  $A$ , then the gradient of pressure is constant all along the fracture as well as the hydraulic flow which is equal to:

$$\vec{q}_{//} = -\frac{\Delta P}{l_x} \frac{A^3}{12\eta} \hat{x} \quad (12)$$

where the subscript  $//$  is for parallel plate conditions and  $\Delta P = P_{lx} - P_0$ . Under these conditions, the analytical solution of Eq. (11) is:

$$\bar{T}_{//} = (T_0 - T_r) \exp\left(-\frac{x}{R_{//}}\right) + T_r \quad (13)$$

where  $R_{//}$  is a thermal length describing the distance at which the fluid typically reaches the temperature of the surrounding rock. We have:

$$R_{//} = \frac{A \|\vec{q}_{//}\|}{2Nu\chi} = -\frac{\Delta P}{l_x} \frac{A^4}{24\eta Nu\chi} = \frac{A Pe}{Nu} \quad (14)$$

where  $Pe$  is the Péclet number defined by  $Pe = \|\vec{q}_{//}\|/2\chi$ .  $Pe$  expresses the magnitude of the convection with respect to the conduction.

For rough fractures, we want to study whether the temperature profiles along  $x$  at a coarse grained scale can still be described by Eq. (13) and, if so, what is the impact of the fracture roughness on the thermal length  $R$ .

##### 2.4.2. Hydraulic aperture

The hydraulic flow can be macroscopically described using the hydraulic aperture  $H$  (Brown, 1987; Zimmerman et al., 1991), defined as the equivalent parallel plate aperture to get the macroscopic flow  $\langle q_x \rangle$  under the pressure gradient  $\Delta P/l_x$ :

$$H = \left\langle -q_x \frac{12\eta l_x}{\Delta P} \right\rangle^{1/3}, \quad (15)$$

where the quantity under bracket is the spatial average over  $x$  and  $y$ . Note that the hydraulic aperture  $H$  is an effective measure that can be estimated from hydraulic tests whereas the geometrical aperture  $A$  is deduced from a direct measurement of the fracture geometry. If  $H/A$  is

higher than 1, then the fracture is more permeable than parallel plates separated by  $A$ . Hydraulic apertures can also be defined locally as:

$$h(x, z) = \left( -q_x(x, z) \frac{12\eta l_x}{\Delta P} \right)^{1/3} \quad (16)$$

Local geometrical and hydraulic apertures are denoted here with small letters while the corresponding macroscopic variables (mean geometrical and hydraulic aperture) are in capital letters.

#### 2.4.3. Thermal aperture

For the thermal aspect, once  $\bar{T}$  is known, we aim at defining a thermal length  $R$  like in Eq. (13). To do that, we define  $\bar{T}$ , a  $z$ -average temperature which varies only along the forced gradient direction  $x$ , and weighted by the 2D fluid velocity  $u_x$  to fulfill energy conservation:

$$\bar{T}(x) = \frac{\int_{l_z} u_x(x, z) \bar{T}(x, z) dz}{\int_{l_z} u_x(x, z) dz} \quad (17)$$

Then, based on the flat plate temperature solution (Eq. (13), we do a linear fit of  $\ln[(\bar{T} - T_r)/(T_0 - T_r)]$  plotted as a function of  $x$ , and we use the slope of this fit to get the characteristic thermal length  $R$ . This fit is computed over the zone where the numerical precision of the fitted quantities is sufficient (larger than  $\ln[2 \times 10^{-6}]$ ). Similarly to the parallel plate case (Eq. (14)), the thermal length  $R$  can be used to define a thermal aperture  $\Gamma$ :

$$R = -\frac{\Delta P}{l_x} \frac{\Gamma^4}{24\eta Nu \chi} \quad (18)$$

which means that a fracture modeled by parallel plates separated by a distance  $\Gamma$  provides the same averaged thermal behavior as the rough fracture of mean geometrical aperture  $A$ .

### 3. Case study at Soultz-sous-Forêts (France)

#### 3.1. Computation of apertures, hydraulic and thermal fields

Let us consider the GPK3 and GPK2 wells of the deep geothermal drilling near Soultz-sous-Forêts (France), which are separated by a distance of about 600 m at roughly 5000 m of depth. From hydraulic tests (Sanjuan et al., 2006), it has been shown that the hydraulic connection between both wells is relatively direct and straight. Sausse et al. (Sausse et al., 2008) showed that actually a fault is linking GPK3 (at 4775 m) to GPK2. This fault zone consists of a large number of clusters of small fractures (most apertures ranges around 0.1 mm) (Sausse et al., 2008) which probably lead to complex hydraulic streamlines and heat exchanges. We study here a simplified model of this connecting fault zone between the wells using one single rectangular rough fracture. The size of the studied fracture is  $l_x \times l_y = 680 \times 1370 \text{ m}^2$ . Individual fracture apertures are typically of the order of 0.2 mm (Genter and Jung, private communication) while the fracture zone is rather thicker (10 cm) (Sausse et al., 2008). To account for this variability of the fault zone aperture, we use a probabilistic model with the following

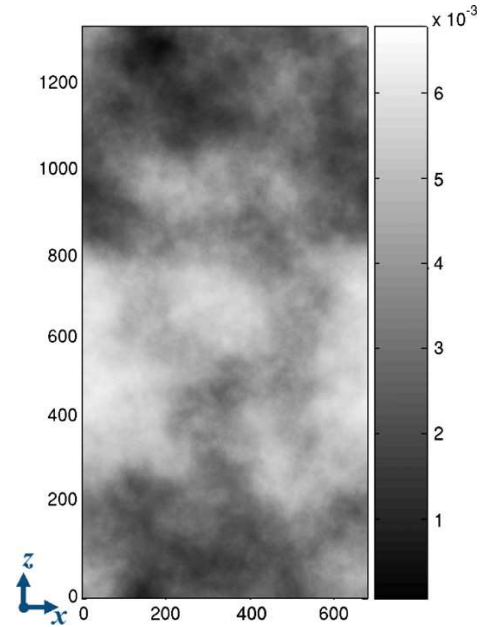


Fig. 4. Aperture field with mean aperture  $A = 3.60 \text{ mm}$  and variability of the aperture  $\sigma = 1.23 \text{ mm}$  ( $\sigma/A = 0.34$ ). The color bar represents the aperture in meters, the side units are plane spatial coordinates ( $x, z$ ), also in meters.

Fig. 4. Champ d'ouverture de moyenne  $A = 3.60 \text{ mm}$  et de RMS  $\sigma = 1.23 \text{ mm}$  ( $\sigma/A = 0.34$ ). La barre de couleur indique les valeurs d'ouverture en mètres et les valeurs sur les bords sont les coordonnées spatiales ( $x, z$ ), aussi en mètres.

macroscopic properties: a mean aperture  $A$  equal to 3.60 mm and its standard deviation to  $\sigma = 1.23 \text{ mm}$ . Fig. 4 shows an example of a self-affine aperture randomly generated with the required parameters.

With little knowledge about the pressure conditions along the boundaries of this model, we assume that the two facing sides along  $x$  of this rectangular fracture correspond to the inlet and outlet of the model where the pressure is homogeneous, respectively  $P_0$  and  $P_h$ . In other words, we assume the streamlines to be as straight as possible between both wells.

The pressure gradient  $\Delta P/l_x$  is chosen as  $-10^{-2} \text{ bar/m}$ , which corresponds to about six bars between the bottom of both wells. The dynamic viscosity is chosen to be  $3 \times 10^{-4} \text{ Pa/s}$  (reference value for pure water at 10 Pa and  $100^\circ \text{C}$  in Spurk and Aksel (2008)). The Reynolds number rescaled with the characteristic dimensions of the fracture (Méheust and Schmittbuhl, 2001) is equal to  $Re' = (\rho u_x a^2)/(\eta l_x) = 0.026$  and the Péclet number is  $Pe = 3.8 \times 10^4$ .

Then, we solve the hydraulic flow in the fracture domain and obtain the 2D velocity field,  $\vec{u}$  defined in Eq. (6). Fig. 5 shows the spatial fluctuations of  $||\vec{u}||$ . For information, a parallel plate model separated by the chosen aperture  $A$  would predict a homogeneous fluid velocity of 3.6 m/s and a thermal length  $R_{||} = 33.3 \text{ m}$ . As we see in Fig. 5, the 2D velocity field exhibits interesting features: the fluid is rather immobile along the upper and lower borders of the fracture (close to  $z = 0$  and  $z = l_z$ ) while

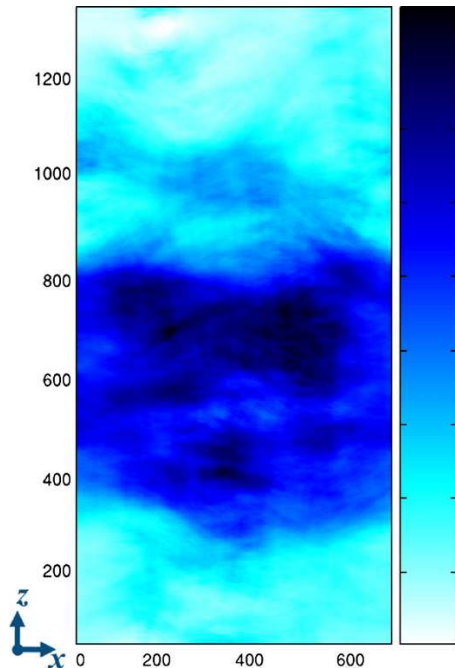


Fig. 5. Color map of  $u$ , the 2D velocity field norm in m/s. Dark areas correspond to very high velocity while light areas show static fluid. A linear pressure gradient is imposed between the left and right of the fracture. The spatial coordinates are in meters.

Fig. 5. Carte de  $u$ , la norme du champ de vitesse 2D en m/s. Les zones sombres correspondent à une forte vitesse tandis que les zones claires indiquent un fluide immobile. Un gradient de pression linéaire est imposé entre les bords gauche et droit de la fracture. Les coordonnées spatiales sont en mètres.

most of the fluid flows very quickly through a channel in the middle of the fracture.

The macroscopic hydraulic aperture is deduced from the local hydraulic flow estimate (Eq. (15)):  $H = 3.73$  mm, which is slightly higher than the mean mechanical aperture  $A = 3.60$  mm. Therefore, this fracture is more permeable than parallel plates separated by  $A$ . In other words, the fracture is geometrically thinner than what one would expect from the knowledge of  $H$  possibly inverted from an hydraulic test. However, the local hydraulic apertures  $h$  (Eq. (16)) range from nearly 0 to 5.43 mm (Fig. 6).

From the average estimate of the fluid velocity, we can go back to our approximation of a linear inlet, even if the fracture is not vertical and does not intersect the well on a very long distance. We might estimate this distance from the following argument. The flow rate observed at Soultz is about  $Q = 20$  L/s. Thus, using a velocity of about  $u = 3.6$  m/s and a fracture aperture equal to 3.6 mm implies that the well crosses such fractures over a cumulated length of about (neglecting the well radius):

$$L = \frac{Q}{uA} = \frac{20 \times 10^{-3}}{3.6 \times 3.6 \times 10^{-3}} \approx 1.5 \text{ m}$$

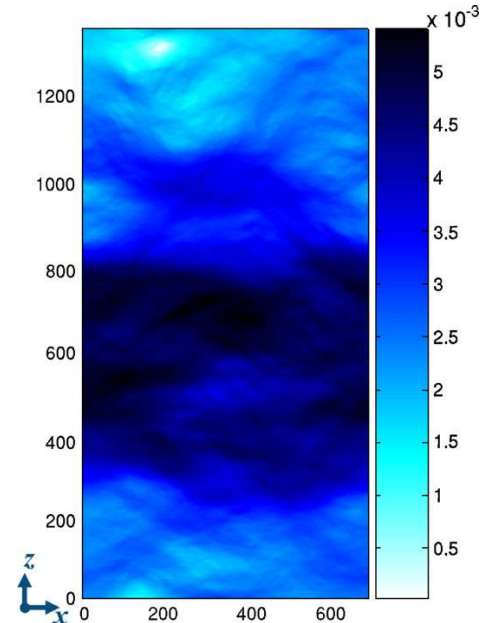


Fig. 6. Color map of the local hydraulic aperture in metres computed from the variable aperture and velocity field shown in Figs. 4 and 5. The spatial coordinates are in meters.

Fig. 6. Carte de l'ouverture hydraulique locale en mètres, calculée d'après le champ d'ouverture variable de la Fig. 4 et le champ de vitesse de la Fig. 5. Les coordonnées spatiales sont en mètres.

which is effectively much smaller than the boundary size. However, we expect the presence of connecting fractures between the well and the fault zone to be sufficiently permeable to define an effective linear inlet of constant effective pressure. All the results presented here are valid under any dimensioning which keeps the ratio  $l_w/R_{II}$  constant (here equal to 20.5): for instance, the results apply for  $l_w = 690$  m,  $A = 10$  mm and  $\Delta P/l_w = -1.7 \times 10^{-4}$  bar/m (using the same fluid parameters), which leads to a Poiseuille velocity of about 0.46 m/s.

As we see,  $\bar{T}$  is very inhomogeneous and also exhibits channeling. The chosen inlet temperature is  $T_0 = 60$  °C, the rock temperature is  $T_r = 200$  °C (Fig. 7) and the fluid diffusivity is  $\chi = 0.17$  mm<sup>2</sup>/s (corresponding to water at  $T = 100$  °C, from Taine et Petit (2003)). Note that the rock temperature will evolve over time in contrast to the one of our approximations. Indeed, the rock thermal diffusivity is about 1 mm<sup>2</sup>/s which is larger than the fluid diffusivity ( $\chi = 0.17$  mm<sup>2</sup>/s) but not sufficiently to be fully neglected.

However,  $\bar{T}$  is rather different from a parallel plate solution. Indeed, the solution is not invariant in  $\hat{z}$ . Different temperature profiles function of  $x$  are shown in Fig. 8. Two end-member types of behavior are plotted: temperature profiles at  $z = 960$  m (curve iv) and  $z = 700$  m (curve v). The temperature difference can be larger than 100 °C in the inlet region. Even rather far from the inlet, for example at  $x = 200$  m, the temperature difference can still be of the order of 17 °C (200.0 °C for  $z = 960$  m, and 183.4 °C for  $z = 700$  m). The temperature field  $T(x, y, z = 700$  m) for this

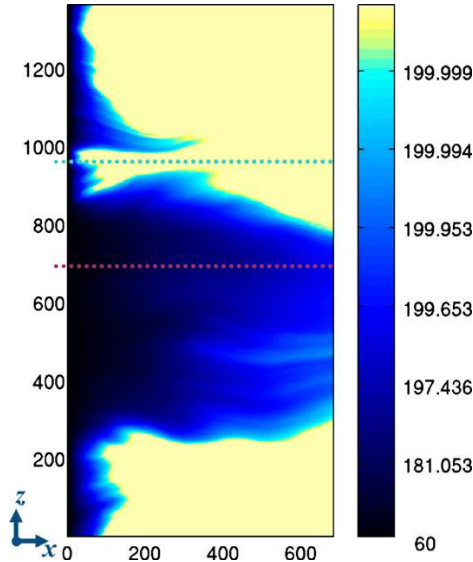


Fig. 7. Map of the averaged temperature field  $\bar{T}$  in Celsius degrees (°C). The color bar changes exponentially; thus small variations slightly below the temperature rock (200 °C) are highly visible. The dotted lines indicate the location of the profiles of temperature  $\bar{T}(x, z = z_0)$  shown in Fig. 8, for  $z = 960$  m and  $z = 700$  m. The spatial coordinates are in meters.

Fig. 7. Carte du champ de température moyennée  $\bar{T}$  en degrés Celsius (°C). L'échelle de couleur varie exponentiellement ; les petites variations en dessous de la température de la roche (200 °C) sont donc très visibles. Les lignes en pointillées indiquent la position des profils de température  $\bar{T}(x, z = z_0)$  montrés sur la Fig. 8, en  $z = 960$  m et  $z = 700$  m. Les coordonnées spatiales sont en mètres.

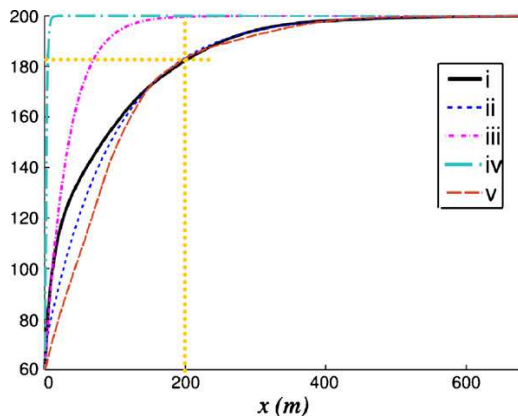


Fig. 8. Fluid 1D temperature in °C as function of  $x$ . The continuous curve (i) shows the computed temperature  $\bar{T}$ . The dashed curve (ii) is the fit of curve (i) with an exponential function. The dot dashed curve (iii) is the fluid 1D temperature by neglecting the self-affinity perturbation (inside flat parallel plates). The curves (iv) and (v) are the profiles of temperature  $\bar{T}(x, z = z_0)$  for respectively  $z = 960$  m and  $z = 700$  m (Fig. 7).

Fig. 8. Température 1D en degrés en fonction de  $x$ . La courbe continue (i) est le profil calculé  $\bar{T}$ . La courbe tirée (ii) est la régression de la courbe (i) avec une fonction exponentielle. La courbe (iii) est la température 1D obtenue en négligeant la perturbation auto-affine (modèle de plaques parallèles). Les courbes (iv) et (v) sont les profils de température  $\bar{T}(x, z = z_0)$  respectivement en  $z = 960$  m et  $z = 700$  m (Fig. 7).

set of parameters is shown in Fig. 3, where we see how the temperature evolves along the  $x$ -axis, away from the mean plane. Temperature profiles can be compared to the one obtained for a parallel plate model where plates are separated by the aperture  $A$  (curve iii) which reads from Eqs. (13) and (17):  $\bar{T}_{//} = \bar{T}_{//}$ .

Following this model (curve iii), the fluid should be at 199.7 °C at  $x = 200$  m. If we compare  $\bar{T}_{//}$  to the averaged observed temperature  $\bar{T}$  (defined in Eq. (13)) (Fig. 8, curve i), we see that  $\bar{T}_{//}$  is not representative of the end-member types of behavior. We model  $\bar{T}$  by using an adapted parallel law  $\bar{T}_{\text{mod}}$  (curve ii), which is an exponential law with a suitable thermal length  $R$ :

$$\bar{T}_{\text{mod}} = (T_0 - T_r) \exp\left(-\frac{x - x_0}{R}\right) + T_r \quad (19)$$

where  $R = 97$  m (i.e.  $2.9 \times R_{//}$ ) and  $x_0 = -10$  m. As we do a least square fit on a semi-log space to obtain the parameters  $R$  and  $x_0$ , the beginning of the fit in the linear-linear space is not accurate. We see that the distance between wells (600 m in our case study) is about six times larger than  $R$ . However, owing to channeling the fluid temperature will not necessarily be in full equilibrium with the rock temperature at the out well. The thermal aperture is equal to  $\Gamma = 4.7$  mm, which is rather different from the geometrical aperture  $A = 3.6$  mm. A larger thermal aperture (compared to the geometrical one) means an inhibited thermalization on average.

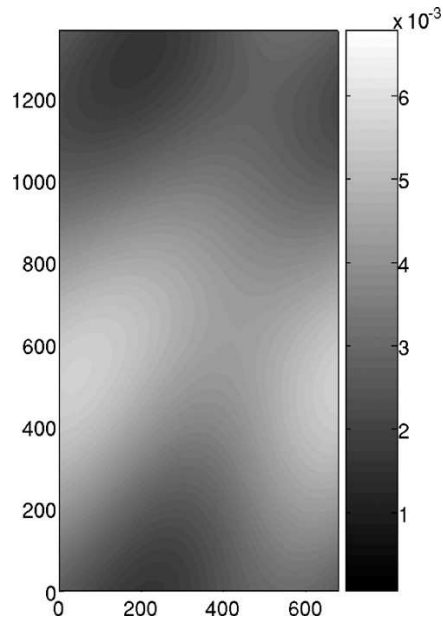


Fig. 9. Map of the coarse-grained fracture aperture in metres, obtained by a very low pass filtering of the aperture (Fig. 4) keeping only the zero and first Fourier modes along  $x$  and  $z$ . The spatial coordinates are in meters.

Fig. 9. Carte de l'ouverture géométrique à faible résolution spatiale, en mètres, obtenue en filtrant l'ouverture (Fig. 4), en ne gardant que la moyenne et les premiers modes de Fourier sur  $x$  et  $z$ . Les coordonnées spatiales sont en mètres.



## 3.2. Temperature estimation with few parameters

The knowledge of the spatial correlations rather than all the details of the geometrical aperture seems to be a key parameter to evaluate the hydraulic flow and the temperature of the fluid in a rough fracture. Indeed, the macroscopic geometrical aperture  $A$  brings too little information to characterize the heat exchange at the fracture scale. By contrast, it is impossible in particular for field measurements to know in detail the spatial variability of the local geometrical aperture  $A$ . Therefore, we propose to characterize the macroscopic geometrical properties with more than a single value, using several parameters describing the largest spatial variations. Numerically, it is possible to obtain them by filtering the fracture aperture field in the Fourier domain.

Fig. 9 shows the aperture field displayed in Fig. 4 once it has been filtered with the following criterion: only the Fourier coefficients fulfilling

$$\left(\frac{k_x}{2\pi}l_x\right)^2 + \left(\frac{k_z}{2\pi}l_z\right)^2 < 2^2 \quad (20)$$

are kept, where  $k_x$  and  $k_z$  are the wave vector coordinates along respectively the  $x$  and  $z$ -axes. Since the Fourier transform is discrete, it means that we only keep the Fourier components corresponding to the wave number  $(n_x, n_z) = (2\pi/k_x, 2\pi/k_z)$  in  $\{(0,0);(0,1);(1,0);(1,1)\}$  (i.e. the average  $A$  and the first Fourier modes along  $x$  and  $z$  are left).

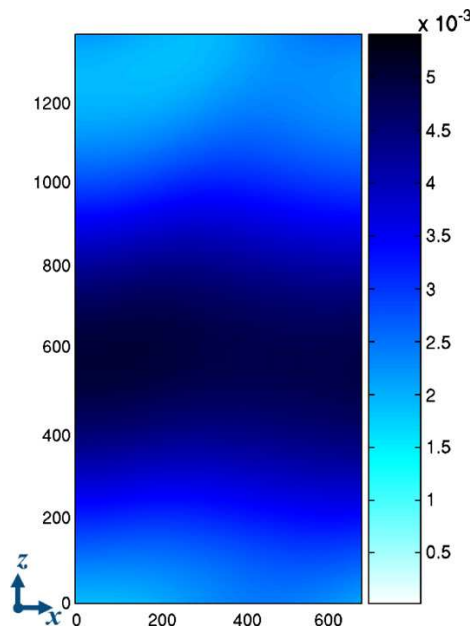


Fig. 10. Map of the local hydraulic aperture in meters, obtained from the filtered geometrical aperture shown in Fig. 9. This figure has to be compared to Fig. 6 (same color bar). The spatial coordinates are in meters.

Fig. 10. Carte de l'ouverture hydraulique en mètres obtenue d'après les ouvertures géométriques filtrées de la Fig. 9. Ce champ est comparable à celui de la Fig. 6 (même échelle de couleur). Les coordonnées spatiales sont en mètres.

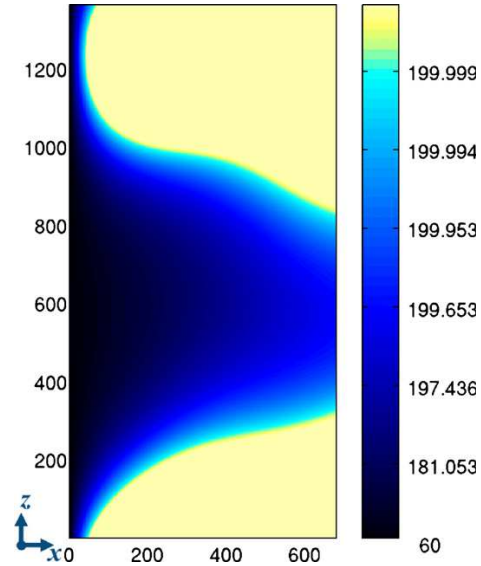


Fig. 11. Map of the temperature field obtained using the previous coarse-grained aperture and its corresponding hydraulic results (Figs. 9 and 10). The color scale is in °C and it changes exponentially. The spatial coordinates are in meters.

Fig. 11. Carte de température obtenue en utilisant les ouvertures filtrées et les résultats hydrauliques correspondant (Fig. 9 et 10). L'échelle de couleur, en °C, varie exponentiellement. Les coordonnées spatiales sont en mètres.

Let us assume that we only have these data available to evaluate the hydraulic flow and heat exchange. Using the same method and the same parameters as previously, we compute the pressure field corresponding to the filtered aperture field. In Fig. 10, we show the hydraulic aperture field we obtain. As we see, the high hydraulic aperture channel in the middle of the figure remains, while high frequency variations are removed. These large scale fluctuations of the hydraulic flow, computed from the knowledge of a very limited set of Fourier modes of the geometrical aperture, might be obtained from field measurements. Then, the corresponding temperature field shown in Fig. 11 is computed. The main features of the thermal field (Fig. 7) are still visible: the main channel is at the same position and the values are of the same order of magnitude. Despite small local differences, this substitution model gives a relevant description of what thermally happens.

## 4. Conclusions

We propose a numerical model to estimate the impact of the fracture roughness on the heat exchange at the fracture scale between a cold fluid and the hot surrounding rock. We assume the flow regime to be permanent and laminar. The numerical model is based on a lubrication approximation for the fluid flow (Reynolds equation). We also introduce a “thermal lubrication” approximation, which leads to a quartic profile of the temperature across the aperture. It is obtained by assuming that the in-plane convection is dominant with respect to the in-plane

conduction (i.e. high in-plane Péclet number). The lubrication approximation implies also that the off-plane convection is neglected; subsequently, the heat conduction initiated by the temperature difference between the rock and the fluid is supposed to be the major off-plane phenomenon.

Our model shows that the roughness of the fracture can be responsible for fluid channeling inside the fracture. In this zone of high convection, the heat exchange is inhibited, i.e., the fluid needs a longer transport distance to reach the rock temperature. Spatial variability of the temperature is characterized on average by a thermal length and a thermal aperture.

In this article, we illustrate our modeling by a case study at the geothermal reservoir of Soultz-sous-Forêts, France, with a rough aperture which leads to inhibited thermal exchanges owing to a strong channeling effect, in the sense that the characteristic thermal length in this stationary situation is longer in rough fractures than in flat ones with the same transmissivity. Qualitatively, this can be attributed to the localization of the flow inside a rough fracture: most of the fluid flows through large aperture zones at faster velocity than the average, which leads to longer thermalization distances.

We performed simulations for about 1000 other aperture fields (not illustrated here) compatible with the macroscopic observations, of the same type as shown here. A general property holds for all these aperture fields: the thermal exchanges are always inhibited in rough fractures, compared to a fracture modeled by parallel plates with the same macroscopic hydraulic transmissivity (Neuville et al., submitted) (same  $H$ ).

From the numerical solutions, we see that the mean geometrical aperture provides too little information to characterize the variability of the fluid flow and fluid temperature. In contrast, the knowledge of the dominant spatial variation of the geometrical aperture field (here obtained by keeping only the largest scale fluctuations using low pass Fourier filtering) provides interesting information about the spatial pattern of the hydraulic and thermal fields. The macroscopic spatial correlation of the aperture is shown to be an important parameter ruling the hydrothermal behavior. Note that we considered a self-affine model for the aperture roughness, but other types of geometrical descriptions of this roughness (given either by constraints from field measurements, or other kind of geometrical models), could be also considered using the type of simulations described here.

## Acknowledgements

We thank Albert Genter, Reinhard Jung Marion, Patrick Nami, Marion Schindler, Eirik G. Flekkøy, Stéphane Roux, Jose S. Andrade Jr. and Yves Méheust for fruitful discussions. This work has been supported by the EHDRA project, the REALISE program and the French Norwegian PICS project.

## References

- Al-Yaarubi, A.H., Pain, C.C., Grattoni, C.A., Zimmerman, R.W., 2005. Navier-Stokes simulations of fluid flow through a rock fracture,

- Dynamics of fluids and transport in fractured rock, AGU Monograph 162 ed. by B. Faybishenko, P.A. Witherspoon, and J. Gale, Amer. Geophys. Union, Washington, DC, pp. 55–64.
- Bachler, D., Kohl, T., Rybach, L., 2003. Impact of graben parallel faults on hydrothermal convection – Rhine graben case study. *Phys. Chem. Earth* 28, 431–441.
- Bataillé, A., Genthon, P., Rabinowicz, M., Fritz, B., 2006. Modeling the coupling between free and forced convection in a vertical permeable slot: Implications for the heat production of an Enhanced Geothermal System. *Geothermics* 35, 654–682.
- Batchelor, G.K., 2002. An introduction to fluid dynamics. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 615 p.
- Boffa, J.M., Allain, C., Hulin, J.P., 1998. Experimental analysis of fracture rugosity in granular and compact rocks. *Eur. Phys. J. Appl. Phys.* 2, 281–289.
- Bouchaud, E., 1997. Scaling properties of cracks. *J. Phys. Cond. Matter* 9, 4319–4344.
- Brown, S.R., 1987. Fluid flow through rock joints: the effect of surface roughness. *J. Geophys. Res.* 92, 1337–1347.
- Brown, S.R., Scholz, C.H., 1985. Broad bandwidth study of the topography of natural rock surfaces. *J. Geophys. Res.* 90, 12575–12582.
- Cox, B.L., Wang, J.S.Y., 1993. Fractal surfaces: measurement and application in earth sciences. *Fractal* 1, 87–115.
- Ge, S., 1998. Estimation of groundwater velocity in localized fracture zones from well temperature profiles. *J. Volcanol. Geothermal Res.* 84, 93–101.
- Gentier, S., Rachez, X., Dezayes, C., Hosni, A., Blaisonneau, A., Genter, A., Bruel, D., 2005. Thermohydro-mechanical modelling of the deep geothermal wells at Soultz-sous-Forêts, Proceedings of EHDRA scientific conference.
- Gérard, A., Genter, A., Kohl, T., Lutz, P., Rose, P., Rummel, F., 2006. The deep EGS (Enhanced geothermal System) project at Soultz-sous-Forêts (Alsace, France). *Geothermics* 35, 473–483.
- Heuer, N., Küpper, T., Windelberg, D., 1991. Mathematical model of a Hot Dry Rock system. *Geophys. J. Int.* 105, 659–664.
- Iwai, K., 1976. Fundamental Studies of Fluid Flow through a single fracture, Ph.D. Thesis, University of California, Berkeley.
- Kolditz, O., Clauser, C., 1998. Numerical simulation of flow and heat transfer in fractured crystalline rocks: application to the hot dry rock site in Rosemanowes (U.K.). *Geothermics* 27, 1–23.
- Landau, L., Lifchitz, E., 1994. Physique théorique mécanique des fluides, 3rd Ed. Ed. MIR-Ellipses, Paris, France, 280 p.
- Méheust, Y., 2002. Écoulements dans les fractures ouvertes, Ph.D. thesis Université Paris Sud.
- Méheust, Y., Schmittbuhl, J., 2000. Flow enhancement of a rough fracture. *Geophys. Res. Lett.* 27, 2989–2992.
- Méheust, Y., Schmittbuhl, J., 2001. Geometrical heterogeneities and permeability anisotropy of rough fractures. *J. Geophys. Res.* 106, 2089–2102.
- Méheust, Y., Schmittbuhl, J., 2003. Scale effects related to flow in rough fractures, *PAGEOPH* 160, 1023–1050.
- Neuman, S., 2005. Trends, prospects and challenges in quantifying flow and transport through fractured rocks. *Hydrogeol. J.* 13, 124–147.
- Neuville, A., Toussaint, R., Schmittbuhl, J., Hydrothermal coupling in a self-affine rough fracture, submitted to PRE (2010).
- Pinkus, O., Sternlicht, B., 1961. Theory of hydrodynamic Lubrication, Mc Graw-Hill, New York, 465 p.
- Plouraboué, F., Kurowski, P., Boffa, J.M., Hulin, J.P., Roux, S., 2000. Experimental study of the transport properties of rough self-affine fractures. *J. Contaminant Hydrology* 46, 295–318.
- Power, W.L., Tullis, T.E., Brown, S.R., Boitnott, G.N., Scholz, C.H., 1987. Roughness of natural fault surfaces. *Geophys. Res. Lett.* 14, 29–32.
- Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T., Flannery, B.P., 1992. Numerical Recipes. Cambridge University Press, New York, USA, 994 p.
- Rachez, X., Gentier, S., Blaisonneau, A., 2007. Current status of BRGM modeling activities at the Soultz EGS reservoir: hydro-mechanical modeling of the hydraulic stimulation tests and flow and transport modelling of the in-situ tracer test, proceedings of EHDRA scientific conference.
- Roux, S., Schmittbuhl, J., Vilotte, J.P., Hansen, A., 1993. Some physical properties of self-affine rough surfaces. *Europhys. Lett.* 23, 277–282.
- Sanjuan, B., Pinault, J.L., Rose, P., Gérard, A., Brach, M., Braibant, G., et al., 2006. Tracer testing of the geothermal heat exchanger at Soultz-sous-Forêts (France) between 2000 and 2005. *Geothermics* 35, 622–653.
- Santucci, S., Måløy, K.J., Delaplace, A., Mathiesen, J., Hansen, A., Haavik Bakke, J.O., Schmittbuhl, J., Vanel, L., Ray, P., 2007. Statistics of fracture surfaces, *Physical Review E* 75, 016104 6p.
- Sausse, J., Dezayes, C., Genter, A., Bisset, A., 2008. Characterization of fracture connectivity and fluid flow pathways derived from geological

G Model  
CRAS2A-2834; No of Pages 10

## ARTICLE IN PRESS

10

A. Neuville et al./C. R. Geoscience xxx (2010) xxx–xxx

- interpretation and 3D modelling of the deep seated EGS reservoir of Soultz (France), Proceedings, thirty-third workshop on Geothermal Reservoir Engineering, Stanford, California.
- Schmittbuhl, J., Gentier, S., Roux, S., 1993. Field measurements of the roughness of fault surfaces. *Geophys. Res. Lett.* 20, 639–641.
- Schmittbuhl, J., Schmitt, F., Scholz, C., 1995. Scaling invariance of crack surfaces. *J. Geophys. Res.* 100, 5953–5973.
- Schmittbuhl, J., Steyer, A., Jouniaux, L., Toussaint, R., 2008. Fracture morphology and viscous transport. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* 45, 422–430.
- Spurk, J.H., Aksel, N., 2008. *Fluid Mechanics*, 2nd Ed. Springer, Berlin, Germany, 516 p.
- Stokes, G.G., 1846. On the theories of the internal friction of fluids in motion, and of the equilibrium and motion of elastic solids. *Trans. Cambr. Phil. Soc* 8, 287–319.
- Taine, J., Petit, J.P., 2003. *Transferts thermiques*, 3rd Ed. Dunod, Paris, France, 449 p.
- Tsang, Y.W., Tsang, C.F., 1998. Flow channeling in a single fracture as a two-dimensional strongly heterogeneous permeable medium. *Water Resour. Res.* 25, 2076–2080.
- Turcotte, D.L., Schubert, G., 2002. *Geodynamics*, 2nd Ed. Cambridge University Press, Cambridge, UK, pp. 262–264.
- Zimmerman, R.W., Kumar, S., Bodvarsson, G.S., 1991. Lubrication Theory Analysis of Rough-Walled Fractures. *Int. J. Rock. Mech.* 28, 325–331.

Please cite this article in press as: Neuville A, et al. Fracture roughness and thermal exchange: A case study at Soultz-sous-Forêts. *C. R. Geoscience* (2010), doi:[10.1016/j.crte.2009.03.006](https://doi.org/10.1016/j.crte.2009.03.006)

### 3.3 Discussion de l'approche choisie

L'utilisation du modèle hydrothermique est très directe ; peu d'informations morphologiques sur la géométrie de la zone majeure de fractures ont été utilisées. En supposant que l'échangeur peut être modélisé par une grande faille, la modélisation proposée ici pourrait être améliorée grâce à une meilleure connaissance des caractéristiques spatiales de cette faille. Notamment, la connaissance des grandes longueurs d'onde de l'ouverture serait importante. En particulier, connaître les variations spatiales de l'ouverture permettrait d'établir une courbe de la température du fluide pompé en fonction de la pression d'injection spécifique à Soultz-sous-Forêts.

On peut aussi se poser la question de proposer une modélisation du comportement hydro-thermique en déterminant plus précisément la morphologie des fractures, comme ce sera fait plus loin pour Draix, en disposant des carottes géologiques. Cependant, à Soultz-sous-Forêts, la connectivité du réseau est essentiellement assurée par une grande structure où existent de multiples petites fractures (communication personnelle de A. Genter et R. Jung, 2008 et Dezayes et al. [2009]). Le réseau de petites fractures a probablement des propriétés non continues, donc il ne serait pas justifié d'interpoler avec ce qui est observé au puits.

Dans cette modélisation, on a supposé le fluide injecté et pompé tout au long d'une ligne, sur la largeur de la fracture, ce qui impose un gradient macroscopique linéaire. D'autres formes de flux hydrauliques dans le sous-sol sont théoriquement possibles, comme illustrés par la figure 3.4. Cependant, les nombreuses fractures peuvent très rapidement modifier la forme des lignes de courant, et il est donc en pratique difficile de prévoir l'allure des lignes de courant. Dans le cas d'une bonne connectivité au voisinage des têtes de puits (en pratique, assurée par les nombreuses stimulations), on peut espérer que le flux, radial en tête de puits, devienne linéaire après une courte distance.

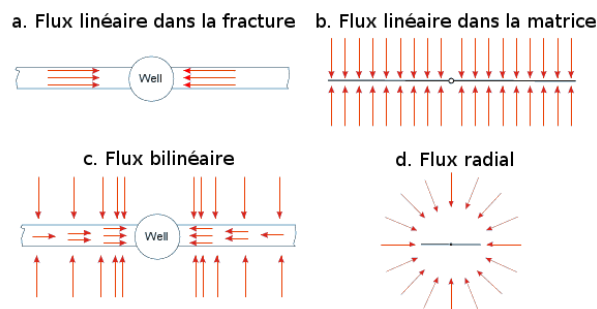


FIG. 3.4 – Différents types de flux hydrauliques, d'après Ortiz et al. [2007].

<sup>2</sup>Le choix de modéliser l'échangeur hydro-thermique par une unique fracture est en réalité une hypothèse assez forte, car le milieu présente de nombreuses petites fractures (e.g. Genter and Traineau [1996], Sausse [2002]). L'écoulement et les échanges de chaleurs au sein d'une unique fracture de grande ouverture diffèrent localement de celui qui a lieu au sein d'un réseau constitué de multiples fractures. Une première approche est de considérer des paramètres effectifs pour le débit hydraulique et le flux de chaleur, avec un milieu fictif équivalent [Hayashi et al., 1999], comme une fracture unique de forme simple (ex. bords

<sup>2</sup>Paragraphe ajouté a posteriori de la soutenance, sur suggestion de François Cornet.



plans parallèles). La complexité de la zone peut ensuite être abordée de plusieurs manières : ou bien multiplier les fractures à géométrie simples en considérant un réseau de fractures [Brueel and Cacas, 1992, Brueel, 1995, Kohl and Hopkirk, 1995, Kohl et al., 1995, Jupe et al., 1995, Hayashi et al., 1999, Kolditz and Clauser, 1998, Watanabe and Takahashi, 1995] ou bien complexifier la forme de la fracture. Dans les deux cas, on obtient une perméabilité et un flux de chaleur variables localement. L'idéal est de combiner les deux approches en proposant un modèle de réseau de fractures avec des paramètres hydrauliques et thermiques qui tiennent compte de la géométrie complexe des fractures. Ceci peut être réalisé en conservant une géométrie de fracture simple (bords plans parallèles), mais avec une ouverture géométrique différente de l'ouverture hydraulique, afin de considérer l'effet de la rugosité. Ces ouvertures hydrauliques pourraient ensuite être associées aux ouvertures thermiques (qui régissent les échanges de chaleur), avec la relation linéaire obtenue avec des fractures rugueuses dans le chapitre 1, p. 27 :  $\Gamma = 0.9H + 0.2A$  si  $H < A$  et  $\Gamma = 3.5H - 2.4A$  si  $H \geq A$ . Ceci permettrait de tenir compte de la chenalisation du fluide à l'échelle du réseau, et de la fracture. Comme il est cependant impossible – avec les moyens techniques actuels – d'identifier et de caractériser toutes les fractures présentes à 4–5 km qui interviennent dans l'échangeur, un aspect stochastique resterait présent dans ce modèle, nécessitant son calage avec des données.

- BILAN DU CHAPITRE : on a appliqué directement le modèle hydro-thermique dans une fracture auto-affine ou filtrée, comme proposé en I. On a observé que la température d'exploitation de Soultz dépend de la morphologie de l'ouverture.
- LIEN VERS CHAPITRE SUIVANT : peut-on proposer une modélisation qui prenne plus en considération les spécificités morphologiques des fractures in-situ d'une formation ?

## CHAPITRE 4

### Modélisation du comportement hydraulique de la formation fracturée de Draix (Alpes, France)

- OBJECTIF : déterminer la perméabilité du massif fracturé de Draix
- POUR CELA : déterminer la morphologie typique des fractures, et choisir un modèle hydraulique aussi simple que possible, approprié à cette morphologie.

#### 4.1 Description du site et de son intérêt scientifique

##### 4.1.1 Introduction

Dans plusieurs régions des Alpes, localisées sur la carte Fig. 4.1 [Descroix and Mathys, 2003], soit une surface d'environ 2000 km<sup>2</sup> [Mura et al., 1988], affleurent des marnes noires datant du Jurassique, nommées “Terres noires”. Celles-ci sont extrêmement sensibles à l'érosion (taux de dénudation de 6 à 20 mm par an, soit des valeurs d'ablation de plus de 100 t par hectare et par an) (Oostwoud Wijdenes and Ergenzinger [1998], Descroix and Claude [2002]), formant des reliefs ravinés appelés roubines. Ces paysages, dit de “bad-lands”, présentent de nombreux petits bassins hydrographiques, qui subissent des crues soudaines et dévastatrices avec un fort transport de sédiments, ainsi que des glissements de terrain [Antoine et al., 1995]. Le site de Draix (Alpes-de-Haute-Provence, France – voir carte Fig. 4.2) a été choisi comme Observatoire de Recherche en Environnement (ORE) afin de mieux comprendre les processus hydrologiques et érosifs en montagne. Cinq bassins sont en particulier étudiés depuis une vingtaine d'années : Laval (86 ha), Brusquet (108 ha), Francon (78 ha), Moulin (8 ha) et Roubine (0.13 ha) [Mura et al., 1988, Mathys et al., 1996]. Les hauteurs de pluies, débits, la quantité de sédiments transportés par charriage et en suspension, les types de sédiments et topographie des bassins y sont notamment bien connus (e.g. Mura et al. [1988], Cambon [1990], Mathys et al. [1996], Oostwoud Wijdenes and Ergenzinger [1998], Raclot et al. [2005]). Afin de mieux caractériser le sous-sol et de mieux comprendre le comportement hydrologique des marnes, cinq puits ont également été forés sur une interfluve stable (zone qui n'a pas encore connu de glissement de terrain), entre les bassins de Laval et du Moulin (Fig. 4.4 ci-dessous, ainsi que Fig. 1 de l'article “Draix 1”, p. 84), dont un sondage carotté de 25 m de profondeur.

L'objectif de ce chapitre est d'étudier les carottes de ce forage afin de caractériser quantitativement la géométrie des fractures et de déduire la perméabilité du massif fracturé de Draix.

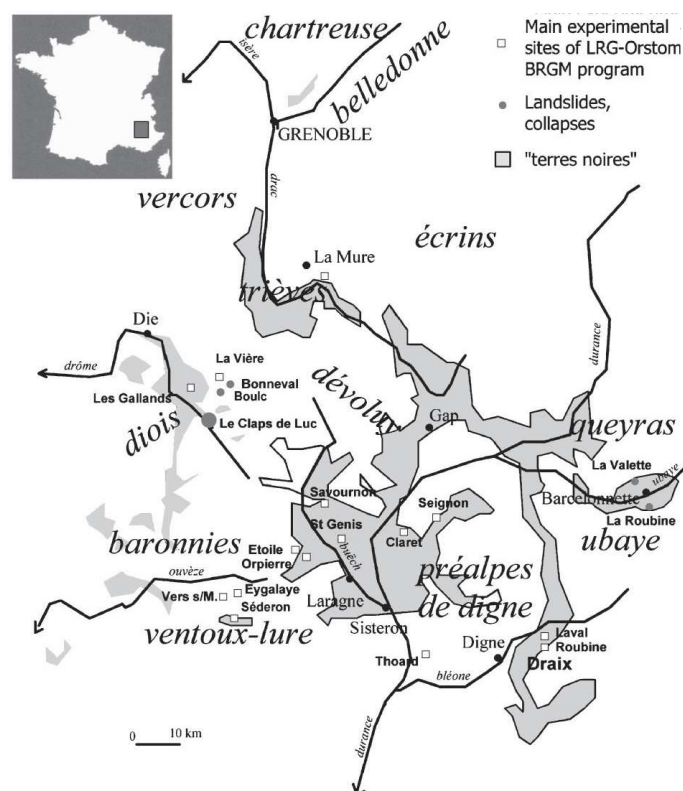


FIG. 4.1 – Emplacement des “Terres Noires” dans les Alpes françaises, d’après Descroix and Mathys [2003].

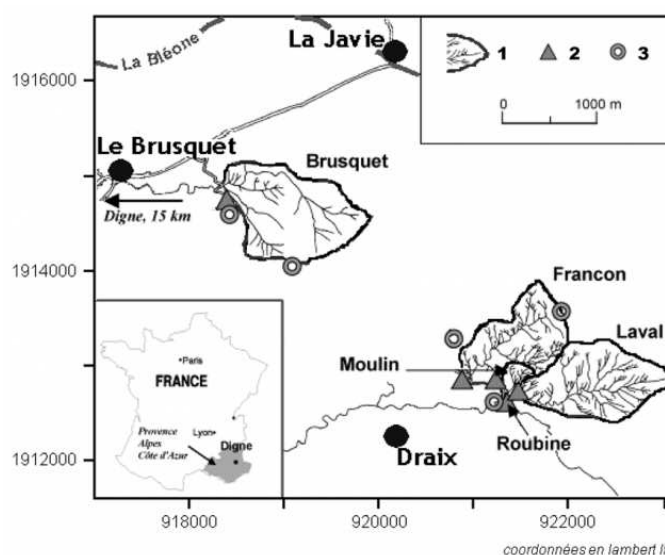


FIG. 4.2 – Carte des bassins et exemple de leur instrumentation. 1 : Bassins expérimentaux et réseaux de drainage ; 2 : Mesures de débit ; 3 : Pluviographes. D’après le Cemagref, in Raclot et al. [2005].

### 4.1.2 Analyse du rôle des fluides dans les déclenchements de glissements de terrain

Il est communément observé que les fortes pluies ou la fonte massive et rapide des neiges engendrent des glissements de terrain. Quels sont donc les mécanismes possibles impliqués par l'eau dans le déclenchement des glissements de terrain ? Lorsque l'eau ne s'infiltre pas dans le sol et ruisselle en surface, elle entraîne divers matériaux qui peuvent contribuer à des coulées. Si l'eau s'infiltre dans le sol, l'augmentation du poids du sol est un facteur déclenchant de glissement du sol. L'eau provoque également des changements de rhéologie. Par exemple, sous l'effet de l'eau, la cohésion  $c$  du sol (liée à l'attraction entre les particules du sol) diminue et le sol devient un fluide visqueux qui peut s'écouler sous forme de coulées de boue. Lorsque le fluide se trouve au niveau du substrat rocheux, l'eau peut modifier la rhéologie de la roche par des processus physiques (érosion), ou chimiques (altération) ; une des conséquences peut être l'élargissement des fractures. Une autre conséquence possible est la cristallisation de matériaux dans les fractures, de sorte à les sceller. La circulation hydraulique souterraine est alors localement bloquée, ce qui peut créer une surabondance des écoulements de surface ou bien des surpressions de fluide dans la roche alentour.

Les fluides présents dans les sols ou les fissures exercent une pression sur le milieu, appelée pression interstitielle,  $p$ . Cette pression diminue la contrainte normale effective définie au sens de Terzaghi [1936] par  $\sigma_e = \sigma_n - p$ , où  $\sigma_n$  est la contrainte normale. Un critère de glissement macroscopique de type Mohr-Coulomb (analogue à un critère de rupture) est souvent utilisé : si le cisaillement  $\sigma_t$  dépasse  $c + \sigma_e \tan(\phi)$ ,  $\phi$  étant l'angle de frottement, le glissement se déclenche. Ainsi, pour un même cisaillement, augmenter la pression de fluide augmente le risque de glissement (cf. Fig. 4.3). Dans le cas d'une fracture, la cohésion peut être due à la présence de matériel entre les épontes (exemple : argile), ou à la présence d'aspérités. Ce mécanisme est fort probablement mis en jeu dans les glissements de terrain de Draix, au niveau des fractures présentes dans le substrat marneux, d'où l'intérêt de mieux caractériser la géométrie des fractures et leur perméabilité.

### 4.1.3 Description du glissement de terrain de Laval

Dans les marnes noires, divers types de mouvements gravitaires (souvent improprement appelés en français glissements de terrain) existent : éboulements, glissements (en anglais : "slide"), coulées, etc, qui peuvent être continus ou intermittents [Maquaire et al., 2005]. Les glissements translationnels ou circulaires – dont le mouvement a lieu le long d'une interface respectivement plane ou circulaire – sont assez nombreux, et sont assez fréquemment combinés à des coulées (Fig. 4.6). À titre d'exemple, on peut observer les caractéristiques du glissement du bassin de Laval (Figs. 4.5 et 4.4). Ce glissement translationnel comporte plusieurs plans de rupture et associe en aval une coulée de débris. Les plans de rupture seraient contrôlés par une fracture principale (orientation N90-50°N) et par les plans de schistosité des marnes [Fressard et al., 2009]. Cette sorte de glissement est typiquement dépendant de processus hydrologiques.

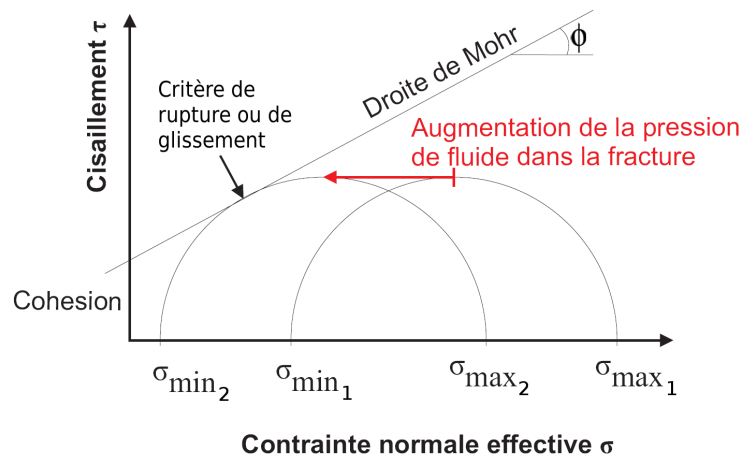


FIG. 4.3 – Critère de Mohr-Coulomb (de rupture ou de glissement). Illustration du rôle de la pression de fluide pour une rupture ou un glissement en cisaillement : lorsque la pression de fluide augmente, l'état de contraintes se rapproche de la droite de Mohr. Figure adaptée d'après Baujard [2005].



FIG. 4.4 – Gauche : Vue générale des roubines (reliefs ravinés) près de Draix (photo modifiée d'après D. Richard / Cemagref). Le carré magenta indique l'emplacement des puits. Droite : Photo du glissement de terrain de Laval, modifiée d'après Fressard et al. [2009]. Ligne pointillée : profil approximatif du schéma présenté Fig. 4.5.

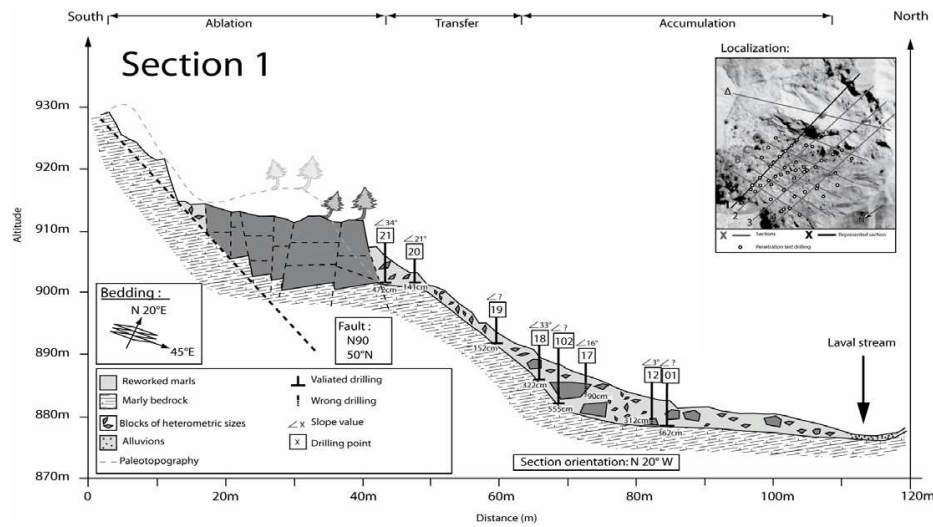


FIG. 4.5 – Coupe longitudinale du glissement de Laval d'après Fressard et al. [2009].

#### 4.1.4 Connaissances préalables sur la perméabilité des marnes de Draix

Lors de l'établissement des bilans hydrologiques du bassin de Laval (Poinard [2000] cité dans Cosandey et al. [2007]), le sous-sol a été considéré comme imperméable (pas de pertes souterraines). Sous cette hypothèse, les quantités d'eau correspondant à la reconstitution de la réserve hydrique sont trop élevées par rapport aux valeurs observées dans d'autres bassins similaires, et très variables d'une année sur l'autre, ce qui est anormal [Cosandey et al., 2007]. De plus, l'étude des crues sur les bassins de Laval et Roubine [Cosandey, 2004, Cras, 2005] révèle aussi d'autres paramètres incompatibles avec un sous-sol imperméable. Ainsi, Cosandey et al. [2007] concluent à l'existence de pertes hydrauliques souterraines. Cras [2005] propose ainsi un modèle de fonctionnement hydrologique comportant une direction de drainage correspondant à celle de la schistosité des marnes. La perméabilité de la marne intervient à différentes profondeurs dans les bilans hydrologiques : au niveau du substrat rocheux fissuré, et en proche surface (perméabilité des régolithes marneuses, i.e. matériel situé au-dessus de la roche saine). Des mesures de la conductivité hydraulique des régolithes marneuses (fragments de roches plus ou moins consolidées) ont par exemple été réalisées par Esteves et al. [2005] à l'aide d'infiltromètres. Les valeurs de conductivité hydraulique ( $K$ , définie par la loi de Darcy) pour ce matériel de proche surface sont de l'ordre de  $10^{-7}$  à  $10^{-5}$  m/s (suivant l'emplacement des régolithes et le gradient hydraulique utilisé), ce qui correspondrait à des valeurs de perméabilité  $k = \eta K / (\rho g)$  de l'ordre de  $10^{-14}$  à  $10^{-12}$  m<sup>2</sup>, avec  $\eta$  la viscosité dynamique de l'eau ( $10^{-3}$  Pa.s),  $\rho$  la densité volumique de l'eau ( $10^3$  g/m<sup>-3</sup>) et  $g$  la pesanteur ( $10$  m/s<sup>-2</sup>).

La perméabilité du substrat marneux fissuré de Draix est par contre encore mal connue et ne peut pas être reliée directement à la perméabilité des régolithes (matériaux différents). Les essais de perméabilité à l'échelle du laboratoire sur des marnes consolidées saines provenant du sondage carotté de Draix conduisent à une perméabilité très faible, même dans la direction de la schistosité : de l'ordre de  $k = 4 \cdot 10^{-14}$  m<sup>2</sup> [Lofi et al., 2009], ce qui est une perméabilité plutôt faible. Ainsi, la capacité du substrat marneux à drainer



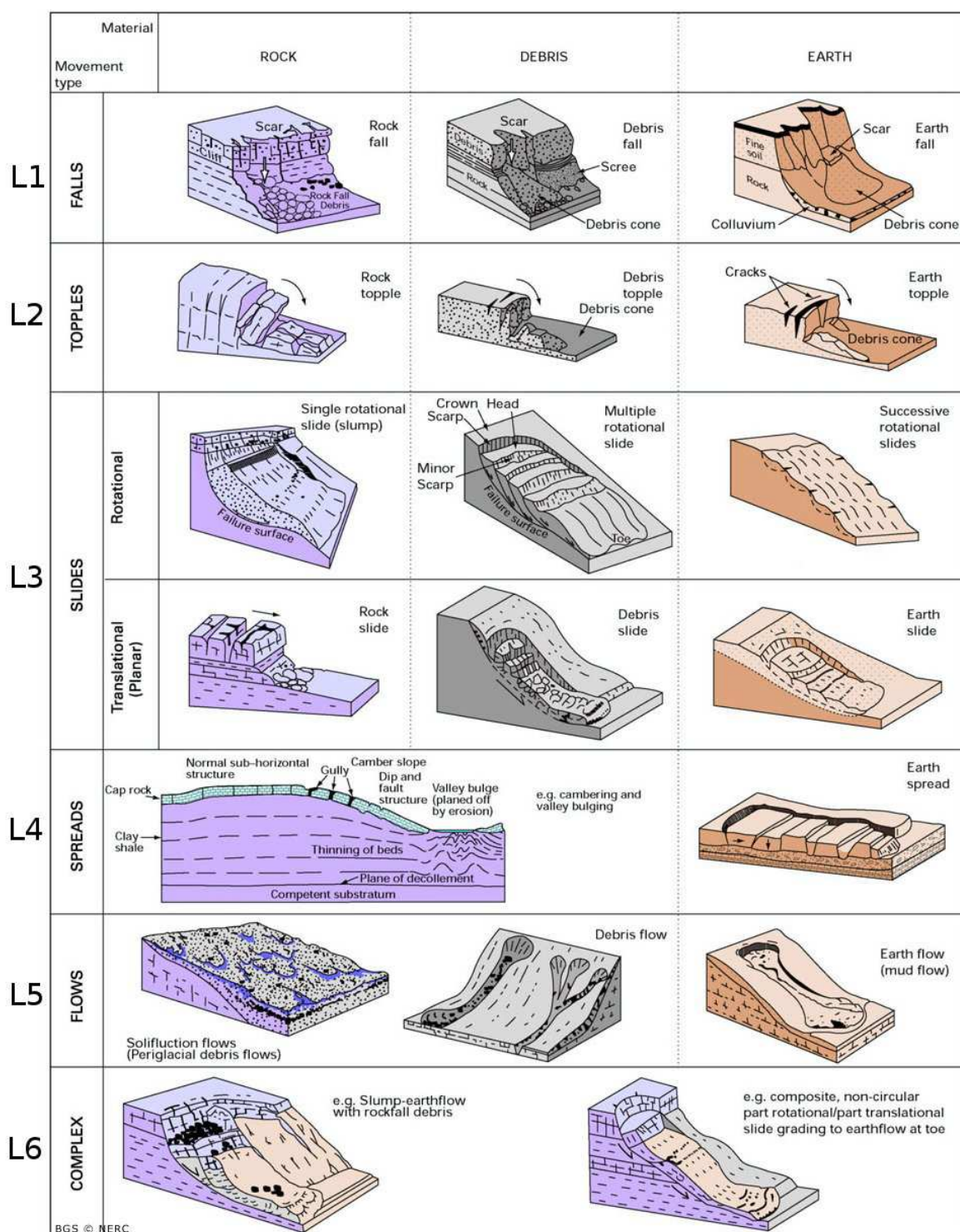


FIG. 4.6 – Exemples de mouvements gravitaires, d'après l'institut du "British Geological Survey", par type, pour des masses rocheuses meubles (à gauche), débris de roches (au milieu) ou de sol (à droite). L1 : éboulements. L2 : basculement. L3 : glissements circulaires et translationnels. L4 : étalement latéral. L5 : coulées. L6 : glissements complexes avec, à gauche un glissement d'une masse rocheuse et des débris ; et à droite un glissement d'une masse rocheuse avec des coulées de boue.

l'eau ne peut s'expliquer que par des fissures. Les essais de puits (tests d'injection) réalisés par Lofi et al. [2009], Garel et al. [2009] ont effectivement montré qu'il existe probablement des chemins d'écoulement rapide dans les marnes. Cependant, ces essais n'ont pas permis d'évaluer les valeurs de perméabilité, suite à des problèmes techniques (communication personnelle d'Emilie Garel).

#### 4.1.5 Informations sur le sondage carotté

Le sondage carotté de Draix a été effectué fin 2006 avec un carottier rotatif prévu pour le prélèvement de carottes intactes (communication personnelle, Grégory Bièvre). En effet, le carottier utilisé comporte un tube de prélèvement à triple enveloppe, dit "triplex" (par exemple décrit dans Wyllie [1999]). Le tube extérieur métallique (Fig. 4.7) est seul entraîné en rotation, tandis que tube intérieur et la gaine en plastique sont fixes pendant l'opération de carottage. L'usage d'un tube multi-enveloppes permet aussi d'éviter au maximum le contact du substrat prélevé avec le fluide de forage (ici, de l'eau), car celui-ci s'écoule entre les deux tubes métalliques. De plus, la gaine en plastique permet de stocker directement la carotte, ce qui évite de perdre des morceaux du substrat (très important en cas de substrat tendre ou fracturé), excepté éventuellement aux extrémités de la carotte. Ce tube a ensuite été fermé de manière quasi-hermétique (Fig. 4.8). Le stockage des carottes a ensuite été effectué à l'abri de la lumière, à une température et un taux d'humidité adaptés permettant de conserver les propriétés mécaniques et chimiques des carottes emballées. Lors de l'ouverture, la présence de boue à la surface des carottes indique que la carotte n'a pas subi de dessiccation, à laquelle les marnes sont très sujettes.

L'observation des carottes et d'autres données de puits [Lofi et al., 2009] révèle la présence de multiples discontinuités : scellées par de la calcite, remplies d'argile, ou complètement ouvertes (naturellement ou à cause de la manipulation) [Ortega and Neuville, 2007]. Ces observations sont reprises plus précisément plus loin dans cette thèse, section 4.2.2, p. 84 à 86, avec en particulier un log géologique.

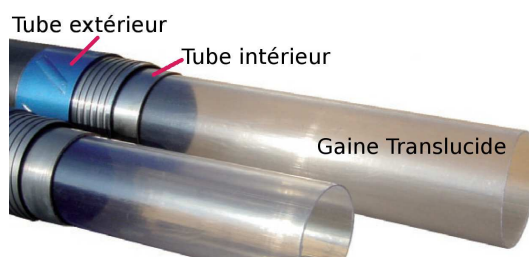


FIG. 4.7 – Tube de prélèvement à triple enveloppe, photo modifiée d'après Technidrill [2010].

## 4.2 Étude morphologique et hydrologique réalisée sur les fractures de Draix

Le but premier de cette étude est de déterminer la perméabilité du massif de Draix à partir des carottes, sans essai hydraulique. Dans de nombreuses études bibliographiques





FIG. 4.8 – Exemple de carotte dans son tube de stockage.



FIG. 4.9 – Gauche : Exemple de carotte, lors de l’ouverture de la gaine plastifiée. La présence de boue en surface montre que l’humidité a été préservée. Droite : Partie de la carotte montrée à gauche, lorsque fois que la boue a été retirée.

(cf. p. 3, dans l’introduction), il a été montré que le comportement hydraulique dépend de la morphologie de l’ouverture de la fracture. Ce travail consiste d’abord à estimer précisément la morphologie d’ouvertures de fractures typiques de Draix, à l’échelle de la carotte. Dans un deuxième temps, à l’aide des propriétés statistiques, la morphologie des ouvertures est extrapolée à large échelle. Dans un dernier temps, un modèle hydraulique adapté à la morphologie des fractures est choisi, ce qui permet de déduire la perméabilité du massif. Les détails de cette étude sont présentés sous forme de deux articles compagnons, acceptés dans la revue *Hydrological Processes* pour le numéro spécial “Clay Shales and Clayey Sediments” (2010).

#### 4.2.1 Résumé de l’article “Draix 1”

**Titre :** “Characterization of major discontinuities from borehole cores of the black consolidated marl formation of Draix (French Alps)”

**Auteurs :** A. Neuville, R. Toussaint, J. Schmittbuhl, D. Koehn et J.-O. Schwarz

Tout d’abord, une description quantitative des discontinuités présentes dans la carotte forée à 20 m dans les marnes près de Draix est présentée. Trois types de discontinuités représentatives sont étudiées : celles complètement ouvertes, celles ouvertes mais remplies avec un matériel argileux, et celles scellées par de la calcite. La topographie des épontes d’une fracture représentative de chaque type (la fracture scellée par de la calcite étant détachée de son encaissant) est mesurée par profilométrie laser avec une résolution normale à la surface d’environ 1  $\mu\text{m}$ . Ensuite, des calculs statistiques sur ces mesures sont réalisés : la probabilité de distribution des hauteurs de chaque surface est calculée, et

cette étude montre que chaque distribution est gaussienne. De plus, des lois d'invariances d'échelles sur la topographie sont également proposées : on trouve que la topographie des surfaces suit une loi auto-affine avec un exposant de rugosité proche de 0.7–0.8, quasi-isotrope. Afin de mieux caractériser la géométrie que l'interface marne/calcite présente au niveau des discontinuités scellées par la calcite, une discontinuité scellée incluse dans son encaissant marneux est étudiée. La minéralogie de l'interface entre la calcite et son encaissant marneux est quantifiée par tomographie X, qui mesure les contrastes de densité. On observe que cette interface n'est pas un simple plan : la densité varie fortement sur une distance de 0.15 mm (perpendiculairement à la discontinuité) puis doucement sur plusieurs millimètres. Les implications sur le transport hydraulique de cette étude sont abordées dans le papier compagnon.

## 4.2.2 Article “Draix 1”

# Characterization of major discontinuities from borehole cores of the black consolidated marl formation of Draix (French Alps)

A. Neuville <sup>1,2</sup>      R. Toussaint <sup>1,2</sup>      J. Schmittbuhl <sup>1,2</sup>  
D. Koehn <sup>3</sup>      J.-O. Schwarz <sup>3</sup>

September 8, 2010

amelie.neuville@eost.u-strasbg.fr  
renaud.toussaint@eost.u-strasbg.fr  
jean.schmittbuhl@eost.u-strasbg.fr  
koehn@uni-mainz.de

Submitted to HP - special issue paper, with the reference S147 Clay Shales and Clayey Sediments

## Abstract

A quantitative description of rock discontinuities present in subsurface cores that were drilled (down to 20 m) in the marls of the Laval and Moulin catchments near Draix (France) is presented. Three kinds of discontinuities are studied: those fully open, those open but filled with clay rich material and those sealed with calcite. With a laser profiler, the topography of facing sides of typical discontinuities was measured with a normal resolution of 1  $\mu\text{m}$ . The probability distribution of the elevation of each surface are obtained and shown to be normal. Possible self-affine scaling invariance of the topography were explored. The mineralogical content of an interface between the marl bulk and the embedded calcite vein is also investigated using X-ray

<sup>1</sup>EOST, Université de Strasbourg, France

<sup>2</sup>Institut de Physique du Globe de Strasbourg, UMR CNRS UdS 7516, 5 rue René Descartes, 67087 Strasbourg Cedex, France

<sup>3</sup>Johannes Gutenberg Universität Mainz, Institut für Geowissenschaften , Becherweg 21, 55099 Mainz, Germany

computed tomography. Implication of this study for water transport in such discontinuities are addressed in a companion paper in the same issue.

## 1 Introduction

In catchments like the Laval and Moulin ones, located near Draix, in the South French Alps mass movements frequently occur in the black consolidated marl formation (“Terres Noires”) (Fressard et al., 2009). The landslides are often due to water driven processes. Indeed, water causes a chemo-mechanical weathering of the rock, which modifies the geometry of the subsoil and the mechanical stability of the rocks and slopes. For a given solid stress along an interface prone to sliding, the decrease of effective pressure leads to an increase of the ratio of tangential stress over effective pressure, bringing this ratio closer to a Coulomb sliding threshold, which increases the slope failure potential (Terzaghi, 1936; Iverson and Reid, 1992). High pore pressure may also trigger hydraulic fracturing which can increase the size of the fractures and enhance downslope movements of blocks along the fractures. If water does not seep into the bedrock, it may trigger debris flows (Yamakoshi et al., 2009) and important surface runoffs which carry a significant amount of material (e.g. Antoine et al. (1995); Mathys (2006)).

In order to understand the Draix landslides, five boreholes were drilled at the top of a stable interfluvium, between the Laval and Moulin catchments (Fig. 1). Among them is the borehole SC1 which was completely cored showing numerous major discontinuities. Hydraulic studies in the surrounding area (Cosandey et al., 2007) and studies where tracer tests between these boreholes are performed (Garel et al., 2009; Lofi et al., 2009) show that the fractured marl has a significant role in the hydraulic balance. At field scale, mass losses of water complicates the permeability estimation of the fractured bedrock. At core scale, hydraulic tests are also difficult to perform as the permeability is due to large discontinuities intercepting the core while the rock matrix (marl) has a negligible permeability.

The permeability of each main discontinuity of the Draix fractured bedrock is probably highly influenced by their precise geometry as the hydraulic behavior of rough open fractures is significantly affected by the fracture roughness (e.g. Brown (1987); Glover et al. (1997); Méheust and Schmittbuhl (2000, 2003); Plouraboué et al. (2000); Drazer and Koplik (2002); Auradou et al. (2005); Barton et al. (1997)). This was also shown by studies about fracture morphology that were carried out in parallel with experiments aiming at measuring their hydraulic behavior (e.g. Vicente et al. (2002); Hakami and Larsson (1996)).

The present paper focuses on how to measure and characterize the topography of the surfaces of typical discontinuities sampled during coring. The knowledge of the fracture side topography is a first step towards a description of the hydraulic behavior of the Draix formation, which is done in a companion paper in the same issue (Neuville et al., 2009), hereafter referred as paper 2.

This article is organized as follows: in section 2, a description of the drilling procedure is given, as well as the definition of morphological units of the core. The location of the four studied discontinuities is also presented. These discontinuities are described in a qualitative way in section 3. Section 4 shows the topography measurements that have been performed on the facing surfaces of each discontinuities using a laser profiler. An X-ray computer tomography has also been used to image the mineralogical content of an interface between marl and an embedded calcite vein. In section 5, a statistical study of the topography fluctuations is presented.

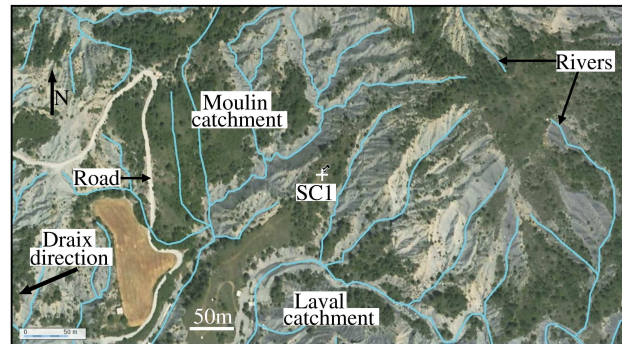


Figure 1: Aerial photography and river locations, modified after [www.geoportail.fr](http://www.geoportail.fr) (Geoportail, 2007–2009), showing the surroundings of the well SC1 (indicated by the label SC1, located at longitude  $06^{\circ}21'43''\text{E}$  and latitude  $44^{\circ}08'30''\text{N}$  in the WGS84 standard). The surrounding catchments are the Laval and Moulin ones. The nearest town is Draix, located at 1.6 km south-east from the well SC1.

## 2 Core log description and localization of the studied discontinuities

The studied discontinuities come from a coring of 10 cm in diameter, extracted from the SC1 borehole (20 m deep) and located between the Laval and Moulin catchments near Draix, French Alps (Fig. 1). One should keep

in mind that the sample collected from the well might not be fully representative of the whole bedrock as it is only a local sampling. Due to the heterogeneity of the subsoil and stress field, local open discontinuities exist, the stress being then transmitted through the contact zones of the discontinuities. Studying the discontinuities requires the cores to be recovered as intact as possible, which was possible owing to special care during SC1 drilling. More specifically, a triple tube core barrel was used, which consists in two embedded external metallic tubes and an internal transparent plastic tube. In this system, only the external metallic tube rotates while both inner tubes are fixed, so that there is little rotation or vibration of the core (Wyllie, 1999). The core was directly stored in the inner plastic tube, so that most of the infill and fractured parts was recovered (excepted maybe at the end and beginning of each core). Plastic tubes were then quickly sealed so that the moisture content was kept, preventing the dessication of the marl during the storage time. Moreover, the second metallic tube also prevents the core from being damaged by the drilling fluid (here: water). As the cores were studied at ambient air and because of core handling, crumbled marl or clayey infill might have been damaged. The study of the surface was therefore performed only on parts of the core fairly resistant to dessication and manipulations. In any case, the coring does not modify sealed discontinuities that will also be of interest for the morphology characterization.

From cores and well logs (Lofi et al., 2009), the local stratigraphy is divided into three major units (Fig. 2a) (Bondabou, 2007; Mery, 2008). Below 6.3 m, the core consists of a consolidated matrix intercepted by large discontinuities and altered zones. The matrix is a compact black marl which was described as resistant, structured, and cohesive by Maquaire et al. (2002). The consolidated part of the core is divided into two units: the lowest is unit 1 (see Fig. 2a) which shows numerous sealed veins, filled with recrystallized calcite, probably issued from water flow from surrounding zones richer in carbonates (Cras, 2005; Bondabou, 2007). Lying above unit 1 is unit 2 which is intercepted by open fractures and discontinuities filled with clayey materials. Above 6.3 m the cores are less consolidated. Just above the consolidated marls lays a transition zone, unit 3b, with highly altered marl. The top part of the core is unit 3 which consists of unconsolidated layers with soft clay and limon.

In unit 2, two discontinuities (F9 and F6) respectively located at depths 9.3 m and 6.6 m are studied (Fig. 2). The discontinuity F9 is open while F6 is filled with debris and clay. In unit 3, a sample (C14) consisting mainly of calcite, located in an altered zone, at 14.6 m depth is also studied, as well as a sample (C12) consisting of two very thin calcite veins embedded into the marl, located around 12 m depth. Samples C10 and C17 are other examples of calcite veins.

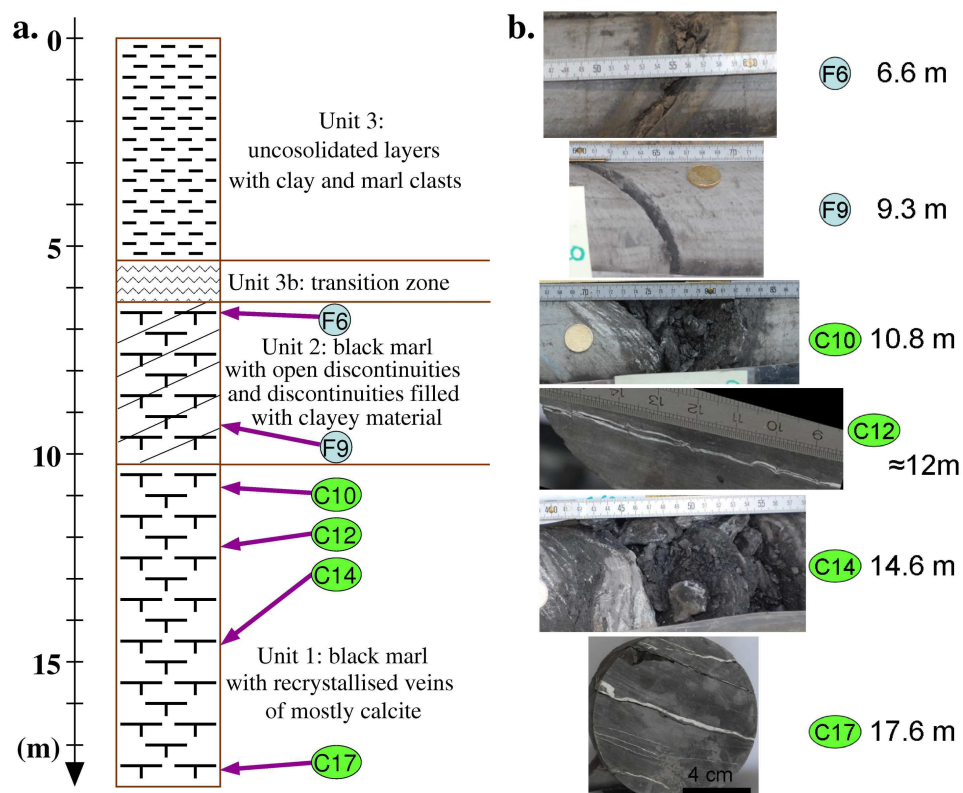


Figure 2: a. Stratigraphic log after the indications of J. Ortega and J.-P. Malet. b. Picture of typical discontinuities with depth. Scale on the pictures is given by the ruler in cm.

### 3 Qualitative description of the discontinuities

#### 3.1 Description of the open discontinuity

F9 is an open discontinuity located inside a compact dark gray marl which follows approximately the schistosity with an apparent dip of 42 degrees with respect to the plane perpendicular to the core direction, i.e. roughly the horizontal plane (angle measured on the sample with an inclinometer, with a precision of  $\pm 0.5$  degrees). The discontinuity F9 looks scarcely altered (Fig. 2) with many complementary reliefs appearing on both surfaces once one of the surfaces is translated. Facing oxidized zones on both sides (Fig. 3a) are signs of water circulation. The presence of these oxides shows that this discontinuity existed before the borehole was drilled.

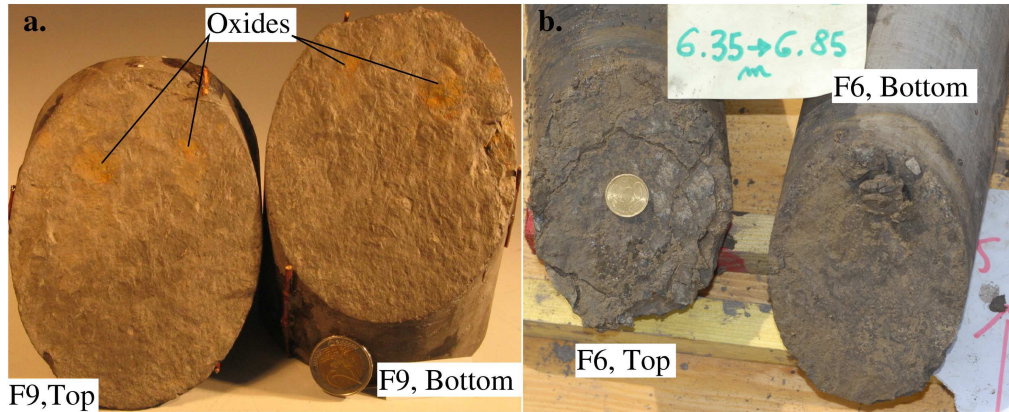


Figure 3: a. Facing surfaces of the discontinuity F9. Oxidized zones can be observed on both faces. b. Facing surfaces of the discontinuity F6, covered with a layer of clay. This layer was removed before studying the topography of the surfaces.

#### 3.2 Description of the discontinuity filled with debris and clay

The second discontinuity studied in unit 2 is the discontinuity F6, which is also located in a compact dark gray marl, following approximately the schistosity. Contrary to F9, F6 shows clear signs of degradation (see Fig. 3b). F6 is surrounded with a layer of marl which is oxidized (darker region on Fig. 2b). This discontinuity was filled with clay and marl fragments which are presumably coming from a local water circulation (Cras, 2005; Bondabou, 2007). When observing the discontinuity F6 just after it was taken out of the plastic tube, it was seen that both sides were covered with a 2 mm



thick clay layer (Fig. 3b). The morphology and composition of such a layer is definitively very sensitive to any in situ water content or flow change. As our study stands at ambient air, this layer would have been modified by dessication. Consequently, we chose to study the topography of the competent rock surface, which appeared once the clay layer had been washed out.

### 3.3 Description of sealed discontinuities

Several veins filled with calcite intersect the cores, in particular in unit 1 (Fig. 2). The thickness of the calcite joints ranges from less than 0.1 mm to about 15 mm. A simple case would be that the discontinuity consists in a single fracture filled with calcite. In that case, assuming the morphology to remain constant during the calcite crystallization, the calcite vein would be a direct cast of the fracture aperture. However, observing the content of these sealed zones excludes this hypothesis: indeed they seem to be formed during a series of crystallization episodes. Complex zones that consist of several anastomosed parallel calcite veins are frequent in unit 1 (e.g. zones C10, C12, and C14 in Fig. 2b); individual calcite veins are therefore hardly visible. Parallel fractures, either open or sealed, located in C17 sample (Fig. 2b), suggest that the calcite vein concentrates stresses in the vicinity of the vein in the embedding rock, provoking new fractures along the interface, which will be filled at a later time. Therefore these sealed zones, which seem to have formed during several opening/crystallization episodes, are too complex to be seen as casts of single pre-existing fractures. However, independently from the formation scenario, each complex zone could become a single open transport zone, if the calcite is later dissolved.

In particular, two zones, C14 and C12 (Figs. 2 and 4), which are located in unit 1, are studied. The calcite discontinuity, C14, is studied by laser profilometry on both sides. As C14 is a core fragment detached from the consolidated part of the core, the orientation of the joint in the core is not known. Therefore the sides are arbitrarily assigned as bottom and top. In addition, to understand the connection between the calcite content and the in-situ interface between the sealed discontinuity and the surrounding marl, an X-ray computed tomography was performed on a similar calcite vein, C12.



Figure 4: Profile picture of the calcite vein, C14, located at 14 m depth near the complex zone shown in Fig. 2b. The picture shows the typical thickness of the calcite vein and the complexity of the sample because of multi-layer structure.

## 4 Measurement of the morphology of the discontinuity sides

### 4.1 Laser profiler measurement of the surfaces

The topography of surface pairs of the discontinuities F6, F9, and C14 was obtained (Figs. 5, 6, 7) using a laser profiler (Méheust, 2002; Schmittbuhl et al., 2008). The instrument sends a vertical laser beam (diameter  $30\text{ }\mu\text{m}$ ) towards the surface. If the surface is diffusive enough, the two charge-coupled devices (CCD) located on each side of the laser head are able to register the position of the diffusion spot on the surface. A calibration procedure, which is carried out before each measurement, provides a measure of the distance between the laser head and the reflecting surface with a precision of  $1\text{ }\mu\text{m}$ . The measurement is carried on-the-flight, while the laser head moves along a regular planar array above the scanned surface. The grid mesh size of the measured topography of F9 and F6 sides is  $40 \pm 2\text{ }\mu\text{m} \times 40 \pm 0.1\text{ }\mu\text{m}$  in the horizontal plane and the vertical precision of the measured topography is about  $1\text{ }\mu\text{m}$ . However, to reduce computer time, in this study, the horizontal plane resolution is reduced for F6 by a cubic interpolation to a mesh of  $200\text{ }\mu\text{m} \times 200\text{ }\mu\text{m}$ . The morphology of the surfaces of the calcite vein C14 was also measured with the profiler with an in-plane resolution of  $150\text{ }\mu\text{m} \times 150\text{ }\mu\text{m}$ .

When doing the topography measurement of the F9 and F6 surfaces, each surface was fixed approximately horizontally. After the surface measurement was finished, a mean plane was fitted by a least mean square method on a relevant subset (i.e. without taking into account notches or outliers) of the measured surface. A rotation of the axes is then performed to get the so called  $x - y$  plane aligned with the mean plane of the surface. A translation along the  $z$ -axis is also applied relevant so that the average of the height

N.B. : le profilomètre utilisé est schématisée p. 130, Fig. 4.10a.

values is equal to  $\langle h \rangle = 0$ . In Figs. 5, 6 and 7, the  $x$  and  $y$  axes define the mean plane of the surface, the  $z$ -axis being perpendicular.

For the open discontinuities, like F6 or F9, the top and bottom surfaces which are studied are located on two different parts of core, whose relative position is a priori lost. On the contrary, for the sealed discontinuity C14, the topography of each side of a single rock piece has to be measured. Therefore, if, when doing the topography measurements, there exists a rigid reference frame common for both sides, one can infer their relative position (see paper 2). To this aim, sample C14 was docked within a rigid box.

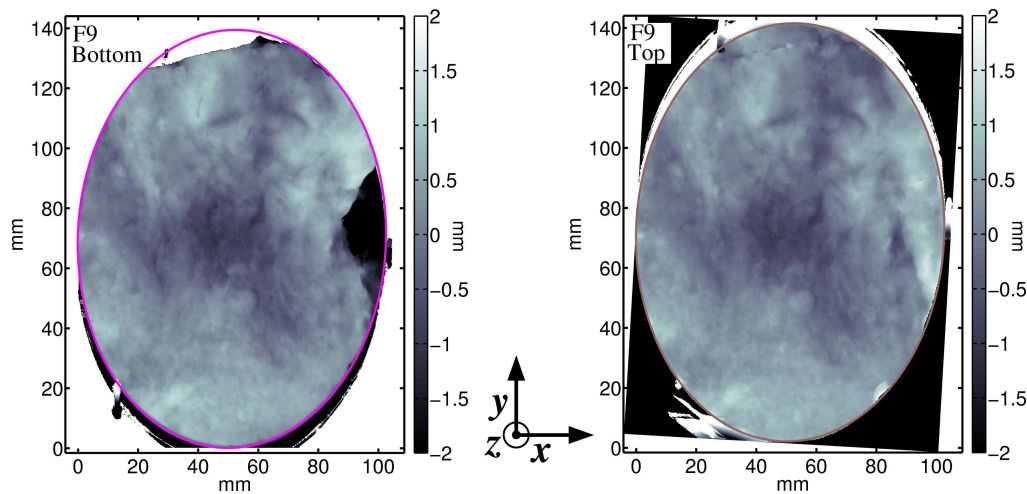


Figure 5: Topography of both facing F9 surfaces, measured by the laboratory profiler and shown once the axes are rotated and shifted so that the mean plane (obtained by a least mean square method) of the surface corresponds to the  $x-y$  plane. The top surface (on the right) is presented after rotation of  $180^\circ$  around the  $y$ -axis, in order to stress the similarity between top and bottom surfaces. A rotation of  $3.3^\circ$  around the  $z$ -axis was also performed in order to maximize the correspondence between similar patterns of the top and bottom surfaces. On both figures the complementary asperities are therefore located at the same coordinates, and because of the rotation around the  $y$ -axis, they are shown with the same level of gray. Elliptic fits of the core boundary are also plotted for both surfaces (same ellipse size for both cores).

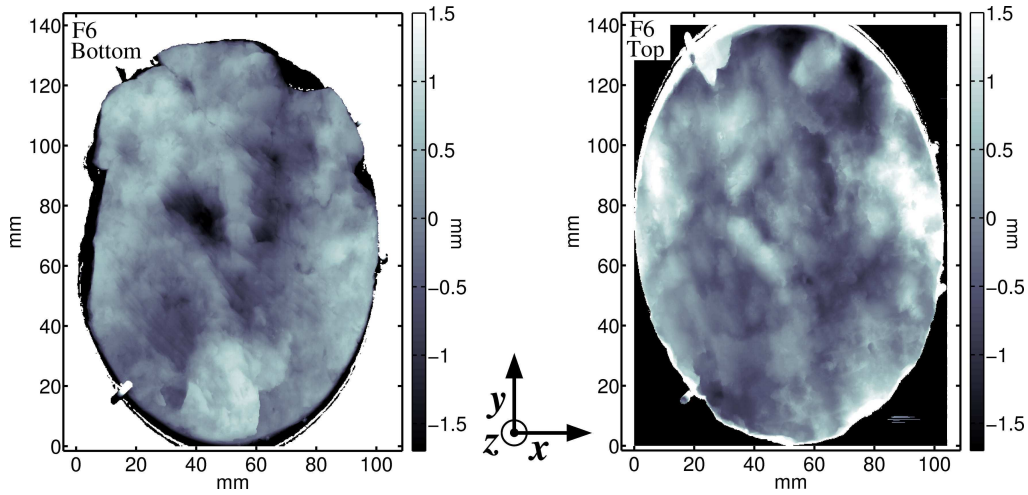


Figure 6: Topography (measured by the laser profiler) of both facing F6 surfaces, presented after treatments similar to those applied to F9 in Fig. 5. Here no clear correlation between the two sides is visible.

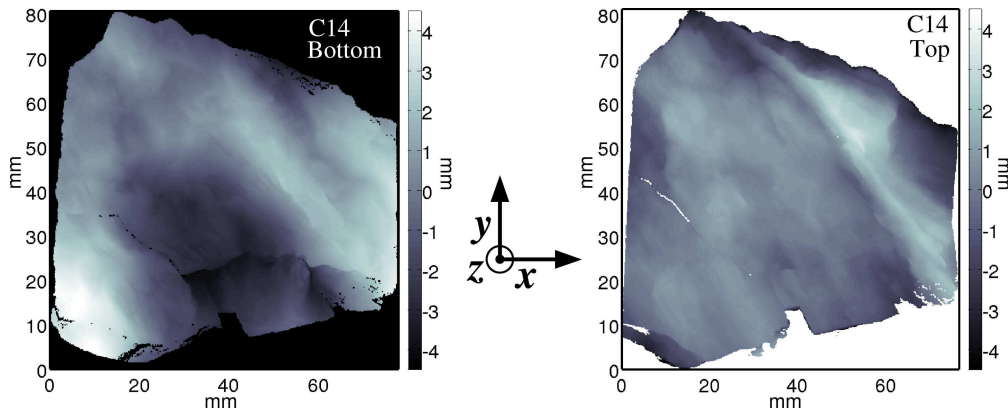


Figure 7: Topography of the external sides of the calcite vein C14, measured by the laser profiler, shown after each trend of the surfaces was removed. The top surface is presented after rotation of  $180^\circ$  around the  $y$ -axis, in order to see the similarities between top and bottom surfaces.

## 4.2 Detailed study of the interface between calcite sealed discontinuities and the marl bulk using X-ray computed tomography

Observing sample C14, (Fig. 4), it was noticed that the interface between calcite and marl was not a clear boundary but rather a zone of alternating calcite and black marl layers, each being thinner than 0.5 mm. To check the volumetric structure of the transition from the vein to the surrounding embedding marl, the sample C12, which contains two very thin calcite layer ( $\leq 1$  mm), was investigated by X-ray computed tomography (CT).

Figure 8a shows an example of a bidimensional (2D) slide extracted from the tridimensional (3D) measurement (axes  $x - y - z$  provided by the CT device). The X-rays transmitted by the material are sensitive to the local density (e.g. see references related to tomography principle in Zhang et al. (2004)): the dark parts of Fig. 8a correspond to low density areas. The calcite, whose density is  $2.7 \cdot 10^3$  kg/m<sup>3</sup>, looks brighter than the dry marl, which has a density of about  $2.3 \cdot 10^3$  kg/m<sup>3</sup> (Carmichael, 1990). For this measurement, the calcite layers were approximately oriented along the  $z$ -axis. The resolution is given by isotropic grid meshes of  $90.2 \times 90.2 \times 90.2$   $\mu\text{m}^3$ .

A density evolution was observed in the direction approximatively perpendicular to the calcite vein, i.e. along  $x$ -profiles (Fig. 8b). As the calcite infill is not a perfect plane, the beginning of each  $x$ -profiles was adjusted so that  $x = 0$  when the density is below 3% of the calcite density. Figure 8b shows the variability of such density profiles. Density profiles were then averaged, over a set of  $18 \times 70$  profiles, respectively for the  $z$  and  $y$  axes, separated by steps of 4.5 mm along  $z$  and 90.2  $\mu\text{m}$  along  $y$  (Fig. 9). The calcite density in dimensionless units is about 1 while the marl density is about 0.8. Figure 9 shows that the transition from a zone rich in calcite to a zone poor in calcite occurs in two steps: a very sharp evolution over roughly 0.15 mm (less than two grid meshes), and a smoother evolution over several mm. The zone rich in calcite probably results from precipitation of water rich in carbonates into an open discontinuity. The other zone would corresponds to a zone with mostly marl and little calcite, which could come from precipitation of water rich in carbonates after the water has diffused into the porosity of the marl bulk.

With a higher resolution, it would be interesting to use these profiles, select a given threshold and determine the topography of the interface at this threshold (see for instance Noiriel (2005)). As we observed that this vein could not be easily separated from the surrounding marl – certainly due to the calcite content in the marl and the absence of a sharp transition in calcite content –, it was then not possible to perform a compared study of

such surface determined by density thresholding, and the same one measured by laser profilometry.

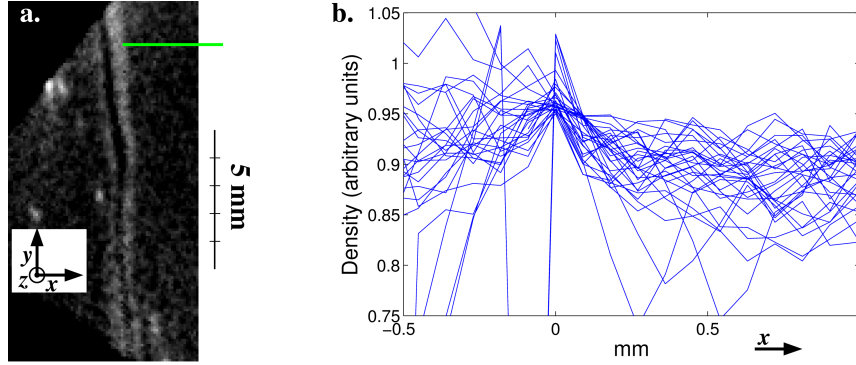


Figure 8: a. Slide obtained from 3D X-ray computed tomography of the calcite veins contained in C12 (Fig. 2b). The calcite veins are approximately parallel to the  $z$ -axis. The thickness of these veins is less than 1 mm. The line shows an example of an  $x$ -profile along which the density was studied. b. 70 density profiles oriented along the  $x$ -axis, perpendicularly to the approximate mean plane of the calcite vein embedded in C12, showing the variability of the density. For all these profiles, the  $x$ -axis is shifted so that  $x=0$  corresponds to a density below 3% of the density of the calcite. The density is normalized by the calcite density.

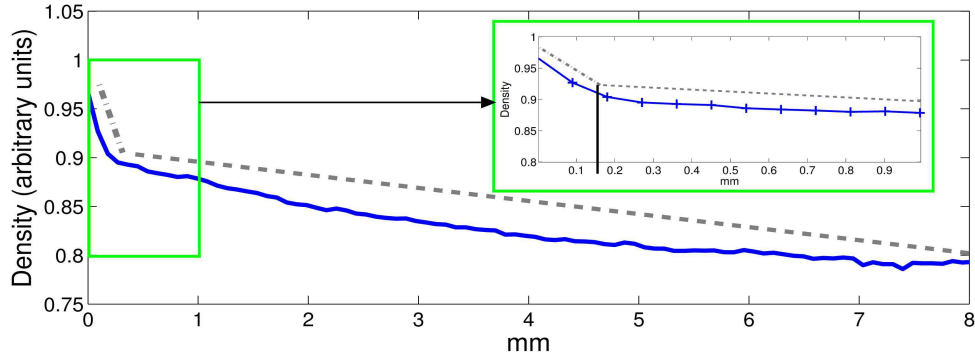


Figure 9: The density profile shown is the average of 1260 profiles similar to the ones shown in Fig. 8b, taken across the whole surface of the calcite vein, distributed over a surface about  $6 \times 70 \text{ mm}^2$ . Two density gradients, underlined by the dotted lines, are observed at the transit from the calcite density to the marl density: a sharp transition, extending over 0.15 mm, (see blow up), and a smoother one, extending over several mm.

## 5 Statistical characterization of the roughness of the discontinuity surfaces

A statistical study along the topography variations of the discontinuity sides is presented here. The goal is to obtain a geometrical model of the asperities in terms of magnitude, density and spatial correlations that could possibly be extended at larger scales.

### 5.1 Statistical characterization of F9 discontinuity sides

As seen on the probability distribution function shown in Fig. 10a, computed for F9, the elevation of both discontinuity sides follows a normal distribution having a standard deviation of  $0.4 \pm 0.05$  mm. The maximum difference of elevation for the bottom and top sides is about 2.7 mm.

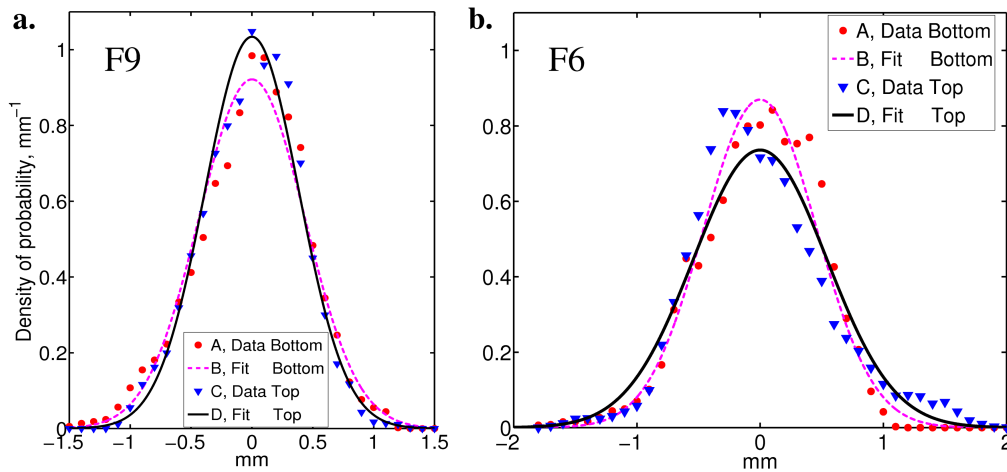


Figure 10: Probability density of the elevation of the bottom (A) and top (C) sides and their normal probability fits (B, D), for (a) F9 and F6 (b). For A, B, C, D, mean value is 0 mm and RMS is (a)  $0.4 \pm 0.05$  mm (b)  $0.5 \pm 0.05$  mm.

In order to compare potential anisotropy directions in the scaling laws of the top and bottom F9 surfaces, the surfaces are oriented relatively to one another (see details in paper 2). The autocorrelation function of the morphology elevation is computed (Fig. 10) for each side of F9 (see Marache et al. (2002) or Méheust and Schmittbuhl (2000, 2003) for comparable study on natural fractures). Estimates are done without taking into account major flaws along the external boundary of the core that are due to damage during coring. The autocorrelation  $C_2$  is computed in the real domain, and defined by the square root of the second moment of the elevation difference:

$$C_2(\vec{\Delta}) = \sqrt{\left\langle \left[ z(\vec{OM} + \vec{\Delta}) - z(\vec{OM}) \right]^2 \right\rangle}, \quad (1)$$

where  $z$  is the local elevation with respect to the mean plane,  $\vec{\Delta}(\Delta_x, \Delta_y)$  the lag vector (i.e. characteristic distance at which the correlation is computed), and  $\langle \rangle$  indicates that the average is computed over all the possible spatial points  $M$  so that  $z(\vec{OM})$  and  $z(\vec{OM} + \vec{\Delta})$  are defined. Self-affine properties of surfaces were tested by checking if (e.g. Barabási and Stanley (1995)):

$$C_2(\Delta) = C_2(\Delta_0) \left( \frac{\Delta}{\Delta_0} \right)^\zeta \quad (2)$$

is fulfilled, where  $\zeta$  is the Hurst exponent,  $\Delta_0$  is 1 mm and  $\Delta$  is the norm of  $\vec{\Delta}$ . Figure 11 shows the 1D plot of  $\log_{10}[C_2(\Delta)/\Delta_0]$  as a function of  $\log_{10}[\Delta/\Delta_0]$

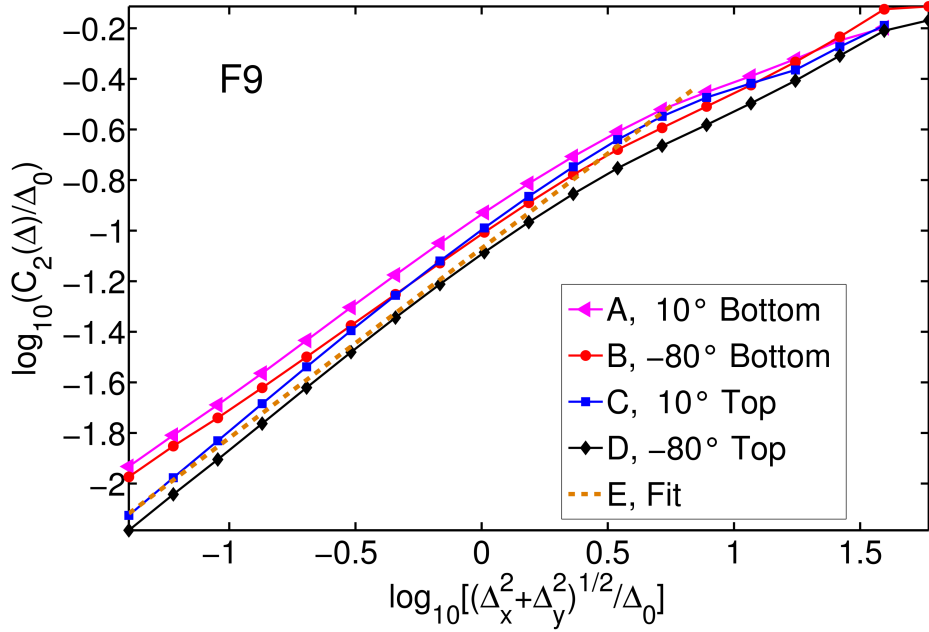


Figure 11: Plot of  $\log_{10}[C_2(\Delta)/\Delta_0]$  as a function of  $\log_{10}[\Delta/\Delta_0]$ , computed for discontinuity F9, in directions  $\theta$  equal to  $10^\circ$  and  $80^\circ$ , for the bottom side (A, B) and top side (C, D), respectively. Plot E is a linear fit  $\log_{10}[C_2(\Delta)/\Delta_0] = 0.75 \log_{10}[\Delta/\Delta_0] - 1.07$ , i.e.  $\zeta = 0.75$  and  $C_2(\Delta_0) = 0.09$  mm, plotted from  $\Delta = 40$   $\mu\text{m}$  to  $\Delta = 7$  mm.  $\Delta$  and  $C_2$  are in mm, and  $\Delta_0 = 1$  mm.

for two directions (hereafter demonstrated as being the directions showing the largest anisotropy):  $\theta = 10^\circ$ ,  $\theta = -80^\circ$ , where  $\theta$  is the angle between the



$x$ -axis and  $\vec{\Delta}$ . A linear trend has been fitted for lags ranging from 0.04 mm to 7 mm, for these directions. As the equation (2) translates into:

$$\log_{10} \left[ \frac{C_2(\Delta)}{\Delta_0} \right] = \zeta \log_{10} \left[ \frac{\Delta}{\Delta_0} \right] + \log_{10} \left[ \frac{C_2(\Delta_0)}{\Delta_0} \right], \quad (3)$$

the linearity of such a plot indicates that the surface is self-affine in the  $\theta$  direction, and  $\zeta$  and  $C_2(\Delta_0)$  can be deduced. In order to show the variability of  $\zeta$  and  $C_2(\Delta_0)$  as a function of  $\theta$ , a polar plot of both parameters is also shown (Fig. 12), where  $C_2(\Delta_0)$  is obtained from interpolation of  $C_2$  at 1 mm. The Hurst exponent computed so, slightly varies (amplitude of  $\pm 0.02$ ) around 0.69 (bottom side) or 0.74 (top side) according to the direction. The value  $C_2(\Delta_0)$  also regularly varies (amplitude of  $\pm 0.02$  mm) around 0.09 mm (top side) and 0.11 mm (bottom side), with extrema for  $\theta$  equals to  $10^\circ$  and  $-80^\circ$ . The linearity of  $\log_{10} [C_2(\Delta)/\Delta_0]$  potentially does not fit over all the ranges

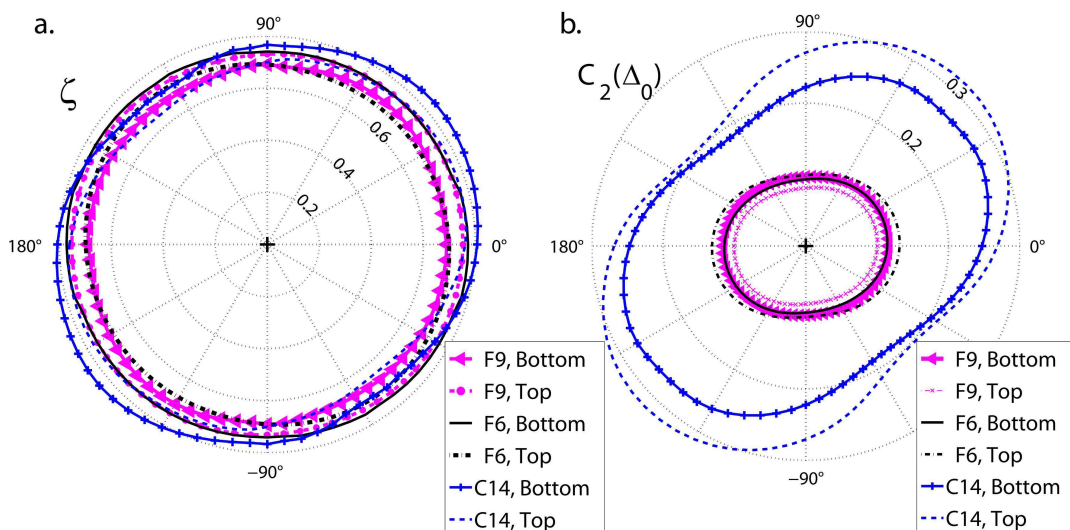


Figure 12: Polar plot of the Hurst exponent  $\zeta$  (a) and  $C_2(\Delta_0)$  in mm (b), as functions of  $\theta$  for the topography of the top and bottom sides, according to the angle, for the F9, F6 and C14 discontinuities as indicated by the labels. Note that the F6, F9 and C14 discontinuities are not oriented relatively to one another, on the contrary to each side relatively of a given pair.

of  $\Delta$ . In order to be able to observe possible multiple trends over various ranges of  $\Delta$ , a representation of  $\log_{10} [C_2(\Delta)/\Delta_0]$  as a function of the polar coordinates  $(\log_{10} (\Delta/l_p), \theta)$  (Ebner et al., 2010) is also shown (Fig 13), where  $l_p$  is 0.04 mm, i.e. the smallest pixel size used for topography measurement. If the surface is isotropic and self-affine over all the observed ranges, then the isovalue lines are a family of circles regularly distributed. An anisotropic

self-affine surface would translate in a family of equally distributed and non circular isovalue lines. Fig 13a, computed for the topography of the bottom side of F9, shows that the variations of the Hurst exponent and  $C_2(\Delta_0)$  are of secondary order. A very similar figure was also obtained for the top side of F9. For both surfaces, the fit of the scaling laws can finally approximatively be done by  $\log_{10}[C_2(\Delta)/\Delta_0] = 0.75 \log_{10}[\Delta/\Delta_0] - 1.07$ , i.e.  $\zeta = 0.75$  and  $C_2(\Delta_0) = 0.09$  mm, from  $\Delta = 0.04$  mm to  $\Delta = 7$  mm.

Estimating the Hurst exponent with the  $C_2$  method requires a linear fit of equation (3). As the data contains inherent noise, the Hurst exponent determined therefore depends on the fitting method and, above all, on the chosen range of  $\Delta$  used to perform the fit. The  $C_2$  method might underestimate the Hurst exponent (Schmittbuhl et al., 1995b; Renard et al., 2006), but has the advantage of being easily applied in 2D on the whole natural surfaces. The study is in any case limited by the sample size and the sampling resolution.

## 5.2 Statistical characterization of F6 discontinuity sides

The probability distribution function of the elevation was computed for both sides of F6 (Fig. 10b). Both probability distribution functions can be fitted with a normal probability density function having a standard deviation of  $0.5 \pm 0.05$  mm. This result shows that the elevation is slightly more variable than that of F9 sides which are less altered. The function  $\log_{10}[C_2(\Delta)/\Delta_0]$  as a function of  $\log_{10}[\Delta/\Delta_0]$  (Fig. 14) was also plotted for two directions corresponding to the directions  $\theta$  showing the largest anisotropy for each side. In fact, as for F9, the anisotropy of the bottom side of F6 is barely pronounced (figure 13b). A similar plot for the top side both has been made, showing that correlation of the top side is very similar to the bottom one. Both surfaces are also self-affine, from roughly 0.3 mm to 10 mm. The Hurst exponent computed for these ranges, regularly varies (amplitude of  $\pm 0.02$ ) around 0.70 (bottom side) or 0.76 (top side), according to the angle (Fig. 12a). The  $C_2(\Delta_0)$  value also regularly varies (by  $\pm 0.02$  mm) around 0.12 mm (top side) and 0.10 mm (bottom side) (Fig. 12b). Note that this scaling law is very close to that of the F9 sides, and as most observed fracture surfaces (Bouchaud, 1997).

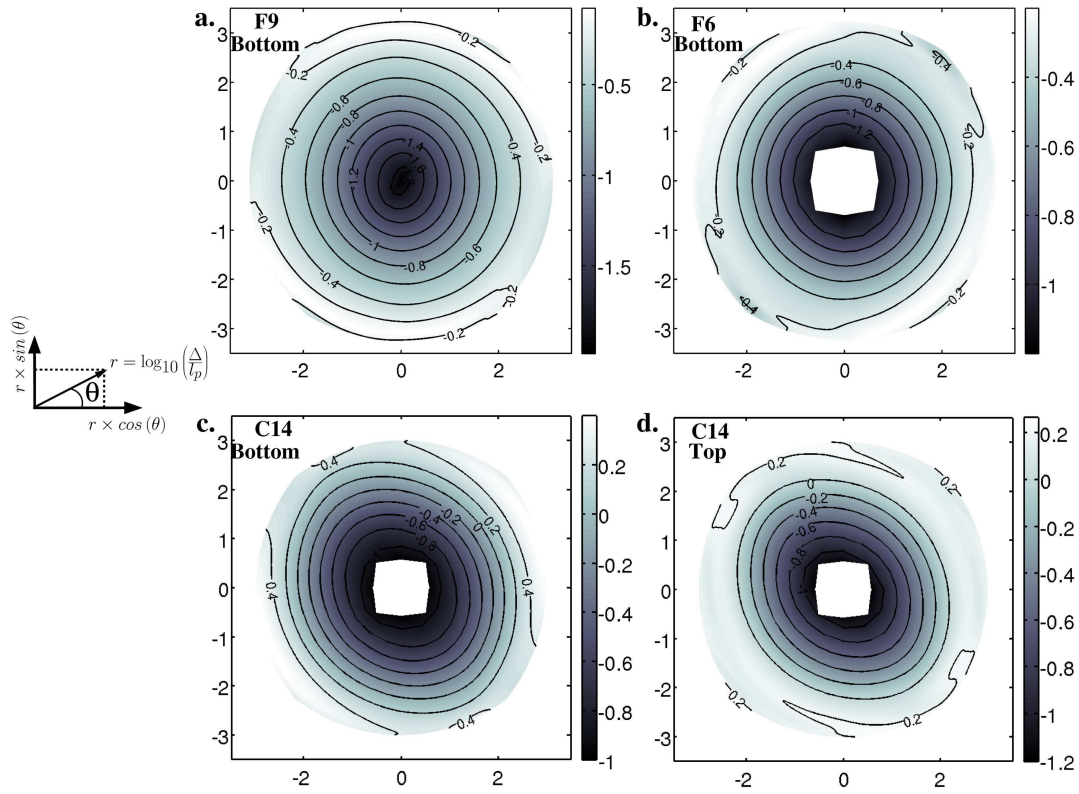


Figure 13: Representation of  $\log_{10}[C_2(\Delta)/\Delta_0]$  as a function of the polar coordinates  $(\log_{10}(\Delta/l_p), \theta)$ , where  $l_p$  is the pixel size used for topography measurement (0.04 mm), computed for the topography of the bottom side of F9 (a), F6 (b), C14 (c) and top side of C14 (d).  $\Delta$ ,  $C_2$  are in mm, and  $\Delta_0 = 1$  mm. At first order, the isovalue lines are families of circles approximatively regularly distributed, showing that the surfaces are nearly isotropic and self-affine over all the observed ranges. At second order, C14 is slightly more anisotropic (especially the top one). Note that the range of isovalues is different between the surfaces, with higher  $C_2$  values for the C14 sides.

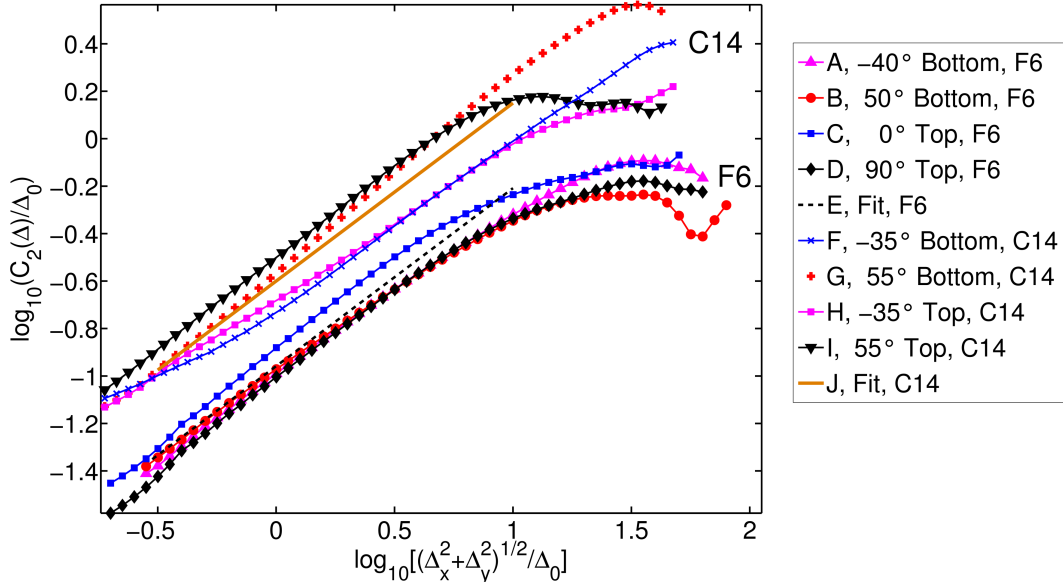


Figure 14: Plot of  $\log_{10} [C_2(\Delta)/\Delta_0]$  as a function of  $\log_{10} [\Delta/\Delta_0]$ , for the top and bottom sides of F6 (A, B, C, D) and C14 (F, G, H, I), for various directions  $\theta$ , as indicated by the labels. Plot E is the linear fit for F6 sides,  $\log_{10} [C_2(\Delta)/\Delta_0] = 0.75 \log_{10} [\Delta/\Delta_0] - 0.96$ , i.e.  $\zeta = 0.75$  and  $C_2(\Delta_0) = 0.11$  mm. Plot J is the linear fit for C14 sides,  $\log_{10} [C_2(\Delta)/\Delta_0] = 0.75 \log_{10} [\Delta/\Delta_0] - 0.6$ , i.e.  $\zeta = 0.75$  and  $C_2(\Delta_0) = 0.25$  mm.  $\Delta$  and  $C_2$  are in mm, and  $\Delta_0 = 1$  mm.

### 5.3 Statistical characterization of C14 discontinuity sides

$C_2$  was computed for the sides of discontinuity C14, and  $\log_{10} [C_2(\Delta)/\Delta_0]$  was plotted as a function of  $\log_{10} [\Delta/\Delta_0]$  for two directions  $\theta$  (Fig. 14). A linear trend can be observed from 0.3 mm to 10 mm, which means that a self-affine law can be fitted. As shown by figure 12, for both C14 surfaces,  $C_2$  is slightly anisotropic, with  $C_2(\Delta_0)$  values progressively varying according to the direction around 0.23 (by an amplitude of  $\pm 0.04$  mm) for the bottom side and around 0.26 (by an amplitude of  $\pm 0.06$  mm) for the top side, with extremal values around  $\theta$  equal to  $\pm 45^\circ$ . The Hurst exponent also shows an anisotropy, as it varies according to the direction (amplitude of  $\pm 0.06$ ) around 0.70 (top) and 0.76 (bottom). Note that the side measurements are relatively oriented to one another (see paper 2), so that the directions of anisotropy can be compared between both surfaces. The difference to an isotropic self-affine surface can be fully observed in Figs 13c and d which shows  $\log_{10} [C_2(\Delta)/\Delta_0]$  as a function of the polar coordinates  $(\log_{10} (\Delta/l_p), \theta)$  for both surfaces. It also shows that the anisotropy direction slightly evolves with the range of

scales and that the range of  $C_2$  values is larger for the top surface than for the bottom one. By observing the rock sample, it was noticed that this anisotropy might correspond to a crystallization occurring along a preferential direction. If the anisotropy is considered as a second order effect, a rough common self-affine fit can be proposed with  $\zeta = 0.75$  (similarly to F9 and F6), and  $C_2(\Delta_0) = 0.25$  mm (more than twice higher than the value for F6 and F9).

## 6 Conclusion

A careful coring allowed us to study the surface morphology of the typical discontinuities present in the bedrock underlying the potential landslide zones near Draix (French Alps). Three sets of discontinuities have been distinguished: the fully open discontinuities, those filled by altered material and clay, and those sealed with calcite. Measurements with a laser profiler have provided statistical properties of the surface. It was observed that the probability density of the boundary elevation of the open (F9) and clay filled (F6) discontinuities is normal, with similar RMS for top and bottom sides. It was also shown that the surfaces of F6 and F9 are self-affine under a limited range, with little variation of the Hurst exponent and prefactor according to the direction for each pair of surfaces. The surfaces of the sealed discontinuity C14 were also shown to be self-affine, for a range of scale 0.3 mm to 1 cm, with visible variation of the Hurst exponent according to the direction. For each surface, the Hurst exponent range around  $0.75 \pm 0.05$ , which is of the same order than the one previously observed for various rocks (Power et al., 1987; Cox and Wang, 1993; Schmittbuhl et al., 1993, 1995a). Such a multi-scaling property allows further modeling of transport properties (see paper 2). The measurement by X-ray computed tomography provided quantitative volumetric information, in particular about the thickness of the calcite-marl interface. The transition from calcite to marl density occurs in two steps: a sharp transition occurring on about 0.15 mm, followed by a smooth transition of several mm.

The authors would like to thank José Ortega for his help for the geological description of the core, as well as Grégory Bièvre for helpful information about the SC1 drilling. We also would like to thank Alain Cochard, Jean-Philippe Malet, Julien Travelletti, Alexandre Remaître, and Émilie Garel for fruitful discussions, and Alain Steyer for technical support. We thank the ANR Triggerland, as well as the SISCA and REALISE programs for their financial support.

## References

- Antoine P., Giraud A., Meunier M., van Asch T. 1995. Geological and geotechnical properties of the "Terres Noires" in Southeastern France: Weathering, erosion, solid transport and instability. *Engineering Geology* **40**:223–234.
- Auradou H., Drazer G., Hulin J., Koplik J. 2005. Permeability anisotropy induced by the shear displacement of rough fracture walls. *Water Resources Research* **41**(9):1–10.
- Barabási A.L., Stanley H. 1995. *Fractal Concepts in Surface Growth*. 2<sup>nd</sup> ed. Cambridge University Press. 366 p.
- Barton C., Hickman S., Morin R., Zoback M., Finkbeiner T., Sass J., Benoit D., 1997. Fracture permeability and its relationship to in-situ stress in the Dixie Valley, Nevada, geothermal reservoir. In *Twenty-Second Workshop on Geothermal Reservoir Engineering*, vol. SGP-TR-155. Stanford. California: Stanford University.
- Bondabou K. 2007. *Étude géologique et structurale d'un massif marneux fracturé sur le site expérimental de Draix (Alpes du Sud)*. Rapport de master, Département de l'Enseignement des Sciences de la Terre et de l'Environnement de Montpellier.
- Bouchaud E. 1997. Scaling properties of cracks. *Journal of Physics: Condensed Matter* **9**:4319–4344.
- Brown S. 1987. Fluid flow through rock joints: The effect of surface roughness. *Journal of Geophysical Research* **92**(B2):1337–1347.
- Carmichael R. 1990. *Practical Handbook of Rocks and Minerals*. 2<sup>nd</sup> ed. U.S.: CRC Press Inc.
- Cosandey C., Mathys N., Maquaire O., Esteves M. 2007. Les marnes, roches imperméables? Processus générateurs des crues dans les marnes noires de la région de Digne-les-Bains. In *Actes des JSIRAUF, Hanoï*.
- Cox B., Wang J. 1993. Fractal surfaces: measurement and application in earth sciences. *Fractal* **1**(1):87–115.
- Cras A. 2005. *Étude de la dynamique de fonctionnement hydrologique des bassins versants torrentiels marneux. Apport du traçage naturel*. Thèse de doctorat, Université d'Avignon et des Pays de Vaucluse.
- Drazer G., Koplik J. 2002. Transport in rough self-affine fractures. *Physical Review E* **66**:026303.
- Ebner M., Toussaint R., Schmittbuhl J., Koehn D., Bons P. 2010. Anisotropic scaling of tectonic stylolites: a fossilized signature of the stress field? *Journal of Geophysical Research* DOI: doi:10.1029/2009JB006649. In press.

- Fressard M., Maquaire O., Malet J.P., Klotz S., Grandjean G. 2009. Morpho-structure and triggering conditions of the Laval landslide developed in clay-shales, Draix catchment (South French Alps). In A. Remaître, J.-P. Malet, T. Bogaard (Eds.) *Landslide processes. From geomorphologic mapping to dynamic modelling.*, 111–114. France: CERG, Strasbourg.
- Garel E., Marc V., Emblanch C., Debieche T.H., Malet J.P., Klotz S. 2009. Flow characterization in fractured black marls by single well pulse injection tests (Alpes-de-Haute-Provence, France). In A. Remaître, J.-P. Malet, T. Bogaard (Eds.) *Landslide processes. From geomorphologic mapping to dynamic modelling.*, 111–114. France: CERG, Strasbourg.
- Geoportail 2007–2009. <http://www.geoportail.fr>. ©2007–2009, IGN-BRGM.
- Glover P., Matsuki K., Hikima R., Hayashi K. 1997. Fluid flow in fractally rough synthetic fractures. *Geophysical Research Letters* **24**(14):1803–1806.
- Hakami E., Larsson E. 1996. Aperture measurements and flow experiments on a single natural fracture. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences* **33**(4):395–404.
- Iverson R., Reid M. 1992. Gravity-driven groundwater flow and slope failure potential 1. Elastic effective-stress model. *Water Resources Research* **28**(3):925–938.
- Lofi J., Pezard P., Loggia D., Garel E., Gautier S., Merry C., Bondabou K., 2009. Geological discontinuities, main flow path and chemical alteration in a marly hill prone to slope instability: assessment from petrophysical measurements and borehole image analysis. *Hydrological Processes* **Special issue, hydrology of clay shales and clayey sediments**.
- Maquaire O., Ritzenthaler A., Fabre D., Ambroise B., Thierry Y., Truchet E., Malet J.P., Monnet J. 2002. Caractérisation des profils de formations superficielles par pénétrométrie dynamique à énergie variable : application aux marnes noires de Draix (Alpes-de-Haute-Provence, France). characterisation of alteration profiles using dynamic penetrometry with variable energy. application to weathered black marls, Draix (Alpes-de-Haute-Provence, France). *Comptes Rendus Geosciences* **334**(11):835 – 841. DOI: 10.1016/S1631-0713(02)01788-1.
- Marache A., Riss J., Gentier S., Chilès J.P. 2002. Characterization and reconstruction of a rock fracture surface by geostatistics. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* **26**(9):873–896.
- Mathys N. 2006. *Analyse et modélisation à différentes échelles des mécanismes d'érosion et de transport de matériaux solides. Cas des petits bassins versants de montagne sur marne (Draix, ALpes-de-Hautes-Provence)*. Thèse de doctorat, INP Grenoble.

- Méheust Y. 2002. *Écoulement dans les fractures ouvertes*. Thèse de doctorat, Université Paris Sud.
- Méheust Y., Schmittbuhl J. 2000. Flow enhancement of a rough fracture. *Geophysical Research Letters* **27**:2989–2992.
- Méheust Y., Schmittbuhl J. 2003. Scale effects related to flow in rough fractures. *Pure and Applied Geophysics* **160**(5-6):1023–1050.
- Mery C. 2008. *Étude pétrographique et d'imagerie en forage d'un massif marneux fracturé sur le site expérimental de Draix*. Rapport de master, Département de l'Enseignement des Sciences de la Terre et de l'Environnement de Montpellier.
- Neuville A., Toussaint R., Schmittbuhl J. 2009. Fracture aperture reconstruction and determination of hydrological properties: a case study at Draix (French Alps). *Hydrological Processes* **Special issue, hydrology of clay shales and clayey sediments**. Submitted to Hydrological Processes, accepted.
- Noiriel C. 2005. *Contribution à la détermination expérimentale et à la modélisation des différents processus contrôlant l'évolution géochimique, structurale et hydrodynamique des roches fissurées carbonatées*. Thèse de doctorat, École des Mines de Paris.
- Plouraboué F., Kurowski P., Boffa J.M., Hulin J.P., Roux S. 2000. Experimental study of the transport properties of rough self-affine fractures. *Journal of Contaminant Hydrology* **46**:295–318.
- Power W., Tullis T., Brown S., Boitnott G., Scholz C. 1987. Roughness of natural fault surfaces. *Geophysical Research Letters* **14**(1):29–32.
- Renard F., Voisin C., Marsan D., Schmittbuhl J. 2006. High resolution 3D laser scanner measurements of a strike-slip quantify its morphological anisotropy at all scales. *Geophysical Research Letters* **33**(4).
- Schmittbuhl J., Gentier S., Roux S. 1993. Field measurements of the roughness of fault surfaces. *Geophysical Research Letters* **20**(8):639–641.
- Schmittbuhl J., Schmitt F., Scholz C. 1995a. Scaling invariance of crack surfaces. *Journal of Geophysical Research* **100**(B4):5953–5973.
- Schmittbuhl J., Steyer A., Jouniaux L., Toussaint R. 2008. Fracture morphology and viscous transport. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences* **45**:422–430.
- Schmittbuhl J., Vilotte J., Roux S. 1995b. Reliability of self-affine measurements. *Physical Review E* **51**:131–147.
- Terzaghi K. 1936. The shearing resistance of saturated soils and the angle between the planes of shear. In *Proceedings, 1st International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, **1**:54–56. Cambridge, USA.



- Vicente S.M., Ribeiro e Sousa L., Hack R. 2002. Laboratory study of geomechanical and hydro-mechanical characterisation of discontinuities. *News Journal International Society for Rock Mechanics (ISRM)* **7**(2):9–15.
- Wyllie D. 1999. *Foundations on Rock*. 2<sup>nd</sup> ed. London, U.K.: Spon Press.
- Yamakoshi T., Mathys N., Kiotz S. 2009. Time-lapse video observation of erosion processes on the black marls badlands in the Southern Alps, France. *Earth Surface Processes and Landforms* **34**(2):314–318.
- Zhang S., Lai Y., Zhang X., Pu Y., Yu W. 2004. Study on the damage propagation of surrounding rock from a cold-region tunnel under freez-thaw cycle condition. *Tunnelling and Underground Space Technology* **19**:295–302.

### 4.2.3 Résumé de l'article "Draix 2"

**Titre :** "Fracture aperture reconstruction and determination of hydrological properties: a case study at Draix (French Alps)"

**Auteurs :** A. Neuville, R. Toussaint et J. Schmittbuhl

Dans l'article "Draix 1", la topographie des surfaces des épontes inférieures et supérieures de fractures a été obtenue. À ce stade, il reste à restaurer la position relative in-situ de ces mesures afin d'estimer la géométrie précise de l'ouverture, puis le comportement hydraulique. La reconstitution de l'ouverture n'est pas évidente, car dans le cas où la fracture qui traverse l'ensemble de la carotte est ouverte, les épontes sont séparées lors de leur observation, donc le déplacement relatif entre les deux épontes doit être retrouvé. Le cas d'une fracture scellée, c'est-à-dire une fracture remplie de matériaux cristallisés est différent. Quand ces matériaux sont désolidarisés de la matrice alentour (par ex. dissolution de la matrice par de l'eau), la mesure par profilométrie nécessite de mesurer la topographie d'une face puis de retourner l'échantillon pour mesurer la topographie de la seconde face. Si aucune précaution n'est prise, le positionnement relatif de ces deux mesures est alors inconnu. Deux méthodologies générales, ayant pour but de reconstituer la géométrie de l'ouverture d'une fracture, sont proposées.

La première est une technique de corrélation adaptée pour les fractures ouvertes dont les épontes présentent des similarités, qui permet d'estimer le déplacement normal (ce qui revient à estimer l'ouverture moyenne) ou le déplacement en cisaillement, suivant le type de déplacement subi par la fracture. Pour appliquer cette méthode, seule une image appropriée de chaque surface est requise. Ici, l'image utilisée pour chaque surface est une carte de sa topographie obtenue par profilométrie laser (cf. article "Draix 1", p. 82). Cette méthode est appliquée à la fracture ouverte de Draix, dont les surfaces ont été étudiées par profilométrie laser précédemment (cf. article "Draix 1") et dont les épontes présentent des surfaces assez similaires. En supposant que le déplacement est purement normal, la valeur de l'ouverture moyenne de cette fracture ouverte est estimée à 2.3 mm et la géométrie précise de l'ouverture in situ est reconstituée.

La seconde technique concerne le protocole expérimental à mettre en place lors des mesures par profilométrie de la topographie des fractures scellées, afin que ces mesures partagent un repère commun. Ce protocole est appliqué pour reconstituer la géométrie tridimensionnelle d'une discontinuité scellée de Draix, détachée de son encaissant.

Des mesures statistiques sont effectuées sur ces deux ouvertures. La probabilité de distribution de l'ouverture de la fracture ouverte est calculée, et s'avère gaussienne, comme les surfaces, mais avec un écart-type cinq fois plus petit. À l'échelle de l'échantillon, l'ouverture de la fracture ouverte suit une loi d'échelle qui comporte une transition : l'ouverture est auto-affine seulement aux très petites échelles observées (de 0.04 mm à 0.8 mm) et ne présente pas de corrélation aux échelles plus grandes (de 0.8 mm à plusieurs centimètres). Ce comportement statistique est différent de celui de l'ouverture de la fracture scellée qui est auto-affine à toutes les échelles observées (0.15 mm à plusieurs centimètres).

L'influence de la rugosité des fractures sur les propriétés hydrauliques du massif de Draix est ensuite discutée, à l'aide des résultats statistiques obtenus dans la première partie de cette thèse, chapitre 1, p. 24. Pour la fracture ouverte, l'amplitude de la rugosité est très faible comparée à l'ouverture ; ainsi, un modèle simple de plaques parallèles permet d'estimer la perméabilité. Par contre, si on suppose que la fracture scellée pourrait être rouverte par des processus chimiques, alors l'amplitude de la rugosité relative à

l'ouverture moyenne de la fracture scellée serait suffisamment importante pour modifier le comportement hydraulique. La loi d'échelle permettant d'estimer la rugosité est extrapolée à l'échelle du massif, et des simulations par différences finies (similaires à celles exposées dans le chapitre 1, p. 22) sont réalisées pour cette morphologie. La perméabilité estimée est très importante, comme attendu d'après les premières inférences (cf. 4.1.4), avec des valeurs de l'ordre de  $10^{-9} - 10^{-8} \text{ m}^2$ .

## 4.2.4 Article “Draix 2”

# Fracture aperture reconstruction and determination of hydrological properties: a case study at Draix (French Alps)

A. Neuville <sup>1,2</sup>      R. Toussaint <sup>1,2</sup>      J. Schmittbuhl <sup>1,2</sup>

September 8, 2010

amelie.neuville@eost.u-strasbg.fr  
renaud.toussaint@eost.u-strasbg.fr  
jean.schmittbuhl@eost.u-strasbg.fr

Submitted to HP - special issue paper, with the reference S147 Clay Shales  
and Clayey Sediments

## Abstract

We propose two techniques for fracture aperture reconstruction. The first one is a correlation technique that estimates the normal aperture or the tangential shift across a discontinuity whose sides present geometrical similarities. The only required material is a pair of appropriately controlled images of each side. Here the images are maps of the corresponding side topography, obtained from laser profilometry. Assuming a purely normal opening, it is possible, from two corresponding sides of a given discontinuity in a core log, to infer the precise geometry of the in situ aperture. The second technique allows to retrieve the three dimensional geometry of a sealed discontinuity from non independent topography measurements of both sides. Both techniques are applied to discontinuities extracted from a core drilled down to 20 m in a fractured marl formation at Draix (French Alps). The probability density functions of the aperture of the sealed and open discontinuities are shown to be Gaussian. At the sample scale, the sealed fracture aperture is self-affine while the open one shows a

<sup>1</sup>EOST, Université de Strasbourg, France

<sup>2</sup>Institut de Physique du Globe de Strasbourg, UMR CNRS UdS 7516, 5 rue René Descartes, 67087 Strasbourg Cedex, France

crossover from a self-affine regime at very small scales to an uncorrelated regime at largest scales. After extrapolating those scaling laws at the scale of the whole formation, we discuss when the aperture roughness affects the hydraulic properties of the Draix fractured bedrock. The overall estimated permeability is significant ( $10^{-9} - 10^{-8} \text{ m}^2$ ), consistently with some previous indirect inferences.

## 1 Introduction

Many physical processes occurring in fractured rocks depend on the individual fracture apertures: for instance the hydraulic flow (e.g. Brown (1987); Tsang and Tsang (1987); Pyrak-Nolte et al. (1988); Zimmerman and Bodvarsson (1996); Méheust and Schmittbuhl (2001); Drazer and Koplik (2002); Auradou et al. (2005, 2006); Schmittbuhl et al. (2008)), the tracer dispersion (e.g. Drazer and Koplik (2002); Roux et al. (1998); Plouraboué et al. (1998)) or the heat transfer (e.g. Walkup and Horne (1985); Muralidhar (1990); Neuville et al. (2010a)). It is therefore important to be able to reconstitute the volumetric geometry of apertures, knowing both the average opening and the fracture roughness. The hydraulic properties are notably highly influenced by the ratio between roughness amplitude and mean aperture (e.g. Brown (1987); Méheust and Schmittbuhl (2001); Al-Yaarubi et al. (2005)).

This paper shows how to reconstruct, at laboratory scale, the aperture of open fractures and the thickness of veins, in order to estimate the hydraulic behavior of a fractured bedrock. The studied discontinuities are extracted from a core drilled in the fractured marl of Draix (French Alps), an experimental site exploited to understand landslide processes (Fressard et al., 2009). At laboratory scale, aperture reconstruction of fracture has previously been explored in various ways depending if the fracture fully intercepts the sample (providing two sample pieces) or not. Some of the methods allow to obtain the aperture fluctuations directly: for instance X-ray computer tomography measurements (e.g. Noiriel (2005)) or resin injection into the fracture (e.g. Gentier and Hopkins (1997); Hakami and Larsson (1996)). In Hakami and Larsson (1996) the sample was then sliced perpendicularly to the fracture and the aperture was measured on each slide using images obtained from an optical microscope. If both sides of the fracture are separated, the aperture fluctuations can also be obtained indirectly, by measuring the topography of facing fracture surfaces whose relative position is ensured by a common reference frame (e.g. the boundaries of the sample). For instance, it was done by using transparent casts of each surfaces, whose morphology can be obtained through light attenuation properties (e.g. Isakov et al. (2001)), and also by measuring the morphology of surfaces using mechanical or laser

profilers (e.g. Vicente et al. (2002); Sharifzadeh et al. (2008); Lee and Cho (2002); Sakaguchi et al. (2008)). In some of the previously cited studies, the average aperture is either a priori known, especially when the sample fully embodies the fracture, or arbitrarily fixed: for instance when both fracture sides are assumed to be in contact. When the sample is entirely intercepted by the discontinuity, providing two separated sides whose relative position is unknown, the average aperture is tricky to estimate. Such open discontinuities, showing no contact at sample scale between both sides can typically be found in samples extracted from a core drilled in fractured bedrocks (e.g. Lofi et al. (2009); Genter and Traineau (1996)). For a sealed discontinuity, the situation is different. Boundary geometry can be directly measured if the embedding material can be removed. However, even in this case, the volumetric geometry is lost when both surface elevations are not measured in a common reference frame. In section 2 of this paper, we detail two methods, respectively dedicated to open and sealed discontinuities, allowing the reconstruction of both the average aperture and the roughness variation of a discontinuity. The first method requires the analyze of the correlations between the surfaces, provided that these correlations exist. For a sealed discontinuity, the relative positioning is ensured by attaching the sample to a specific frame when measuring each surface topography. Both methods are illustrated on experimental discontinuities whose surface elevations were previously measured with a laser profiler (Neuville et al. (2009), hereafter referred as paper 1), providing an accurate knowledge of each surface topography. In section 3 a statistical study of the fluctuations of the resulting apertures is presented, and the scaling laws governing the aperture roughness are determined. In section 4, the hydraulic behavior of the various discontinuities is determined and the observed scaling laws are used to obtain the large scale hydraulic properties of the formation.

## 2 Aperture reconstruction

### 2.1 Reconstruction of the aperture of an open discontinuity with correlated sides

#### 2.1.1 Topography of the sides at zero relative displacement

Let us consider a brittle elastic fracturing that creates two sides with complementary morphologies (or asperities). If the displacement induced by the fracturing is zero, then each surface asperity is in contact with the corresponding asperity on the other surface, as shown in Fig. 1a. Note that this state might be fictitious if the relative displacement occurs at the same time as the fracturing. In practice, during the bedrock history, the discontinuity

morphology might be modified due to chemo-mechanical processes, hence correlation between both surfaces may disappear. Let us consider that despite a probable alteration of the fracture, enough complementary asperities may still be observed.

### 2.1.2 Present displacement indicated by the borehole boundaries

When the drilling is performed, the intercept between the drill and both sides of the fracture is very likely to provide information about the relative position of the fracture sides at the drilling time. Both complementary sides might have been shifted relatively to each other. Handling the sample, and moving both sides relatively to each other, one can – in principle – restore contact between the complementary asperities (i.e., as defined above, the state of the fracture at zero displacement). In general, once the asperities are in contact, the boundaries of the facing sides no longer fit. When the fracture is not perpendicular to the cylindrical core axis, the intersection between the discontinuity mean plane and the boundary of the drill provides surfaces with elliptic boundaries. This only assumes that  $\beta \neq 0$ , where  $\beta$  is defined as the angle between the normal to the mean discontinuity plane and the core axis (see Fig. 1). Let  $\vec{\delta}$  be the projection of the true vector displacement field between surfaces, in the fracture mean plane (defined here as the plane fitted by a least mean square method of the surface topography). It can be measured from the shift of the elliptical boundaries once the complementary asperities are in contact. The vector field  $\vec{\delta}$ , that will further be called the in-plane shift, allows to reconstitute the true field of relative displacements of the fracture sides, under some simple geometrical assumptions.

### 2.1.3 Displacement history

If the fracture opened in shear mode, i.e. with relative displacement parallel to the average plane, then  $\vec{\delta}$  is uniform and its norm directly provides the shear value. Let us now consider the other end-member, i.e. a fracture that opened in mode I, whose sides moved along a direction normal to the mean plane. When the axis of the drill is not perpendicular to the mean discontinuity plane ( $\beta \neq 0$ ), the more the fracture is open, the more the facing patterns will appear shifted once the core is extracted from the drill (Fig. 1b). In this case, the field  $\vec{\delta}$  is also uniform. Knowing the angle  $\beta$  and the norm  $\delta$  (Fig. 2), the average aperture  $\mathcal{A}$ , measured in the direction perpendicular to the mean discontinuity plane, can be deduced:  $\mathcal{A} = \delta / \tan \beta$ . The angle  $\beta$  can be measured directly on the considered discontinuity using an inclinometer, once the core is extracted from the soil. Moreover this measurement allows to check if both sides of the open discontinuity are indeed

parallel on average, as it should indeed be for pure mode I opening. In the next part, we show how  $\vec{\delta}$  may be evaluated.

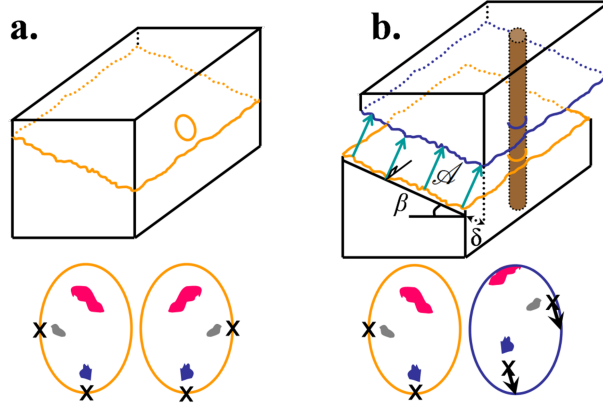


Figure 1: Comparison of the elliptic intercept of a drill before (a) and after (b) a normal shift of a discontinuity. In (b), the location of the elliptic boundary of the core with respect to the similar facing patterns (see step v in Fig. 2) are compared, hence  $\vec{\delta}$  is obtained.  $\beta$  is the angle between the normal to the mean plane of the discontinuity and the core axis.

#### 2.1.4 Quantitative evaluation of the in-plane shift $\vec{\delta}$ by image correlation

Let us consider two sides of an open discontinuity, assumed to be parallel in situ. It is also assumed that correlations between both sides are visible: typically, some similar patterns in the topography can be observed on both surfaces. Some patterns may also be identified because of similar colors (like oxidized parts). Estimate of the in-plane shift  $\vec{\delta}$  can be done using either maps of the topography, or any top view images resulting from any technique (like photos) where the similar patterns to be correlated are visible. In Fig. 2, the procedure used to deduce  $\delta$  from the topography measurement is presented. Once the measurement of the topography is known (step i) (e.g. using a profiler, or other techniques that can produce scaled three dimensional data), a change of coordinates is done, performing a rotation of the initial axes, in order to get the so called  $x - y$  plane aligned with the mean plane of the surface (Fig. 2, step ii). Then a rotation of  $180^\circ$  around the  $y -$  axis of one of the surfaces is performed (Fig. 2, step iii). Then it is assumed that only a 1D rotation around the  $z -$  axis and a 2D translation of the top surface axes (Fig. 2, step iv) are required to position the facing asperities at the same coordinates. This 2D transformation can theoretically be obtained in several ways: either minimization of volume difference between similar



zones, or inter correlation (e.g. Brown (1992); Wilson and Theriot (2006)) of images or surface elevations. However, if both surfaces are not similar enough, with possible outliers in the measurement, we have found that the volume minimization method was not reliable (i.e. clear mismatch of the facing patterns). A simple method to implement is to inspect visually both maps of elevation as images and to select  $N$  pairs of points of coordinates  $(x_i^B, y_i^B)$  and  $(x_i^T, y_i^T)$  (one from each image), that are confidently identified as corresponding points of two homologous asperities. The isometry  $\Omega$  to be applied is determined by a least square minimization, i.e. minimization of  $\sum_{i=1}^N \left[ \sqrt{(x_i^B - x_i^{T'})^2 + (y_i^B - y_i^{T'})^2} \right]$  where  $(x_i^{T'}, y_i^{T'}) = \Omega(x_i^T, y_i^T)$ . Then, the in-plane projection of the intercept between the core and the discontinuity are actually fitted with an identical ellipse for both sides (Fig. 2, step v). Once the transformation is made, each top and bottom corresponding point of the elliptic boundaries is shifted of  $\vec{\delta}$ . By comparing the positions of both fitted ellipses, an estimate of the variability of the field  $\vec{\delta}$  can be estimated and, if it is uniform (corresponding therefore to a relative translation of the sides without rotation), the in-plane shift  $\delta$  is obtained.

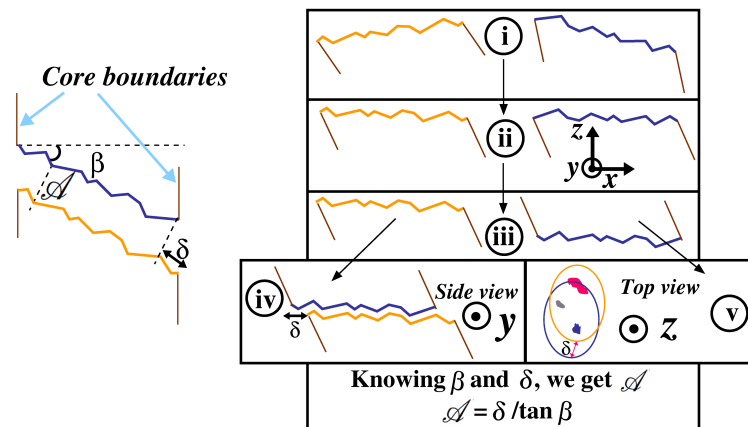


Figure 2: The displacement is assumed here to be normal to the mean plane of the discontinuity. The diagram shows the major five steps of the processing. i: Measurement of the surface topographies. ii: Detrending by rotation of the surfaces; after this rotation, the mean surface plane, computed by a least mean square method, defines the  $(x, y)$  plane. iii: Rotation of  $180^\circ$  of the top surface around the  $y$ -axis. iv: Asperity correlation and linear transformation (in-plane rotation and translation) to adjust the two sides one against the other; this step requires similarities between both sides. v: Fit of the elliptic boundaries of the sample cores. In this processing, the mean planes of each discontinuity sides are assumed to be initially parallel, like for the F9 discontinuity.

### 2.1.5 Application of the method to a real discontinuity from Draix borehole

The natural discontinuity which is studied here is the one called F9, extracted from a drill in marl at Draix (French Alps) (see paper 1). F9 is an open discontinuity in the sense that no infill material was observed and no contact zone between the top and bottom parts of the discontinuity is known at the core scale.

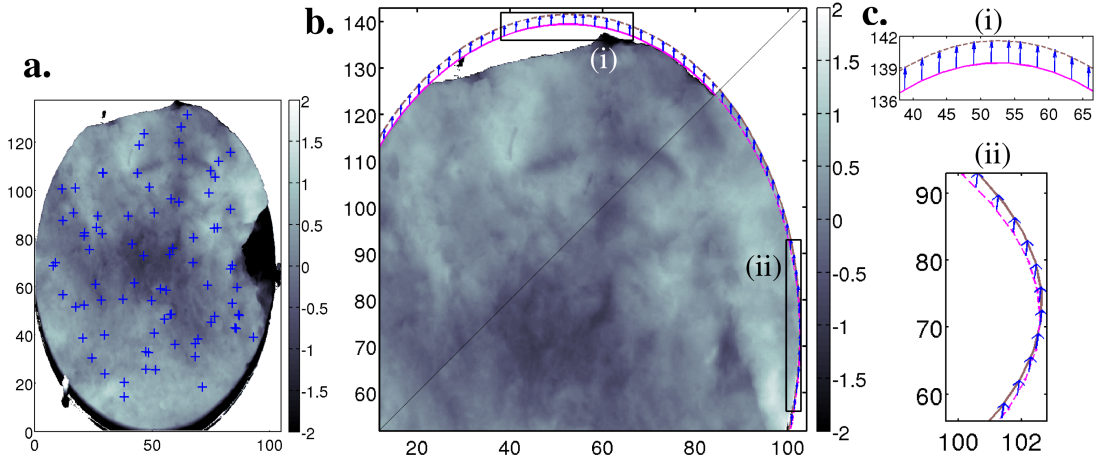


Figure 3: a. Points selected on the bottom surface of F9. Points corresponding to the similar asperities were also selected on the F9 top surface. Using these points, cross-correlation was done in order to position both surfaces relatively to one another. b. Topography of both sides of the discontinuity F9. Composite picture formed of two parts: topography of the bottom side shown on the top left, topography of top side on the bottom right, positioned by maximization of the cross correlations. It shows that similar patterns are at the same coordinates while the ellipses fitting both elliptical boundaries are shifted by  $\vec{\delta}$ . c. Blow-ups (i) and (ii) show that  $\vec{\delta}$  is approximatively homogeneous.

The topography of both sides of F9 is known from the measurement with an optical profiler (paper 1). Actually, F9 shows very similar top and bottom surfaces. Once step ii and iii are performed, one searches the best transformation to be applied so that similar patterns are facing. The transformation obtained by selecting pairs of points provided a good match of the similar patterns, as shown in Fig. 3. The elliptical boundaries of the surfaces can indeed be fitted with an ellipse of identical size for the top and bottom sides, but with different center and orientation. Comparing the position of those ellipses once the corresponding patterns match, it was found that the transformation to be applied to transform one of the ellipse to the other was

mostly a translation and a negligible rotation:  $\vec{\delta}$  is approximatively uniform. The translation was determined as equal to  $\delta = 2.085 \pm 0.05$  mm.

As no striation was seen on the surfaces, it was deduced that fractures opened in mode I, with a displacement normal to the fracture plane. This mode is coherent with a fracturing due to a pore pressure increase (hydraulic fracturing). Many other mechanisms can also lead to such tensile fractures, as local contraction of the material due e.g. to temperature change, drying, chemical change. The oxidation shows that independently of the origin of the fracture, water circulated in it after its creation. The angle  $\beta$  was measured as  $\beta = 42^\circ$ , which implies  $\mathcal{A}_{F_9} = \delta / \tan \beta \simeq 2.3 \pm 0.1$  mm.

The final step is to reconstruct the volumetric aperture, knowing the average aperture, as well as the fluctuation of both surface elevations around their mean plane. Hence both surface elevations are interpolated on the same  $(x-y)$  grid (using transformed coordinates, after steps i to iii shown in Fig 2 are performed). Finally the detailed aperture field of F9 shown in Fig. 4 is obtained. In this figure, it can be seen that the aperture in the central zone is about 0.2 mm larger than on the border of the core, and that some small zones of about  $3 \text{ mm}^3$  show a locally larger aperture than the one in the surroundings. This may correspond to local rupture of asperities.

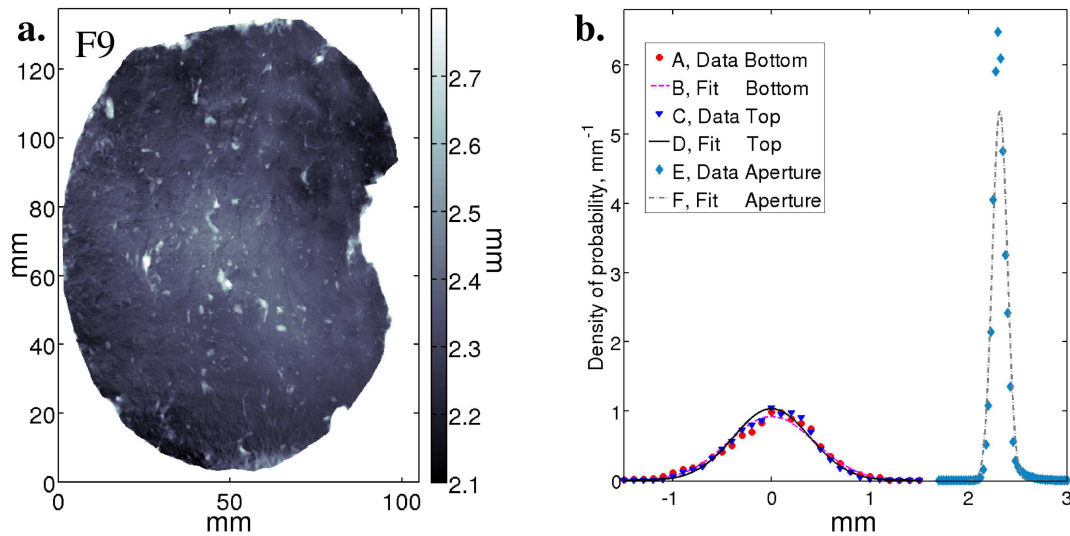


Figure 4: a. Aperture of discontinuity F9 issued from the laser profiler topography measurement and reconstruction from image correlation. b. Probability density functions of the elevation of the bottom (A) and top surfaces (C), and aperture (E) of F9, and their normal probability fits (B, D, F). For A, B, C, D, mean value is 0 mm and RMS (Root Mean Square) is about 0.4 mm. For E, F, mean value is 2.3 mm and RMS is about 0.08 mm. The measurements for the plots A, B, C, D are described in paper 1.

## 2.2 Reconstruction of the thickness of a sealed discontinuity

For a sealed discontinuity, which has been isolated from the matrix, the aperture can be visually appreciated, but remains to be fully quantified. This can be achieved by measuring the elevation on each side of the sample, so as to deduce its thickness by appropriate transformations (Fig. 5). A critical condition for such a procedure to provide meaningful results is that both topography measurements share a common reference frame, which may be adequately done by wedging the vein into a rigid box of known geometry (Fig. 5). First, the topography of one surface (called top) is determined together with the boundaries of the box ( $A_1 B_1 C_1 D_1$ ). Second, the box is flipped upside down and the topography of the other surface (bottom) is similarly measured. It is then possible to transform coordinates from the global frame – given by the profiler – to the local frames  $\mathcal{R}_1$  and  $\mathcal{R}_2$ , which are associated with, the top and bottom boundaries of the box, as shown in Fig. 5. To do so, a precise knowledge of the box geometry is also mandatory. The use of a rectangular parallelepiped box greatly eases this procedure (see practical protocol in Appendix 6). Once the topography is known in frames  $\mathcal{R}_1$  and  $\mathcal{R}_2$ , as well as the relative position of both these frame, the aperture can finally be obtained.

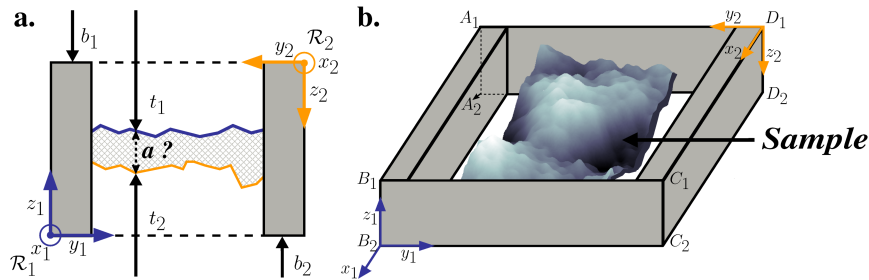


Figure 5: Drawings of a sealed discontinuity wedged in a rigid frame (box) (a: side view; b: perspective view). By measuring the topography of both surfaces,  $t_1$  and  $t_2$ , as well as the box boundaries,  $b_1$  and  $b_2$ , the tridimensional geometry of the discontinuity can be deduced.

This procedure was applied to a natural discontinuity, called C14 in paper 1, extracted from a drill at Draix (French Alps). C14 refers to a discontinuity sealed with calcite, in-situ embedded into marl, which was studied after removing the surrounding bulk marl. This discontinuity was then wedged in a box, and the topography of each side was measured with an optical profiler, allowing to reconstruct its thickness geometry, shown in Fig. 6.

The error of the in-plane relative positioning between frames  $\mathcal{R}_1$  and  $\mathcal{R}_2$

N.B. : la figure Fig. 4.10b., p. 130 montre une photographie du montage utilisé pour mesurer la topographie de la veine de calcite.

translates into an error on the discontinuity aperture, which has been estimated by two independent reconstructions. This error is on average 0.2 mm, and increases with the slope of the aperture. Most of the uncertainty on the aperture comes from the boundaries of the box not being exactly rigid and orthogonal, which can be improved by using a box designed better than for this exploratory test.

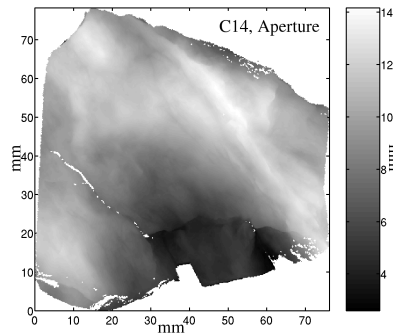


Figure 6: Reconstructed aperture field of C14. Units are in mm.

### 3 Statistical characterization of the apertures

#### 3.1 Characterization of the aperture morphology of an open discontinuity

The aperture field of F9 ranges between 2 mm and 3 mm (Fig. 4). Its probability density function (Fig. 4b, E) is approximately normal (Fig. 4b, F) with a standard deviation of 0.08 mm around the mean aperture  $\mathcal{A} = 2.3$  mm. The standard deviation of the aperture is about five times lower than the standard deviation of the elevation of each side, which is 0.4 mm (paper 1, recalled in Fig. 4b, A, B, C, D). This results already shows that the facing surface topographies are highly correlated. Further comparison between the top and bottom surface topographies is done by analyzing their scaling properties.

The scaling law of the aperture has been determined exactly with the same autocorrelation expression as for the topographies (see paper 1, section 5),

$$C_2(\vec{\Delta}) = \sqrt{\left\langle \left[ f(\vec{OM} + \vec{\Delta}) - f(\vec{OM}) \right]^2 \right\rangle}, \quad (1)$$

where  $f$  is the function to be analyzed (here, the aperture),  $\vec{\Delta}(\Delta_x, \Delta_y)$  the lag vector (i.e. characteristic distance at which the correlation is computed),

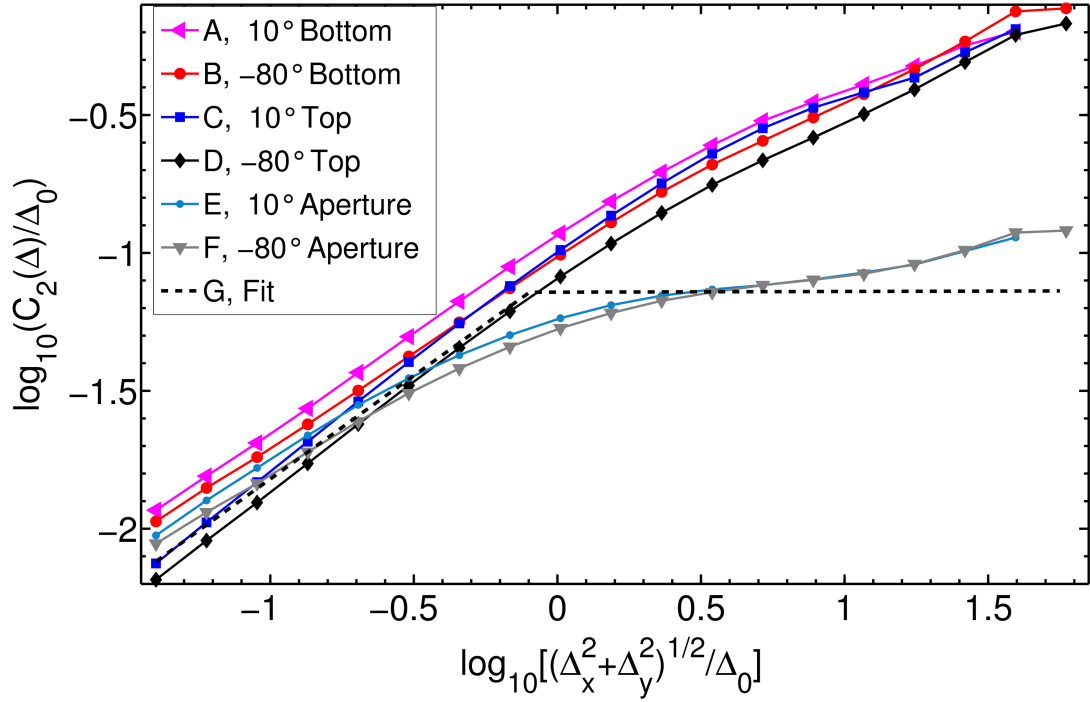


Figure 7: Plot of  $\log_{10} [C_2 (\Delta)/\Delta_0]$  as a function of  $\log_{10} [\Delta/\Delta_0]$ , for discontinuity F9, in directions  $\theta$  equal to  $10^\circ$  and  $-80^\circ$ , for the bottom side (A, B), top side (C, D), and aperture (E, F), respectively. The measurements for the plots A, B, C, D are described in paper 1. The fit curve shows the suggested model for the F9 aperture: it is self-affine from  $\Delta = 0.04$  mm to  $\Delta = 0.8$  mm with a slope of 0.75 and  $C_2 (0.1 \text{ mm}) = 17 \text{ }\mu\text{m}$ ; then for  $\Delta$  values higher than 0.8 mm it reaches a plateau characterized with  $C_2 (\Delta > 0.8 \text{ mm}) = 0.07 \text{ mm}$ .  $\Delta$ ,  $C_2$  are in mm, and  $\Delta_0 = 1 \text{ mm}$ .

$\langle \rangle$  indicates that the average is computed over all the possible spatial points  $M$  so that  $z(\overrightarrow{OM})$  and  $z(\overrightarrow{OM} + \vec{\Delta})$  are defined, and  $\Delta_0$  is here chosen to be 1 mm. The self-affinity was checked in the same way as in paper 1, i.e. by plotting  $C_2 (\Delta)$  as a function of  $\Delta$  in a log-log representation: if such a plot is linear, the slope provides a direct determination of the Hurst exponent. This has been plotted in 1D (Fig. 7), for given directions  $\theta$ , defined as the angle between the  $x$ -axis and  $\vec{\Delta}$ , and in 2D (Fig. 8), in order to check the isotropy of the scaling law. Figure 7 shows that the scaling law property of the discontinuity aperture, plotted for two directions, is rather different from that of each side, whose scaling curves (A, B, C, D) are recalled for comparison. While those were observed to be self-affine at least from 0.04 mm to 7 mm (paper 1), the aperture (E, F) exhibits a self-affine property only

on a very short range of scales (from 0.04 mm to 0.8 mm). At larger scales, the autocorrelation  $C_2$  for the F9 aperture tends to saturate, with a smooth crossover at the transition between both regimes. Similar analytic and numerical scaling curves were discussed e.g. by Brown (1995); Plouraboué et al. (1995); Glover et al. (1998); Ogilvie et al. (2006); Méheust and Schmittbuhl (2003); Auradou et al. (2006), who studied the aperture obtained from two self-affine surfaces matching at large scales and independent at small scales. In our case, the mismatch at small scales is isotropic and would correspond to small scale surface damaging, while the large scale match probably reflects the initial match of the fracture boundaries. Here, the Hurst exponent characterizing the self-affinity at small scales is difficult to estimate robustly, due to the very short range where the self-affinity can be observed. The fit proposed in Fig. 7 has a slope (Hurst exponent) of 0.75. This is in accordance with the results presented in paper 1, where it was shown that both sides of F9 have a self-affine geometry characterized by a Hurst exponent of 0.75. Figure 8a, is a 2D plot of  $\log_{10} [C_2(\Delta)/\Delta_0]$  as a function of the polar coordinates  $(\log_{10}(\Delta/l_p), \theta)$  ( $l_p = 0.04$  mm). It shows that the scaling properties of the aperture are roughly the same in any direction, which was also the case for the facing surfaces.

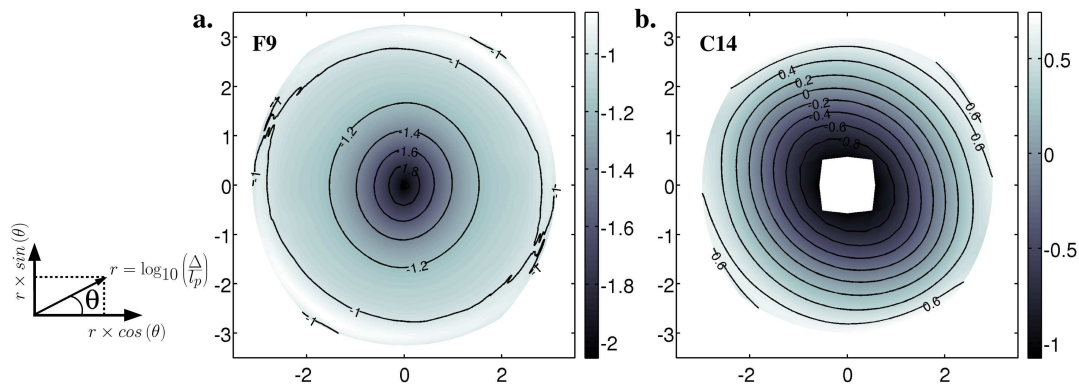


Figure 8: Representation of  $\log_{10} [C_2(\Delta)/\Delta_0]$  as a function of the polar coordinates  $(\log_{10}(\Delta/l_p), \theta)$ , where  $l_p$  is 0.04 mm, computed for the apertures F9 (a) and C14 (b). For C9 and C14, the isovalue lines are a family of slightly elongated circles, showing that both apertures are isotropic at first order. Note that, at second order, C14 is slightly more anisotropic; and also that  $C_2$  values are higher for C14 than for F9. These lines are regularly distributed for C14, showing that the aperture is self-affine over all the observed ranges, while F9 aperture shows only a self-affine law at very small scales.  $\Delta$  and  $C_2$  are in mm.

### 3.2 Scaling law of the thickness of the sealed discontinuity

The calcite joint studied, C14, has a thickness ranging from about 3 mm to 14 mm. This thickness (shown in Fig. 6), mostly around 1 cm, is relatively variable due to the anastomose of multiple calcite layers (see Fig. 4 in paper 1).

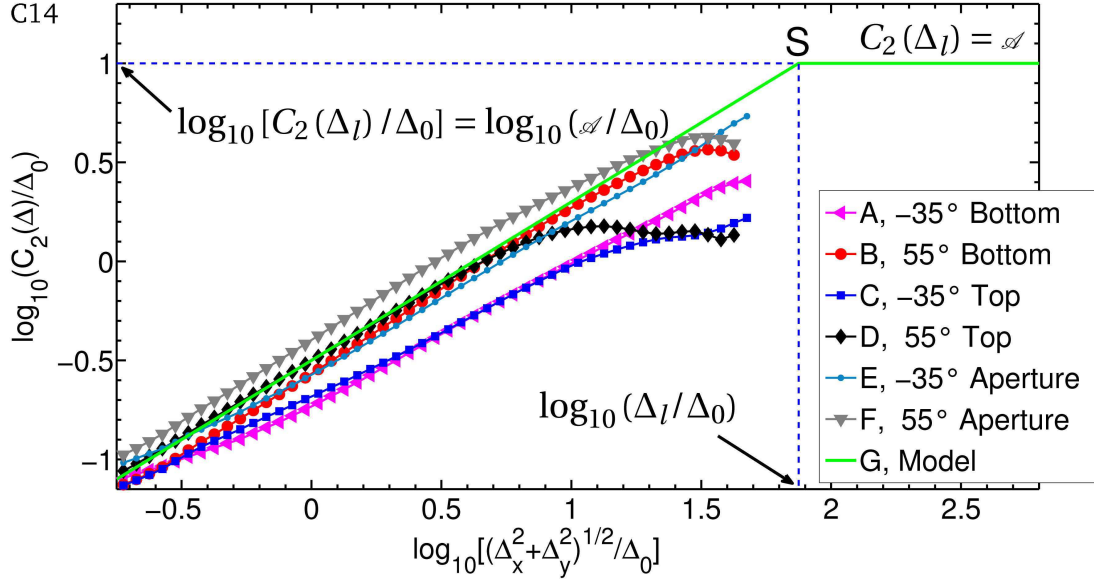


Figure 9: Plot of  $\log_{10} [C_2(\Delta)/\Delta_0]$  as a function of  $\log_{10} [\Delta/\Delta_0]$ , for the C14 discontinuity, in directions  $\theta$  equal to  $-35^\circ$  and  $55^\circ$ , for the bottom side (A, B), top side (C, D), and thickness (E, F), respectively. The measurements for the plots A, B, C, D are described in paper 1. Plot G shows the suggested geometrical model applied at small and large scales. Point S is the intersection between the scaling law  $\log_{10} [C_2(\Delta)/\Delta_0] = -0.5 + 0.8 \log_{10} [\Delta/\Delta_0]$  and  $C_2(\Delta) = \mathcal{A} = 1$  cm. Assuming that the fluctuation of the aperture cannot be larger than the average  $\mathcal{A}$ , the self-affine law is considered to show a cut-off at scales larger than the correlation length  $\Delta_l = 75$  mm, which is the abscissa of S.  $\Delta$  and  $C_2$  are in mm, and  $\Delta_0 = 1$  mm.

$C_2$  was computed for aperture C14, and Fig. 9 shows the 1D plot of  $\log_{10} [C_2(\Delta)/\Delta_0]$  as a function of  $\log_{10} [\Delta/\Delta_0]$  for two directions (hereafter demonstrated as being close to the directions showing the largest anisotropy):  $\theta = -35^\circ$  and  $\theta = 55^\circ$ . A linear trend can be observed from 0.3 mm to 25 mm, which means that a self-affine law can be fitted. As shown by Fig. 10,  $C_2$  for C14 is slightly anisotropic, as was the case for its surfaces, with  $C_2(\Delta_0)$  values progressively varying (amplitude of  $\pm 0.08$ ) according to the direction,



around 0.34 mm, with extremal values around  $\theta$  equal to  $-50^\circ$  and  $40^\circ$ . The Hurst exponent also shows an anisotropy (however less pronounced), as it varies around 0.78 according to the direction, by  $\pm 0.04$ . Note that the sides and the aperture measurements are oriented relatively to one another (see section 2.2), so that the directions of anisotropy can be compared between both surfaces and the aperture. The difference to an isotropic self-affine surface can be fully observed in Fig 8b, from the fact that the isovalues are elongated circles. It can also be noticed that the anisotropy direction slightly evolves according to the range of scales. Ignoring these second order effects leads to a global Hurst exponent of about 0.8 for the aperture and 0.75 for the individual sides, whose scaling curves (Fig. 9 A, B, C, D) are recalled for comparison (see paper 1).  $C_2(\Delta_0)$  of aperture C14 is however shown to be larger than the one of its sides (Fig. 10, right), which simply shows that the spatial variability at 1 mm of the aperture is larger than the variability of the topography of both sides. This is a behavior opposite to what is observed for discontinuity F9, whose aperture shows less fluctuations than its sides. C14 is an example of discontinuity with two independent sides which are both self-affine with approximately the same Hurst exponent, which provides a thickness which is self-affine over the same range of scales as that of the sides.

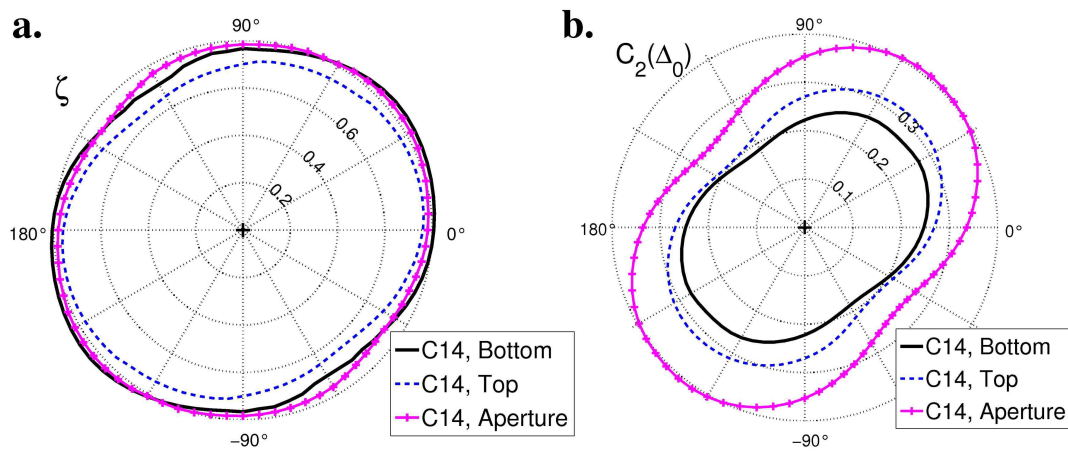


Figure 10: Polar plot of  $\zeta$  (a) and  $C_2(\Delta_0)$  in mm (b) as functions of  $\theta$ , for the topography of the sides, and aperture, as indicated by the labels, for C14 discontinuity. The ellipsoidal shape of the curves shows how anisotropic the scaling are.

## 4 Hydraulic properties of the Draix formation

**Description of the parameters influencing the permeability of a fractured bedrock** The aim is to estimate the present permeability  $k$  of the Draix fractured bedrock at large scale. Open fractures, like F9, will play a significant role in the permeability. The bedrock being essentially intact marl, the permeability in the perpendicular direction of the mean plane fracture is supposed to be negligible in comparison to the in-plane permeability. An increase of permeability might also come from the dissolution of sealed discontinuities of the type previously considered (C14), or even from simple washing of less consolidated clay filled discontinuities (like F6 discontinuity, studied in paper 1), which also exist along the drill. The estimate of the permeability requires the evaluation of the density of open and sealed discontinuities along the core, as well as their orientation. The morphology of the discontinuities also greatly influences the permeability, as was shown, for instance, with numerical simulations of the hydraulic flow, performed on synthetic apertures (e.g. Drazer and Koplik (2002); Al-Yaarubi et al. (2005); Zimmerman and Bodvarsson (1996); Brown (1987); Auradou et al. (2005); Méheust and Schmittbuhl (2001, 2003)). Among the numerically explored aperture models, isotropic rough apertures showing self-affinity at any scale, or at limited scale (e.g. Brown (1987); Zimmerman and Bodvarsson (1996); Méheust and Schmittbuhl (2001, 2003); Neuville et al. (2010a,b)), have been compared, in term of permeability, to apertures with flat sides. Those simulations, using the Reynolds equation in the permanent and laminar regimes, under the lubrication approximation (e.g. Zimmerman and Bodvarsson (1996)), have shown that, if  $\sigma/\mathcal{A}$  is small enough (where  $\sigma$  is the root mean square of the aperture field), the cubic law (e.g. Zimmerman and Main (2004))

$$k = \frac{N\mathcal{A}^3}{12} \quad (2)$$

is valid, where  $N$  is the density of isotropic fractures (number of fractures per length unit), of same orientation and mean aperture  $\mathcal{A}$ . The study of the aperture morphology of the open and sealed discontinuities can therefore be used to determine if that cubic law can be applied to Draix. It is first needed to extrapolate, to the scale of the formation the statistical properties observed at the sample scale. Since the determined aperture correlations are almost isotropic, the associated permeability is isotropic along the discontinuity mean plane. However, since most observed fractures display quite similar directions, the permeability in the direction normal to these fractures would rather be the one of the bulk marl.

**Hydraulic contribution of the open discontinuities** F9 is assumed to have an aperture representative of all the open fractures in the formation. It was shown that the average aperture is about  $\mathcal{A}_{F_9} = 2.3$  mm, with very little variations around that mean (Fig. 4):  $\sigma_{F_9}/\mathcal{A}_{F_9} < 0.04$ . The aperture was also shown to follow a self-affine law at very small scales (less than 1 cm), and to be statistically invariant at larger scales. Méheust and Schmittbuhl (2003), for instance, showed that the hydraulic behavior, under lubrication approximation, for fracture apertures with such scaling characteristics are controlled by the self-affinity. Therefore, the behavior of F9 can be deduced from numerical simulations performed over numerous self-affine apertures (Neuville et al., 2010b), showing  $\sigma/\mathcal{A} < 0.04$ : it was shown that the hydraulic behavior computed for a fracture with such a small  $\sigma/\mathcal{A}$  ratio can be approximated by that of a parallel plate model with aperture  $\mathcal{A}$ , with a precision better than 99% on the hydraulic aperture.

Counting the number of open discontinuities visible along the core for fractured unit 2, which is the unit where open discontinuities are numerous, we get approximately four discontinuities over four meters, i.e.  $N_o \simeq 1$  open discontinuity per meter. From equation (2), the permeability is thus of order  $k = 10^{-9} \text{ m}^2$  in the direction of the fractured bedrock. That means that unit 2 is highly permeable. Apertures of some of the open fracture might however be different from 2.3 mm, with a slightly different orientation, which might result into a different permeability.

**Potential hydraulic contribution of sealed discontinuities and of discontinuities containing debris and clay.** Using calcite vein C14, the hydraulic permeability increase, if such calcite veins were dissolved, can be estimated. The main question to determine the large scale permeability associated to this fracture, is to upscale the geometrical parameters of the aperture. The observed small scale is self affine, as already stated in subsection 3.2, with an average  $\mathcal{A} = 1$  cm, a Hurst exponent of 0.8 and a prefactor  $C_2(\Delta_0) \simeq 0.3$  mm. Assuming simply that this self-affine character of the aperture is obeyed up to the largest scales  $L$  (several meters or more), would lead to a similar average  $\mathcal{A} = 1$  cm, and fluctuations between apertures within this zone, of the order of  $C_2(L) \simeq 0.3(L/\Delta_0)^{0.8}\Delta_0 \simeq 79$  mm, for  $L = 1$  m, i.e. much larger than the average aperture. This would correspond an aperture field with numerous negative values, i.e. mainly patches of overlap between the faces. This picture is not physically sound, which shows that an aperture field with such average cannot be self-affine up to such large scales. We thus discard it. The next hypothesis to perform the upscaling, in order of simplicity, is that the observed self affinity holds, up to the scale where some contact points between the faces arise. Above this, the fluctuation magnitude has to saturate at a maximum value, of the order of the

average aperture. Mathematically, this criterion allows to determine at which scale,  $\Delta_l$ , this saturation holds: when  $C_2(\Delta_l) = \mathcal{A} = 1$  cm. Thus the relationship  $\log_{10}[C_2(\Delta_l)/\Delta_0] = -0.5 + 0.8 \log_{10}[\Delta_l/\Delta_0]$  provides  $\Delta_l = 75$  mm (see abscissa of point S in Fig. 9). Note that this behavior is consistent with the morphology of natural fractures, for which the aperture tends to be statistically invariant at large scales (e.g. Plouraboué et al. (1995); Isakov et al. (2001)).

The hydraulic behavior is determined for a self-affine variable fracture (i.e., for scales smaller than 75 mm), using the Reynolds equation in the permanent and laminar regime, with the lubrication approximation (e.g. Zimmerman and Bodvarsson (1996)), solved with finite differences (e.g. Méheust and Schmittbuhl (2000, 2003); Schmittbuhl et al. (2008); Neuville et al. (2010a,b)). As no correlations in the fracture aperture are expected above a scale of 75 mm, the hydraulic behavior of the fracture at the formation scale is likely to be identical to that of a self-affine fracture of size  $75 \times 75$  mm<sup>2</sup> (length over width). Figure 11 shows an example of (a) a synthetic isotropic aperture field of size  $75 \times 75$  mm<sup>2</sup> with  $\zeta = 0.8$  and mean aperture  $\mathcal{A} = 1$  cm and (b) an extract of the aperture C14, of size  $52 \text{ mm} \times 58 \text{ mm}$  with  $\zeta = 0.8$  and  $\sigma/\mathcal{A} = 0.3$ . For the synthetic case, the root-mean square aperture variation,  $\sigma$ , is fixed by the maximum possible value permitting to avoid contact between the fracture sides (which results in this case in  $\sigma \simeq 0.46\mathcal{A}$ ).

Figure 12 shows the corresponding hydraulic flow,  $q$  which is defined as the norm of the local hydraulic flux. It is shown in dimensionless units, being normalized by  $12\eta l_x/\Delta P$ , where  $l_x = 75$  mm is the fracture length,  $\eta$  is the dynamic viscosity, and  $\Delta P$  is the pressure difference imposed between the inlet and the outlet of the fracture. Due to the spatial variability of the aperture, the hydraulic flow is also variable in space. For those examples, the average hydraulic aperture, defined by  $H = \langle -q \cdot 12\eta \frac{l_x}{\Delta P} \rangle^{1/3}$ , is for case (i)  $H = 0.7$  cm, and for case (ii)  $H = 0.9$  cm, which means that those fractures are less permeable than parallel plates separated by a constant aperture  $\mathcal{A} = 1$  cm. From studies previously made on numerous rough fractures (e.g. Brown (1987); Patir and Cheng (1978); Zimmerman and Bodvarsson (1996); Al-Yaarubi et al. (2005); Méheust and Schmittbuhl (2001); Neuville et al. (2010b)), it is known that the hydraulic aperture for a fracture with  $\sigma/\mathcal{A} > 0.45$  and  $\mathcal{A} = 1$  cm is likely to be  $H \simeq 0.9$  cm under lubrication hypothesis. Counting the number of sealed discontinuities visible on the core for fractured unit 1, which is the unit where sealed discontinuities are numerous, we get approximately five discontinuities over five meters, i.e. a density  $N_s^{max} \simeq 1$  sealed discontinuity per meter. However it is not sure that all the fractures will be re-open at the same time. If only one such fracture re-open along the core in unit 1, then  $N_s^1 = 0.2$  sealed discontinuity per meter, which implies  $k = 10^{-8}$  m<sup>2</sup> in the direction of the fractured marl.

This value is significantly larger than the permeability of the open fracture ( $k = 10^{-9}$ ). As sealed discontinuities show a multiple layer structure (see section 3 in paper 1), one could also conceive that only part of the layers would be dissolves, providing thinner aperture.

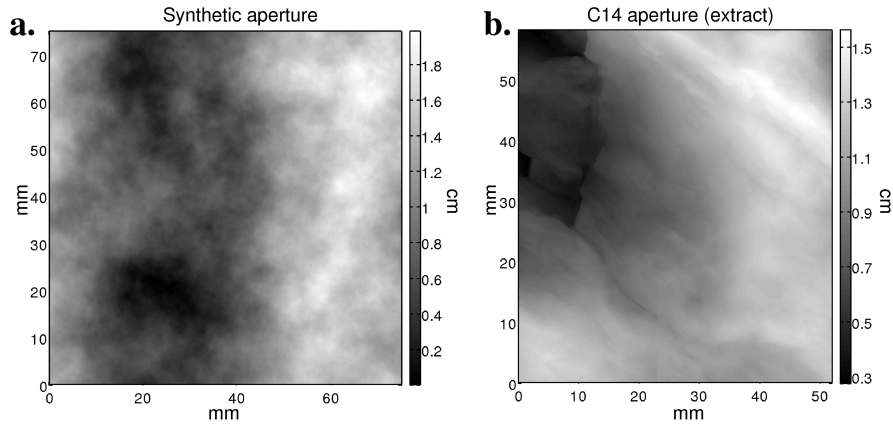


Figure 11: Square map of (a) an isotropic synthetic aperture field with  $\zeta = 0.8$ ,  $\sigma = 0.46$  cm, and  $\mathcal{A} = 1$  cm and (b) an extract of the aperture field C14, that shows  $\zeta = 0.8$ ,  $\sigma/\mathcal{A} = 0.3$ . Dark areas correspond to thinner apertures while light areas correspond to larger apertures.

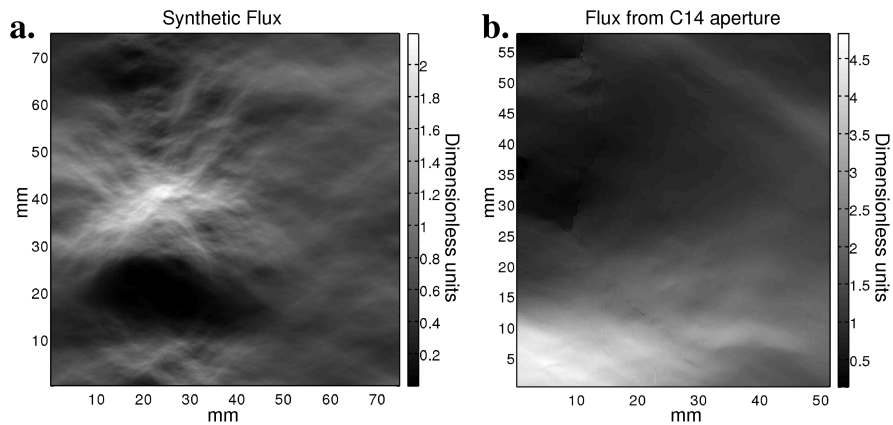


Figure 12: Map of the normalized hydraulic flow computed, from (a) the synthetic aperture field shown in Fig. 11, and (b) the real field shown in Fig. 11. The plane coordinates are in mm and the hydraulic flow field in arbitrary units (depending on the pressure gradient). The average hydraulic aperture of these fields are (a)  $H = 0.68$  cm and (b)  $H = 0.9$  cm. Dark areas correspond to quasi-static fluid while light areas correspond to larger hydraulic flow.

## 5 Conclusion

Two techniques for the aperture reconstruction of discontinuities have been developed. The first one, suited to fully open discontinuities at the scale of the core log, is based on correlating the detailed morphology of their sides. Using this method, the aperture of one of the open discontinuities located in the marl bedrock of Draix has been determined. The tridimensional thickness of such a discontinuity was also computed using measurements of the surface elevations with a laser profiler. The relative spatial positioning of the top and bottom elevation measurements was necessary for reconstructing the thickness of the vein, and was ensured by docking the rock sample into a rigid frame with a known geometry. The ratio between the amplitude of the roughness and the mean aperture was found to be very small for the open discontinuity, contrary to what was obtained for the sealed discontinuity. The scaling laws of the aperture and thickness of respectively the open and sealed discontinuities were also obtained. The thickness of the vein is self-affine, with similar Hurst and prefactor values as the ones of its sides. On the contrary, the open discontinuity presents two non independent self-affine surfaces, leading to an aperture which is only self-affine at very small scales and uncorrelated at larger scales. From these geometrical properties, macroscopic hydraulic transport properties of open and sealed discontinuities could be assessed using, in the first case, a simple planar fracture model, and, in the second case, finite difference simulations for self-affine apertures. This allowed us to come to an estimate of macroscopic permeability values for these sets of discontinuities:  $k = 10^{-9} \text{ m}^2$  for the opened ones, and potentially  $k = 10^{-8} \text{ m}^2$  for the ones currently sealed, in case the material inside would dissolved or washed away. It means that the fractured marl is potentially highly permeable.

The authors would like to thank José Ortega for his help for the geological description of the core, as well as Grégory Bièvre for helpful information about the SC1 drilling. We also would like to thank Alain Cochard, Jean-Philippe Malet, Julien Travelletti, Alexandre Remaître, and Émilie Garel for fruitful discussions, and Alain Steyer for technical support. We thank the ANR Triggerland, as well as the SISCA and REALISE programs for their financial support.

## 6 Appendix: Experimental protocol to change frames when measuring the aperture using the topography of a sealed discontinuity

This is an appendix to section 2.2, where it is explained how to reconstruct the aperture of a sealed discontinuity from topography measurement of its surfaces. This is achieved if both topography measurements share a common reference frame, which may be adequately done by wedging the vein into a rigid box of known geometry. If the box is a truly rectangular parallelepiped box greatly eases the procedure. First, the topography of one surface (called top) is determined together with the boundaries of the box ( $A_1 B_1 C_1 D_1$ , Fig. 13 top left). Second, the box is flipped upside down and the topography of the other surface (bottom) is similarly measured (Fig. 13, step i). It is then possible to transform coordinates from the global frame – given by the profiler – to the local frames  $\mathcal{R}_1$  and  $\mathcal{R}_2$ , where  $\mathcal{R}_1$  and  $\mathcal{R}_2$  are the frames associated with, respectively, the top and bottom boundaries of the box, as shown in Fig. 5. With a parallelepiped box, it simply remains to bring  $A_1 B_1 C_1 D_1$  in correspondence with  $A_2 B_2 C_2 D_2$  (corresponding points of the top surface), thus obtaining new set  $(x''_p, y''_p, z''_p)$  of coordinates for the top surface. This is done with a rotation of  $180^\circ$  around the  $y$  – axis of the top surface (Fig. 13, step ii), followed by an in-plane translation and rotation (Fig. 13, step iii). Finally, knowing the box thickness, the aperture can be deduced by an appropriate subtraction of the top and bottom measurements.

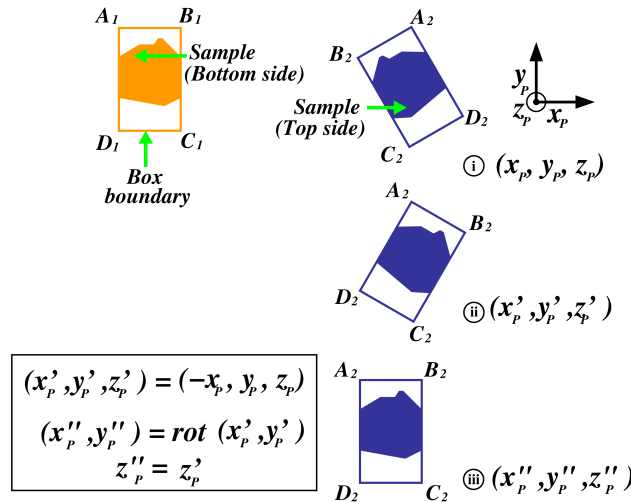


Figure 13: Schematic view of the transformations to be performed, step by step, to bring both measured topographies in a common frame. The sample and the box are viewed from the top (same as the profiler view).

## References

- Al-Yaarubi A., Pain C., Grattoni C., Zimmerman R. 2005. Navier-Stokes simulations of fluid flow through a rock fracture. In B. Faybishenko, P. Witherspoon, J. Gale (Eds.) *Dynamics of Fluids and Transport in Fractured Rocks*, vol. 162, 55–64. Washington, DC: American Geophysical Union. AGU Monograph.
- Auradou H., Drazer G., Boschan A., Hulin J.P., Koplik J. 2006. Flow channeling in a single fracture induced by shear displacement. *Geothermics* **35**(5–6):576–588.
- Auradou H., Drazer G., Hulin J., Koplik J. 2005. Permeability anisotropy induced by the shear displacement of rough fracture walls. *Water Resources Research* **41**(9):1–10.
- Brown L.G. 1992. Survey of image registration techniques. *ACM Computing Surveys* **24**(4):325–376.
- Brown S. 1987. Fluid flow through rock joints: The effect of surface roughness. *Journal of Geophysical Research* **92**(B2):1337–1347.
- Brown S. 1995. Simple mathematical model of a rough fracture. *Journal of Geophysical Research* **100**(B4):5941–5952.
- Drazer G., Koplik J. 2002. Transport in rough self-affine fractures. *Physical Review E* **66**:026303.
- Fressard M., Maquaire O., Malet J.P., Klotz S., Grandjean G. 2009. Morphostructure and triggering conditions of the Laval landslide developed in clay-shales, Draix catchment (South French Alps). In A. Remaître, J.-P. Malet, T. Bogaard (Eds.) *Landslide processes. From geomorphologic mapping to dynamic modelling.*, 111–114. France: CERG, Strasbourg.
- Genter A., Traineau H. 1996. Analysis of macroscopic fractures in granite in the HDR geothermal well EPS-1, Soultz-sous-Forêts, France. *Journal of Volcanology and Geothermal Research* **72**(1–2):121–124.
- Gentier S., Hopkins D. 1997. Mapping fracture aperture as function of normal stress using a combination of casting, image analysis and modeling techniques. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts* **34**(3–4):359.
- Glover P., Matsuki K., Hikima R., Hayashi K. 1998. Synthetic rough fractures in rocks. *Journal of Geophysical Research B: Solid Earth* **103**(5):9609–9620.
- Hakami E., Larsson E. 1996. Aperture measurements and flow experiments on a single natural fracture. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences* **33**(4):395–404.



- Isakov E., Ogilvie S.R., Taylor C.W., Glover P.W.J. 2001. Fluid flow through rough fractures in rocks i: High resolution aperture determinations. *Earth and Planetary Science Letters* **191**(3-4):267–282.
- Lee H., Cho T. 2002. Hydraulic characteristics of rough fractures in linear flow under normal and shear load. *Rock Mechanics and Rock Engineering* **35**(4):299–318.
- Lofi J., Pezard P., Loggia D., Garel E., Gautier S., Merry C., Bondabou K., 2009. Geological discontinuities, main flow path and chemical alteration in a marly hill prone to slope instability: assessment from petrophysical measurements and borehole image analysis. *Hydrological Processes* **Special issue, hydrology of clay shales and clayey sediments**.
- Méheust Y., Schmittbuhl J. 2000. Flow enhancement of a rough fracture. *Geophysical Research Letters* **27**:2989–2992.
- Méheust Y., Schmittbuhl J. 2001. Geometrical heterogeneities and permeability anisotropy of rough fractures. *Journal of Geophysical Research* **106**(B2):2089–2012.
- Méheust Y., Schmittbuhl J. 2003. Scale effects related to flow in rough fractures. *Pure and Applied Geophysics* **160**(5-6):1023–1050.
- Muralidhar K. 1990. Flow and transport in single rock fractures. *Journal of Fluid Mechanics* **215**:481–502. DOI: 10.1017/S0022112090002725. Cambridge University Press.
- Neuville A., Toussaint R., Schmittbuhl J. 2010a. Fracture roughness and thermal exchange: A case study at Soultz-sous-forêts. *Comptes Rendus Geoscience* **342**(7–8):616–625. DOI: doi:10.1016/j.crte.2009.03.006.
- Neuville A., Toussaint R., Schmittbuhl J. 2010b. Hydro-thermal flows in a self-affine rough fracture. Submitted to PRE, in revision.
- Neuville A., Toussaint R., Schmittbuhl J., Koehn D., Schwarz J. 2009. Characterization of major discontinuities from borehole cores of the black consolidated marl formation of Draix (French Alps). *Hydrological Processes* **Special issue, hydrology of clay shales and clayey sediments**. Submitted to Hydrological Processes, accepted.
- Noiriel C. 2005. *Contribution à la détermination expérimentale et à la modélisation des différents processus contrôlant l'évolution géochimique, structurale et hydrodynamique des roches fissurées carbonatées*. Thèse de doctorat, École des Mines de Paris.
- Ogilvie S., Isakov E., Glover P. 2006. Fluid flow through rough fractures in rocks ii: A new matching model for rough rock fractures. *Earth and Planetary Science Letters* **241**(3-4):454–465.
- Patir N., Cheng H. 1978. An average flow model for determining effects of

- three-dimensional roughness on partial hydrodynamic lubrication. *Journal of Lubrication Technology* **100**:12–17.
- Plouraboué F., Hulin J.P., Roux S., Koplik J. 1998. Numerical study of geometrical dispersion in self-affine rough fracture. *Physical Review E* **58**(3):3334–3346.
- Plouraboué F., Kurowski P., Hulin J.P., Roux S., Schmittbuhl J. 1995. Aperture of rough cracks. *Physical Review E* **51**(3):1675–1685.
- Pyrak-Nolte L., Cook N., Note D. 1988. Fluid percolation through single fractures. *Geophysical Research Letters* **15**(11):1247–1250.
- Roux S., Plouraboué F., Hulin J.P. 1998. Tracer dispersion in rough open cracks. *Transport in Porous Media* **32**(1):97–116.
- Sakaguchi K., Tomono J., Okumura K., Ogawa Y., Matsuki K. 2008. Asperity height and aperture of an artificial. tensile fracture of metric size. *Rock Mechanics and Rock Engineering* **41**(2):325–341. DOI: 10.1007/s00603-005-0102-3.
- Schmittbuhl J., Steyer A., Jouniaux L., Toussaint R. 2008. Fracture morphology and viscous transport. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences* **45**:422–430.
- Sharifzadeh M., Mitani Y., Esaki T. 2008. Rock joint surfaces measurement and analysis of aperture distribution under different normal and shear loading using GIS. *Rock Mechanics and Rock Engineering* **41**(2):299–323.
- Tsang Y., Tsang C. 1987. Channel model of flow through fractured media. *Water Resources Research* **23**(3):467–479.
- Vicente S.M., Ribeiro e Sousa L., Hack R. 2002. Laboratory study of geomechanical and hydro-mechanical characterisation of discontinuities. *News Journal International Society for Rock Mechanics (ISRM)* **7**(2):9–15.
- Walkup G.J., Horne R. 1985. Forecasting thermal breakthrough of reinjected water using a dispersion-retention model for tracer test interpretation. In *International Symposium - Geothermal Energy, part II*, vol. 9, 369–374. Geothermal Resources Council Transactions. Conference Paper.
- Wilson C., Theriot J. 2006. A correlation-based approach to calculate rotation and translation of moving cells. *IEEE Transactions on Image Processing* **15**(7):1939–1951.
- Zimmerman R., Bodvarsson G. 1996. Hydraulic conductivity of rock fractures. *Transport in Porous Media* **23**(1):1–30.
- Zimmerman R., Main I. 2004. *Mechanics of fluid-saturated rocks*, vol. 89 of *International geophysics series*, chap. Hydromechanical behaviour of fractured rocks, 363–421. London, U.K.: Elsevier, Academic press.

## 4.2.5 Image complémentaire des articles “Draix 1-2”

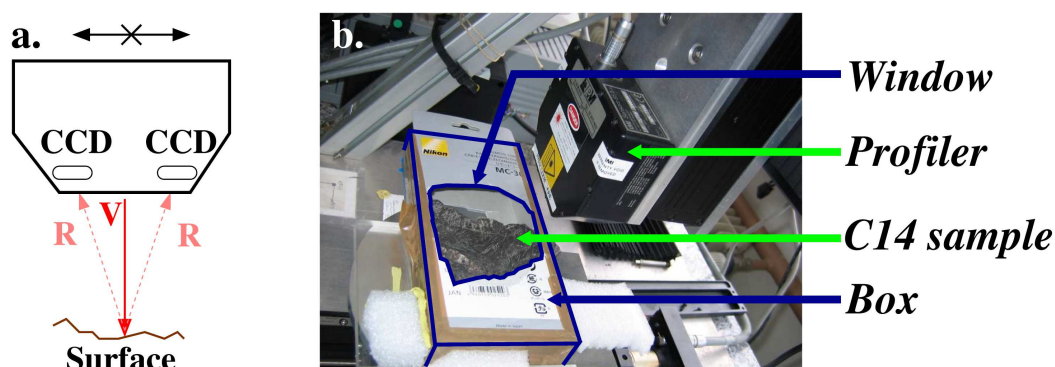


FIG. 4.10 – a. Schéma du profilomètre optique. La lettre 'V' indique le faisceau vertical, 'R' le faisceau réfléchi vers les deux détecteurs photosensibles (CCD, d'après l'anglais, "charged coupled devices"). b. Mesure de la topographie des faces de la veine de calcite C14 avec le profilomètre optique. La veine est solidaire avec la boîte, qui est percée de deux fenêtres, de sorte à laisser les deux faces de l'échantillon visibles. La boîte est ensuite utilisée comme repère permettant de situer la position relative des faces, et par suite de reconstruire la géométrie 3D de la veine (cf. p. 115).

## 4.3 Discussion sur la mesure de la morphologie et de l'ouverture d'une fracture

Outre l'estimation de la perméabilité, les mesures réalisées sur les fractures de Draix apportent également des informations sur la morphologie des fractures dans des marnes, alors que les mesures sur les marnes sont parcellaires et que peu de références bibliographiques (cf. Tabs. 4.1 et 4.2) portent sur la comparaison entre les propriétés de la morphologie des deux surfaces et de l'ouverture d'une fracture naturellement créée, dans une roche non granitique.

## 4.3.1 Pertinence de l'utilisation d'un profilomètre laser

Comme reporté à titre d'exemples dans le tableau 4.1, différentes méthodes pour mesurer la topographie sont possibles : de manière non exhaustive, on peut citer, à l'échelle du laboratoire, des mesures par profilométrie laser (e.g. Méheust [2002], Lee and Cho [2002], Sharifzadeh et al. [2008], Santucci et al. [2007], Sakaguchi et al. [2008]) ou mécanique (e.g. Schmittbuhl et al. [1995a], Méheust [2002], Vicente Silvestre et al. [2002]), des méthodes utilisant l'atténuation de la lumière à travers un moulage transparent coloré de la fracture (e.g. Gentier et al. [1989]) ou bien apparentées à cette méthode [Isakov et al., 2001]. Parmi d'autres systèmes développés pour imager la topographie de joints rocheux, existent ceux fondés sur la photogrammétrie et la projection de lumière structurée, de type "Advanced TOpometric Sensor" [Grasselli et al., 2002, Filipe and Sausse, 2004], qui sont des mesures non destructives et précises (résolution verticale meilleure que le  $\mu\text{m}$ ). La précision de toutes ces méthodes rapportées par les auteurs est variable

(suivant les caractéristiques techniques des appareils utilisés, et suivant les échantillons), mais il semblerait que toutes puissent potentiellement imager une surface avec une résolution latérale meilleure que  $5\text{ }\mu\text{m}$ , et une précision verticale meilleure que  $1\text{ }\mu\text{m}$ . À noter que les méthodes qui utilisent des photographies (méthode par atténuation de lumière, photométrie) ont une précision latérale fonction de la taille de la surface, limitée par le nombre de pixels de la photographie. Ces mesures peuvent être utilisées indirectement pour reconstituer une ouverture de fracture.

Tout d'abord, précisons que la mesure par profilométrie laser est parfaitement adaptée à la mesure de topographie d'une roche marneuse. En effet, la fragilité, mécanique et chimique, de la marne, implique d'emblée d'exclure les mesures par profilométrie mécanique ou par toute technique nécessitant un moulage, qui endommageraient la surface. De plus, la faible variabilité des surfaces (pour la fracture nommée F9 dans notre étude : écart-type de l'ordre de  $0.05\text{ mm}$ , valeur de la corrélation  $C_2$  à  $40\text{ }\mu\text{m}$  d'environ  $7\text{ }\mu\text{m}$ , cf. p. 94-95) implique la nécessité d'utiliser une technique permettant une haute résolution de la topographie. La photogrammétrie pourrait aussi être adaptée pour mesurer la topographie de surfaces marneuses. Pour les surfaces de Draix mesurées, les surfaces ont une taille assez grande ( $14 \times 10\text{ cm}^2$  pour les fractures F6 et F9), qui limiterait la résolution latérale de ce type de technique à  $34\text{ }\mu\text{m}$  pour des images à 12 MPixels, soit une précision du même ordre de grandeur que celle utilisée pour mesurer les surfaces de Draix F6 et F9 avec le profilomètre laser (i.e.  $40\text{ }\mu\text{m}$ ). L'avantage de la photogrammétrie par rapport à la profilométrie optique résiderait dans le temps de mesure. En effet, pour F6 et F9, la mesure par profilométrie a duré environ 3 jours (en pratique, dû à une interruption technique, certaines des mesures ont duré jusqu'à 5 jours).

Or les imprécisions de la mesure par profilométrie peuvent justement venir indirectement du temps de mesure, car la principale incertitude de mesure vient des variations de température de la pièce : environ  $2\text{-}3\text{ }\mu\text{m}$  d'incertitude sur la mesure d'altitude pour une fluctuation de l'ordre du degré [Méheust, 2002]. Une autre cause d'incertitude sur les mesures par profilométrie est le changement de réflectivité de la surface mesurée, par exemple dû à un changement de couleur ou de minéralogie de la surface [Méheust, 2002]. Les marnes noires, composées de particules nanométriques, présentent une apparence très uniforme, qui écarte quasiment tout changement de réflectivité.

### 4.3.2 Comparaison entre les reconstitutions d'ouvertures artificielles et naturelles

Une fois les épontes recalées (arbitrairement ou non), des méthodes directes de l'ouverture existent également : par exemple la tomographie X [Noiriel, 2005] qui, en mesurant le contraste de densité, permet d'imager la géométrie du vide (ou du minéral cristallisé) entre les épontes, comme cela a été aussi effectué pour la fracture scellée de Draix C12 (cf. p.91-93). La morphologie d'une fracture scellée (par de la calcite ou par injection de résine) peut être étudiée par coupes à l'aide d'un microscope électronique (e.g. Hakami and Larsson [1996]). Est également utilisée, pour des fractures ouvertes, la mesure spatiale du rayonnement gamma [Tenchine and Gouze, 2005], effectuée après l'injection d'un traceur radioactif. Cependant, dans le cas où le calage des épontes est inconnu (et que l'on ne souhaite pas un positionnement arbitraire, pour des fractures ouvertes), ces méthodes n'apportent pas de solution pour déterminer l'ouverture.

Beaucoup d’études portent sur des fractures artificielles, qui sont des fractures en tension, créées par exemple à l’aide de coins et de vérins (e.g. Sharifzadeh et al. [2008], Sakaguchi et al. [2008], Vicente Silvestre et al. [2002]), pour casser un bloc en deux. Les épontes des fractures ainsi créées ont une géométrie fort similaire, qui diffère seulement à cause des petits morceaux de roche qui se détachent lors de la fracturation. Les ouvertures de ces fractures sont typiquement auto-affines à petite échelle et décorréées à grande échelle (comme observé par exemple par Sakaguchi et al. [2008]). La géométrie de ces fractures peut être rapprochée de celle de fractures créées en mode I par fracturation hydraulique, à la différence que, pour ces dernières, l’altération chimique ou mécanique ultérieure tend à diminuer la complémentarité des épontes, augmentant ainsi la variabilité de l’ouverture (e.g. Vicente Silvestre et al. [2002]). La méthode générale pour reconstituer l’ouverture d’une fracture artificielle à partir de la morphologie des épontes est nettement simplifiée par rapport à celle mise en œuvre pour les fractures de Draix. En effet, pour une fracture artificielle, l’interception entre la fracture et les bords du bloc de roche initial permet de retrouver directement comment repositionner la fracture (cf. p. 111, Fig. 1a de l’article “Draix 2”). De plus, si le bloc de roche initial comporte des faces parallèles, alors les mesures de la géométrie des épontes sont d’emblée dans le même repère. Les rotations illustrées Fig. 4.16a-b étant alors négligeables, ne reste donc plus qu’à directement effectuer la rotation illustrée Fig. 4.16c (e.g. Lee and Cho [2002]). La valeur de l’angle de cette rotation peut être trouvée grâce à la forme du bord des épontes supérieure et inférieure dans le plan de la mesure.

À partir de mesures d’ouvertures, artificielles ou naturelles, et afin de mieux appréhender le comportement des fractures in-situ, certains auteurs ajustent la valeur moyenne de l’ouverture en tenant compte d’expériences sur le comportement hydraulique [Lee and Cho, 2002, Vicente Silvestre et al., 2002] ou mécanique [Sharifzadeh et al., 2008] (par exemple pour modéliser l’effet d’un champ de contraintes).

### 4.3.3 Quantification de la rugosité

Plusieurs méthodes complémentaires (et non exhaustives) sont utilisées pour quantifier la rugosité d’une surface (cf. deuxième colonne du tableau 4.2). Supposons dans ce qui suit que la topographie d’une surface est décrite par une fonction  $z(x, y)$ , où le plan moyen de la surface définit  $(x, y)$ . À noter que cette description ne convient pas à tous les types de morphologie de fracture car lorsqu’il existe des ponts ou surplombs dans la morphologie, la surface physique ne peut pas être décrite à l’aide de fonction en 2D – il est alors possible d’utiliser un système d’équations, ou une fonction  $\Phi(x, y, z)$  où  $\Phi$  vaut 0 ou 1 suivant que l’on se trouve dans la roche ou non. Les méthodes décrites ci-après permettent aussi de caractériser la variabilité d’une ouverture de fracture  $a(x, y)$  (cf. troisième colonne du tableau 4.2).

Une première courbe permettant de quantifier la rugosité est  $p(z)$ , la distribution de probabilité de  $z$  (pdf, de l’anglais, probability density function, telles qu’une fraction  $p(z)dz$  des valeurs soit comprise entre  $[z, z + dz]$ ) ou bien un tracé équivalent, par histogramme, comme effectué pour les surfaces de Draix (cf. p. 94). De cette distribution peuvent être déduites des moyennes sur  $z$ , où la moyenne d’une fonction  $f(z)$  est par définition  $\langle f(z) \rangle = \int p(z)f(z)dz$ . On décrit donc souvent la distribution par des coefficients correspondant à des moyennes de  $z$ ,  $z^2$ ,  $z^3$ ; etc. On mesure notamment l’écart-type  $\sigma = (\langle z(x, y)^2 \rangle - \mu^2)^{1/2}$ , où  $\mu = \langle z(x, y) \rangle$ , la variance ( $\sigma^2$ ), le coefficient

d'asymétrie (skewness en anglais), défini par le moment centré d'ordre 3 de  $z(x, y)$ , soit  $\mu_3 = \langle [(z(x, y) - \mu)/\sigma]^3 \rangle$ , le coefficient d'aplatissement (kurtosis en anglais), défini par le moment centré d'ordre 4 de  $z(x, y)$ , soit  $\mu_4 = \langle [(z(x, y) - \mu)/\sigma]^4 \rangle$ . Pour les ouvertures, la valeur moyenne de la distribution,  $A$ , est aussi importante. Il est observé que les surfaces de fracture et les ouvertures montrent des distributions proches de gaussiennes (e.g. Vicente Silvestre et al. [2002], Lee and Cho [2002], Sakaguchi et al. [2008], Sharifzadeh et al. [2008]).

Pour observer d'éventuelles lois d'échelles des surfaces, peuvent être effectués des calculs d'auto-corrélation (ex. calcul du  $C_2$ , défini p. 95), ou bien d'autres quantités s'en rapprochant, comme les variogrammes (définis par  $2 \times (C_2)^2$ , e.g. [Marache et al., 2002, Hakami and Larsson, 1996]), les spectres de puissance (transformée de Fourier de l'auto-corrélation) ou, plus généralement, les fonctions de structures définies par les racines  $k^{\text{èmes}}$  du moment d'ordre  $k$  à l'échelle  $\Delta$ , c'est-à-dire  $C_k = \langle |h(x + \Delta) - h(x)|^k \rangle^{1/k}$  (cf. Santucci et al. [2007]). Ces quantités peuvent être calculées en domaine réel ou en domaine de Fourier (ceci sera évoqué plus en détail dans le paragraphe suivant, 4.3.4). D'autres méthodes statistiques (décrites par exemple dans Schmittbuhl et al. [1995b]) peuvent aussi être utilisées.

À partir de ces courbes il est notamment possible d'observer si la loi d'échelle suivie est auto-affine. Si tel est le cas, celle-ci est caractérisée par un exposant de rugosité  $\zeta$  (cf. Introduction générale, ou p. 95). Cette loi n'est pas nécessairement respectée à toutes les échelles, notamment pour les ouvertures de fractures. Les ouvertures peuvent être auto-affines à petite échelle et montrer une corrélation constante à grande échelle. À partir de ces changements de loi d'échelle, sont définies des longueurs de corrélations (e.g. Brown [1995], Glover et al. [1998]).

D'autres scalaires sont utilisés (e.g. Grasselli et al. [2002], Vicente Silvestre et al. [2002], Legrain [2006], Sharifzadeh et al. [2008]), notamment en géotechnique, afin de décrire la "texture" de la surface. Certains de ces paramètres peuvent se relier aux angles formés par les aspérités, calculés par exemple à partir des dérivées partielles de la fonction  $z(x, y)$  (Myers [1962] cité par Vicente Silvestre et al. [2002]). Un coefficient, nommé en anglais "Joint Roughness Coefficient" (JRC), introduit par Barton [1973], qui permet aussi de quantifier la rugosité, en réponse à un cisaillement donné, est aussi utilisé par certains auteurs [Vicente Silvestre et al., 2002, Legrain, 2006].

Références	Fracture artificielle / naturelle	Roche	Contact entre les surfaces	Moulage	Obtention de la topographie des surfaces (loi de Beer Lambert/Profilomètre laser ou mécanique)	Précision de la méthode
Noiriel [2005] (thèse)	Artificielle	Carbonates	Oui	Non	Atténuation photons (tomo X)	Voxels de $4.91 \times 4.91 \times 4.91 \mu\text{m}^3$
Hakami and Larsson [1996]	Naturelle (780 cm <sup>2</sup> )	Granite	Oui	Injection de résine fluorescente dans l'ouverture	Coupes transverses imagées sous différentes directions par microscope optique ; ouverture apparente obtenue par analyse d'images	Latérale : 50µm Précision sur l'ouverture apparente : 10 – 30µm
Vicente Silvestre et al. [2002]	Artificielles et naturelles (50 cm <sup>2</sup> )	Gneiss granitique	Oui	Non	Profilomètre mécanique	Distance interscan maxi : $\leq 2$ mm Résolution laser : $\simeq \mu\text{m}$
Lee and Cho [2002]	Artificielle (100 cm <sup>2</sup> )	Granite, marbre	Oui	Non	Profilomètre laser	Latérale : 1 mm Résolution laser : 0.5 µm
Sakaguchi et al. [2008]	Artificielle (0.2 m <sup>2</sup> )	Granite	Oui	Non	Profilomètre laser	Latérale : 0.1 mm Résolution laser : 31 µm
Gentier et al. [1989], Billaux and Gentier [1990], Gentier and Hopkins [1997]	Artificielle	Granite	Oui	Moulage de l'ouverture à l'aide de résine colorée translucide.	Éclairage au travers du moulage, avec atténuation de la lumière fonction de la topographie. Imagé par caméra vidéo, en niveaux de gris reliés à la topographie.	Latérale : 0.26 mm Verticale : ?
Isakov et al. [2001]	Artificielle (10 mm <sup>2</sup> , 100 mm <sup>2</sup> )	Grès, Syenite, Granite	Oui	Moulage transparent de chaque surface	Éclairage au travers de moulages recouverts alternativement de liquide colorés et d'eau, le tout photographié numériquement. Images de l'atténuation de la lumière en niveaux de gris, convertis en élévation.	Latérale : 5 à 200 µm, suivant la taille de la surface imagée (limitée par le nombre de pixels de l'appareil photo) Verticale : 20 µm, amélioration possible : 0.1 µm
Sharifzadeh et al. [2008]	Artificielle (180 cm <sup>2</sup> )	Granite	Ouverture moyenne déterminée en fonction du chargement de contraintes	Non	Profilomètre laser	Latérale : 0.2 mm Résolution laser : 0.5 µm

TAB. 4.1 – Tableau bibliographique portant sur les mesures de la morphologie de fractures, effectuées dans le but de reconstituer des ouvertures de fracture.

Références	Rugosité des surfaces	Rugosité de l'ouverture	Principaux résultats sur la morphologie	But de ces mesures
Noiriel [2005] (thèse)	Histogrammes, variogrammes	Histogrammes, variogrammes, $\zeta$		Étude du transport réactif dans des roches carbonatées fracturées
Hakami and Larsson [1996]	HS	Histogrammes ( $\sigma$ , $\langle a \rangle$ , médiane, aire de contact), variogrammes 1D suivant diverses directions	Distributions en cloche (pic un peu plus grand qu'une gaussienne); variogramme $\simeq$ exponentiel : longueur de corrélation $\simeq 5 - 20$ mm plateau	Estimer la perméabilité théorique de la fracture d'ouverture variable et la comparer aux expériences
Vicente Silvestre et al. [2002]	Variance $\sigma^2$ , skewness $\mu_3$ , kurtosis $\mu_4$ ; autres scalaires caractérisant la texture et JRC	Histogrammes, variance $\sigma^2$ , $\mu_3$ , $\mu_4$ , $\langle a \rangle$ , $\langle a^{-1} \rangle^{-1}$	Fractures naturelles $\neq$ fractures artificielles. Naturelles : présences de directions préférentielles (chenaux de petite taille), $\sigma^2$ plus grande; pas de tendance partic. pour $\mu_3$ , $\mu_4$ . Pour les ouvertures : distrib. à queue vers la droite, données regroupées près la moyenne. $\langle a^{-1} \rangle^{-1}$ plus représentative que $\langle a \rangle$ .	Lier la morphologie au comportement hydro-mécanique (tests hydrauliques en charge)
Lee and Cho [2002]	Histogramme	Histogramme, $\langle a \rangle$ , $\sigma$ , variogramme, aire de contact	Distribution des ouvertures normales. Pour la plupart des ouvertures : variogramme exponentiel, avec une portée entre 2 et 4 mm.	Relier l'ouverture mécanique à l'ouverture hydraulique obtenue lors de tests mécaniques en chargement normal et cisaillement.
Sakaguchi et al. [2008]	pdf, PS	pdf, PS	Surfaces auto-affines avec $\zeta = 0.7$ Ouvertures auto-affines, décorrélées pour $\lambda > 100$ mm	Comparaison de la distribution de l'ouverture ( $A$ , $\sigma$ ) sur des zones de fractures.
Gentier et al. [1989], Billaux and Gentier [1990], Gentier and Hopkins [1997]				Modélisation et expérience sur le comportement hydraulique ou hydro-mécanique
Isakov et al. [2001]	$\sigma$	$\langle a^{-1} \rangle^{-1}$ , $\langle a \rangle$ , $\exp(\log(a))$ , moyennes le long de lignes de courant		Papier focalisé sur la méthode développée pour obtenir précisément les ouvertures, suivi d'une autre papier sur le comportement hydraulique.
Sharifzadeh et al. [2008]	Histogrammes $\langle a \rangle$ , $\sigma$ , caractérisation des pentes locales	Histogrammes, $\langle a \rangle$ , surface de contact	Distribution normale de la topographie des surfaces. Quand le chargement normal augmente, les ouvertures/zones de contact sont spatialement réparties de manière homogène. Une augmentation du déplacement en cisaillement de 2 surfaces calées implique une augmentation de l'ouverture et une distribution spatiale localisée des zones de contact.	Déterminer analytiquement et interpréter les distributions d'ouverture d'une fracture soumise à un chargement normal ou à un cisaillement

TAB. 4.2 – Tableau bibliographique portant sur la quantification de la rugosité de fractures et l'intérêt des mesures morphologiques.



### 4.3.4 Comparaison avec les lois d'échelles obtenues par méthode spectrale

Les lois d'échelles des surfaces et des ouvertures des fractures de Draix, présentées dans les articles ont toutes été obtenues à l'aide d'un calcul en deux dimensions de l'auto-corrélation  $C_2$  en domaine réel. On peut vérifier la cohérence des résultats obtenus en calculant l'auto-corrélation en domaine de Fourier, à l'aide du spectre de puissance ( $\Psi$ ) (e.g. Press et al. [1992]), défini par  $\Psi(k) = |\tilde{f}(k)|^2$ , où  $f$  désigne la fonction de topographie ( $z$ ) ou d'ouverture ( $a$ ). Il a été montré que, si la fonction  $f$  est auto-affine, ce spectre est proportionnel à  $k^{-1-2\zeta}$ , où  $\zeta$  est le coefficient de rugosité. Ce spectre a été calculé le long de profils 1D, suivant quatre directions dans le plan, définies par l'angle  $\theta$  égal à  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  et  $-45^\circ$  (où  $\theta$  est l'angle entre la direction  $x$  et la direction observée, comme représenté Fig. 4.11). Un spectre moyen a été calculé pour chacune des directions, en utilisant de nombreux profils (nombres dépendant de la taille de la surface et de son échantillonnage). Les profils ont été périodisés par soustraction de la dérive linéaire entre le premier point et le dernier point, et le spectre de Fourier calculé par transformée de Fourier rapide (en anglais, Fast Fourier Transform), en rajoutant des valeurs nulles pour avoir une longueur multiple de 2. À noter que l'allure du spectre est quelque peu variable suivant la manière dont sont effectuées ces deux dernières opérations. Les figures 4.12, 4.13, 4.14 montrent les spectres de puissance calculés ainsi pour les fractures F9, F6 et C14. La proportionnalité entre  $\log_{10}(k\Psi(k))$  et  $-\log_{10}(k \times (1\text{mm}))$  indique que les surfaces des fractures F9, F6 et C14 sont auto-affines, ainsi que les ouvertures de F6 et C14. La pente de  $\log_{10}(k\Psi(k))$  vs  $-\log_{10}(k \times (1\text{mm}))$  est alors  $\zeta$ . La loi d'échelle de l'ouverture de F9 est plus compliquée, auto-affine à petite échelle et non corrélée à grande échelle. La figure 4.15 permet de comparer, à une constante près, les allures des courbes en échelle log-log du  $C_2$  et de  $k\Psi$ .

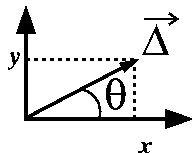


FIG. 4.11 – Définition de l'angle  $\theta$ .

## 4.4 Discussion sur la représentativité des ouvertures mesurées... aspect pratique

### 4.4.1 Reconstitution de l'ouverture... d'autres pistes

Dans l'article “Draix 2” est détaillée une méthode pour recaler les aspérités de l'éponte supérieure avec celles de l'éponte inférieure, dans le cas où les surfaces présentent des similitudes, qui permet de reconstituer l'ouverture. Cette méthode est qualifiée dans la suite de cette section de “méthode plane”, car n'utilisant que les coordonnées  $(x, y)$  des points sélectionnés ( $(x, y)$  définissant le plan moyen de la surface mesurée). C'est celle qui semble la plus efficace pour obtenir rapidement des résultats cohérents. Une autre méthode a aussi été appliquée à ce type de fracture. Celle-ci est fondée sur l'hypothèse que le calage

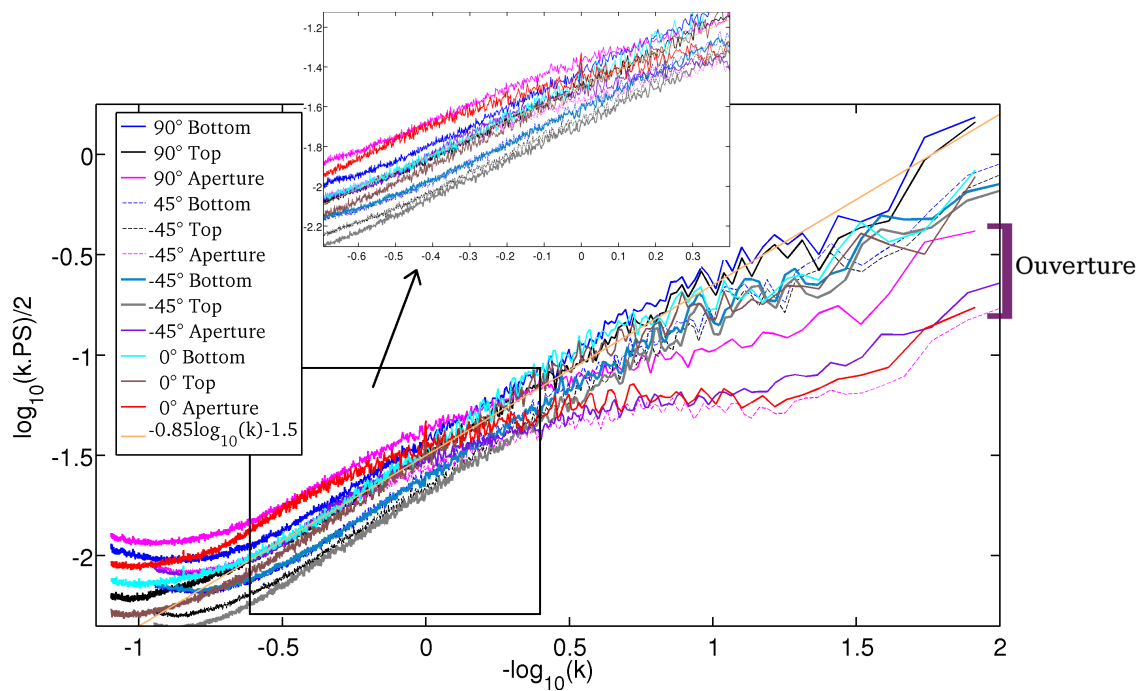


FIG. 4.12 – Spectres de puissance  $k\Psi(k)$  (calculés pour la fracture F9, suivant plusieurs directions).

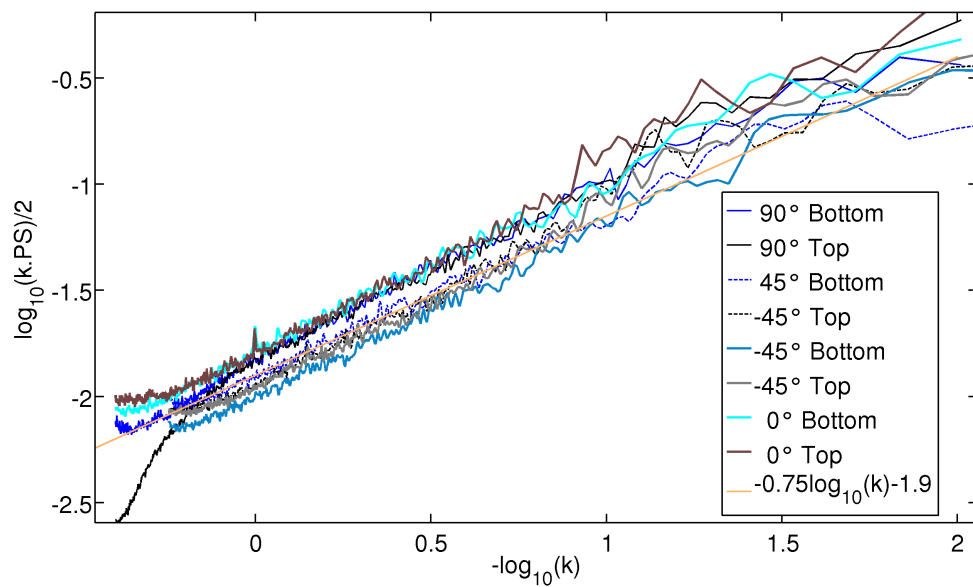


FIG. 4.13 – Spectres de puissance calculés pour la fracture F6, suivant plusieurs directions.

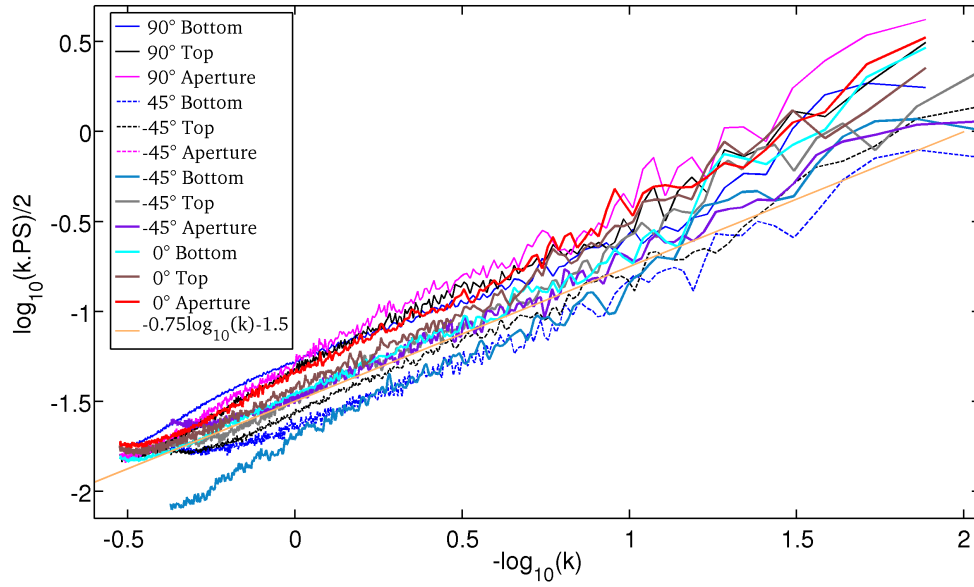


FIG. 4.14 – Spectres de puissance calculés pour la fracture C14, suivant plusieurs directions.

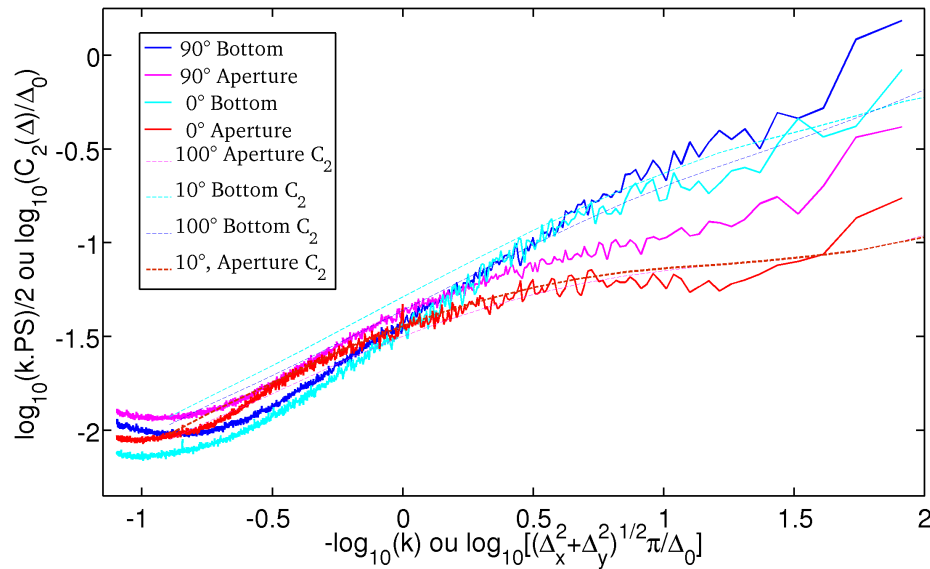


FIG. 4.15 – Comparaison des lois d'échelles obtenues pour l'ouverture de F9, en domaine réel et en domaine de Fourier.

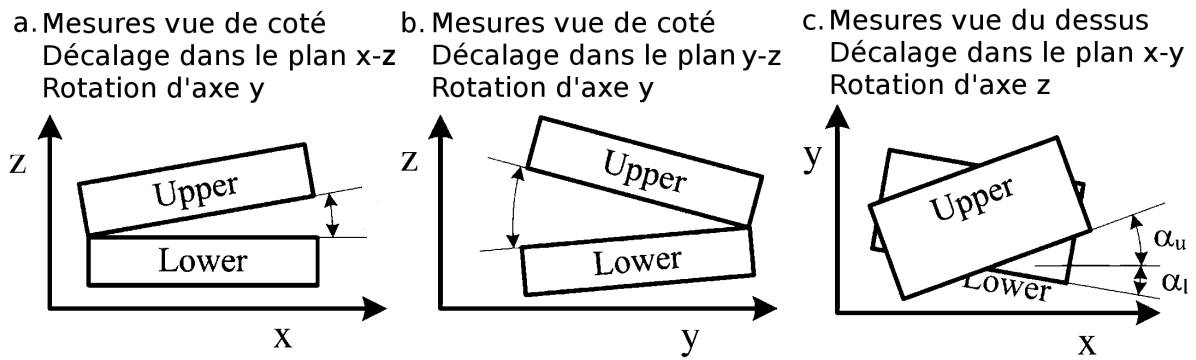


FIG. 4.16 – Décalages des mesures des épontes ; rotations éventuelles à effectuer autour des axes  $y$ ,  $x$  et  $z$ , d'après Fig. 4 dans Lee and Cho [2002] .

optimum entre l'éponte inférieure et supérieure est obtenu lorsque le volume situé entre les deux épontes est minimum. Cette méthode, qualifiée dans la suite de cette section de "méthode 3D", car nécessitant les coordonnées tridimensionnelles des surfaces des épontes, est détaillée ci-après. Supposons disposer des coordonnées  $(x^B, y^B, z^B)$  (resp.  $(x^T, y^T, z^T)$ ) qui définissent la topographie de la surface de l'éponte inférieure (resp. supérieure). On suppose que ces coordonnées sont définies dans un repère où les plans des surfaces sont parallèles (c'est-à-dire que les rotations illustrées par les Fig. 4.16a-b sont négligeables). Les transformations effectuées durant la minimisation sont illustrées Fig. 4.17 ("bottom" et "top" qualifient respectivement l'éponte inférieure et supérieure). Tout d'abord, (1) on considère l'opposé des coordonnées  $x^T$  et  $z^T$  afin d'obtenir la même disposition relative des reliefs que pour l'éponte inférieure. Puis, sont effectuées (2) une rotation d'angle  $\alpha$  (par exemple centrée en  $(0,0)$ ) autour de l'axe  $z$  des coordonnées  $x^T, y^T$  suivi (3) d'une translation définie par  $\vec{t} = (t_x, t_y, 0)$ . On obtient alors les coordonnées  $(x^{T'}, y^{T'}, z^{T'})$ . Après interpolation des coordonnées de l'éponte inférieure sur les coordonnées  $(x^{T'}, y^{T'})$ , on obtient alors les nouvelles coordonnées de l'éponte inférieure  $(x^{T'}, y^{T'}, z^{B'})$ . Ne reste plus qu'à quantifier l'écart entre  $z^{B'}$  et  $z^{T'}$  et à le minimiser. La fonction coût doit être définie soigneusement. En effet, il faut veiller à ce qu'une fois effectuée la rotation des coordonnées de l'éponte supérieure, les surfaces soient bien en vis-à-vis. Si ceci n'est pas vérifié, la minimisation tend vers une solution où très peu de points sont en vis-à-vis, ce qui est incorrect. Pour éviter ceci, une fois la rotation effectuée, il est donc nécessaire d'ajouter une condition sur la taille de l'intersection de la projection des surfaces sur le plan  $(x, y)$ .

En pratique, les surfaces mesurées présentent une dérive linéaire, due au fait qu'elles ne sont pas parfaitement horizontales (cf. annexe A.1, p. 193, Fig. A.1). Pour se placer au mieux dans le cadre de l'hypothèse où les plans mesurés de la fracture sont parallèles, une correction de la dérive a été effectuée pour chaque surface de la fracture (ceci revient à placer le plan moyen des surfaces dans le plan  $(x, y)$ , cf. annexe A.1, p. 193). À noter que les mesures de topographie par profilométrie laser ne quantifient pas bien la position verticale des bords du cylindre qui constitue la carotte, car ils sont rapidement en dehors de la gamme de distances mesurées. La connaissance de ces bords permettrait d'identifier la génératrice du cylindre et d'assurer le positionnement parallèle des surfaces. Ensuite, les coordonnées de plusieurs zones qui présentent des reliefs complémentaires (bien visibles une fois les corrections de dérive effectuées, cf. Fig. 4.18) ont été sélectionnées visuellement.

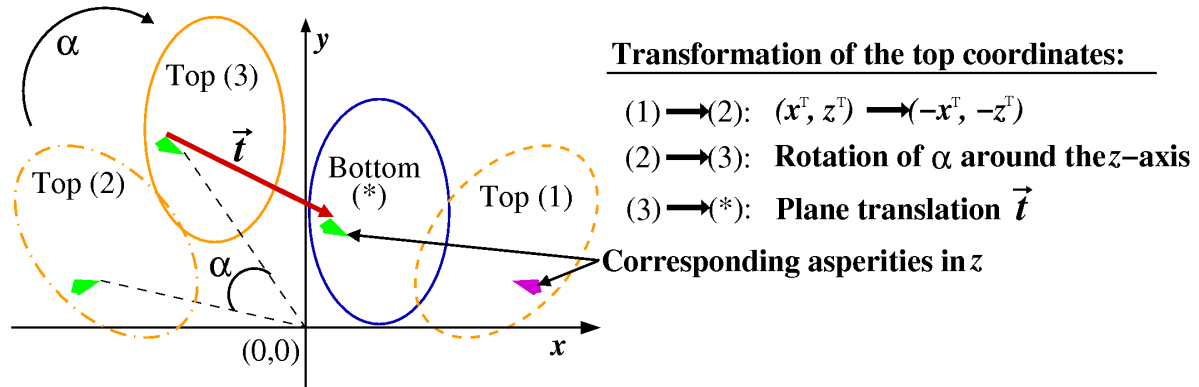


FIG. 4.17 – Transformations effectuées durant la minimisation de volume pour caler les aspérités des surfaces des épontes inférieure (bottom) et supérieure (top). L’annotation “Top (1)” réfère aux coordonnées initiales de la surface du haut. Ces coordonnées subissent une rotation d’axe  $y$  de  $180^\circ$ , afin de bien mettre en évidence les aspérités similaires (“Top (2)”). Ces nouvelles coordonnées subissent alors une rotation d’angle  $\alpha$  et d’axe  $z$  (“Top (3)”), puis une translation  $\vec{t}$ . Si l’angle  $\alpha$  et le vecteur  $\vec{t}$  sont les paramètres optimums, alors les aspérités de l’éponte du haut sont en vis-à-vis avec celles du bas.

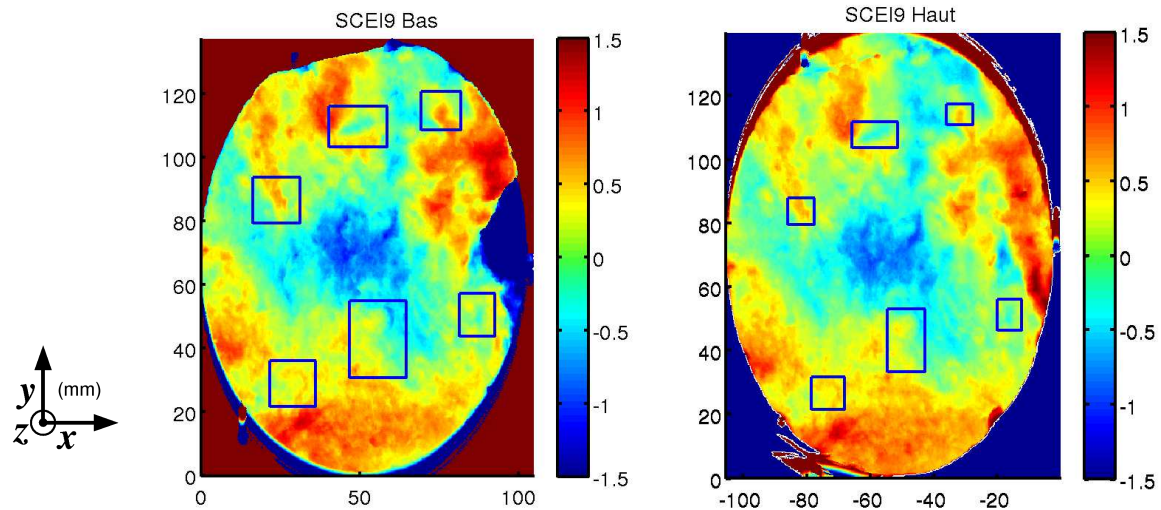


FIG. 4.18 – Cartes de topographie des surfaces de F9 (à gauche : éponte inférieure, à droite : éponte supérieure) avec un exemple de zones sélectionnées pour réaliser la minimisation de volume. Pour l’éponte supérieure, une rotation d’axe  $y$  a été effectuée (d’où l’axe  $x$  retourné), pour faciliter la comparaison des deux topographies.

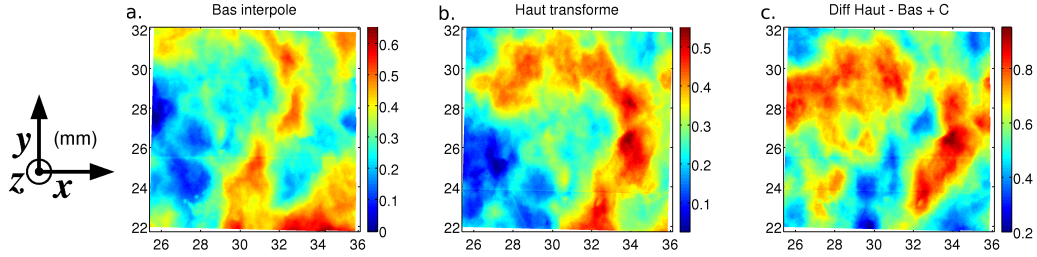


FIG. 4.19 – Résultat obtenu pour une zone, lors de la minimisation de l'écart moyen  $m$  entre les élévations  $z^{T'} - z^{B'}$ . a. Extrait de la zone sélectionnée sur la carte du relief de l'éponte inférieure ( $z^{B'}$ ). Ce relief devrait être en vis-à-vis avec celui de l'éponte supérieure présenté en b après transformation des coordonnées ( $z^{T'}$ ). c. Différence  $z^{T'} - z^{B'}$  à une constante près. Les reliefs présentés en a et b ne sont visiblement pas similaires (comparer au résultats montrés Fig. 4.20). La minimisation de  $m$  ne convient donc pas ; on a préféré finalement utiliser un critère sur l'écart type de  $z^{T'} - z^{B'}$ , comme illustré pour cette même zone Fig. 4.20..

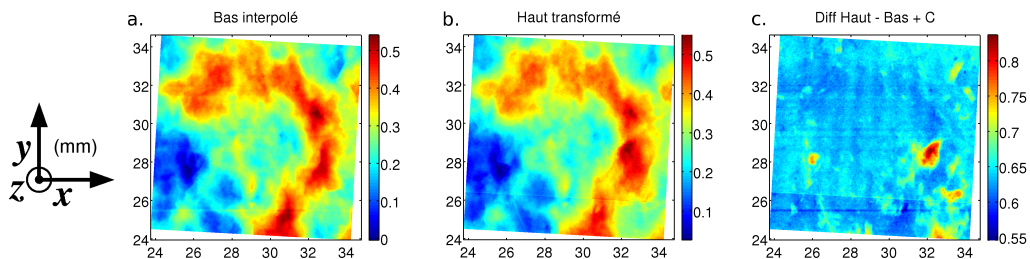


FIG. 4.20 – Résultat obtenu pour une zone, lors de la minimisation de l'écart-type entre les élévations  $z^{T'} - z^{B'}$ . a. Extrait de la zone sélectionnée sur la carte du relief de l'éponte inférieure ( $z^{B'}$ ). b. Zone sélectionnée sur la carte du relief de l'éponte supérieure, après transformation des coordonnées ( $z^{T'}$ ). c. Différence  $z^{T'} - z^{B'}$  à une constante près.

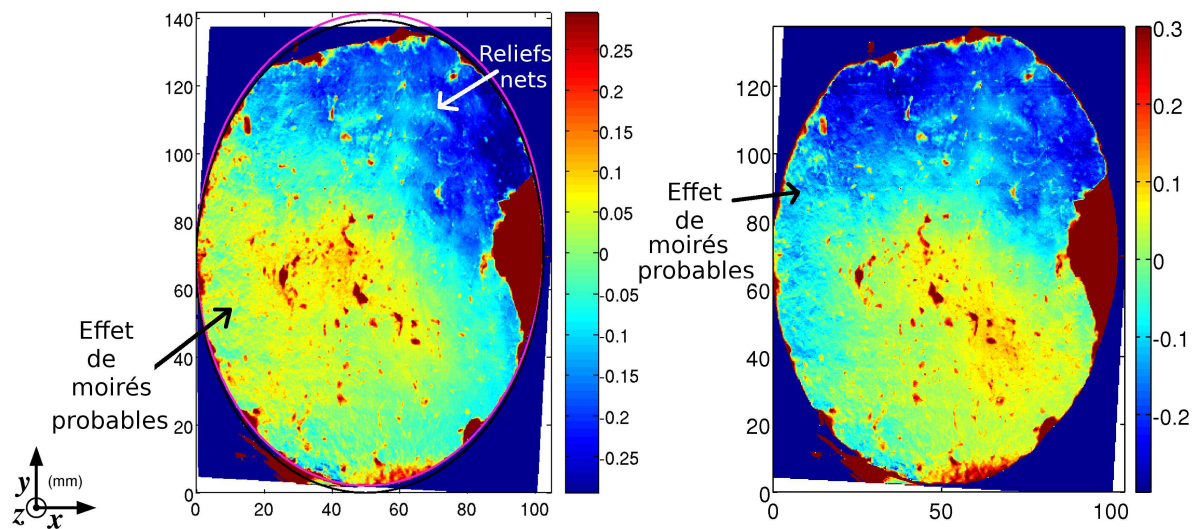


FIG. 4.21 – Ouvertures obtenues à une constante près par “méthode 3D”, i.e. minimisation en volume (à gauche), et par la “méthode plane”, développée dans l’article “Draix 2” (à droite). Celles-ci sont présentées avant correction de la dérive linéaire, qui est considérée comme un artefact (cf. annexe A.1, p. 193).

Ceci permet en particulier d’écarter d’emblée les zones où les surfaces sont endommagées (éclats de roches détachés). Une minimisation a été effectuée sur chacune de ces zones, afin d’une part d’accélérer l’algorithme de recherche de minimum, et d’autre part de vérifier la cohérence des résultats entre chaque zone. De plus, afin de faciliter la mise en place du critère sur l’intersection, les zones sélectionnées pour l’éponte supérieure sont systématiquement de taille nettement plus petite que les zones en correspondance de l’éponte inférieure. Le test sur l’intersection est alors réalisé ainsi : si la zone de l’éponte supérieure n’est pas entièrement en vis-à-vis avec l’éponte inférieure, les paramètres testés sont rejetés. Pour quantifier l’écart entre  $z^{B'}$  et  $z^{T'}$ , le calcul de la moyenne des écarts  $m = \langle z^{T'} - z^{B'} \rangle$ , a d’abord été utilisé pour la fonction coût. À noter qu’il suffit de rajouter une constante à  $m$  pour éviter l’interpénétration des épontes (valeurs négatives de  $z^{T'} - z^{B'}$ ) ; cette constante n’intervient pas dans la minimisation. Cependant, la minimisation de  $m$  peut mener à des résultats incohérents, comme illustré Fig. 4.19. Ainsi, il a finalement été choisi de minimiser l’écart-type de  $z^{T'} - z^{B'}$ , noté  $\sigma(a)$  (Fig. 4.20). Ceci privilégie les solutions qui mènent à des ouvertures s’écartant faiblement de la moyenne  $m$ , ce qui est cohérent avec la complémentarité observée des épontes.

La minimisation des trois paramètres (angle, coordonnées  $x$  et  $y$  du vecteur de translation) a été réalisée à l’aide de la fonction *fminsearch* de Matlab®, qui utilise un algorithme fondé sur la méthode de descente du simplexe (en anglais “Downhill Simplex Method”), ou Nelder-Mead [Nelder and Mead, 1965]. Les résultats obtenus par minimisation de l’écart-type, calculée sur plusieurs zones conduisent à différentes valeurs de  $\alpha$  et  $\vec{t}$  qui sont relativement compatibles entre elles ainsi qu’avec les valeurs obtenues par la “méthode plane”. L’angle  $\alpha$  est ici connu à  $\pm 0.002^\circ$ , les coordonnées  $t_x$  et  $t_y$  du vecteur translation sont connues à  $\pm 0.14$  mm (barres d’erreurs calculées avec la déviation standard de chaque paramètre). La moyenne des paramètres obtenus dans les différentes zones ( $\langle \alpha \rangle$ ,  $\langle t_x \rangle$ ,  $\langle t_y \rangle$ ) a été utilisée pour calculer l’ouverture présentée dans la partie gauche de la figure 4.21.



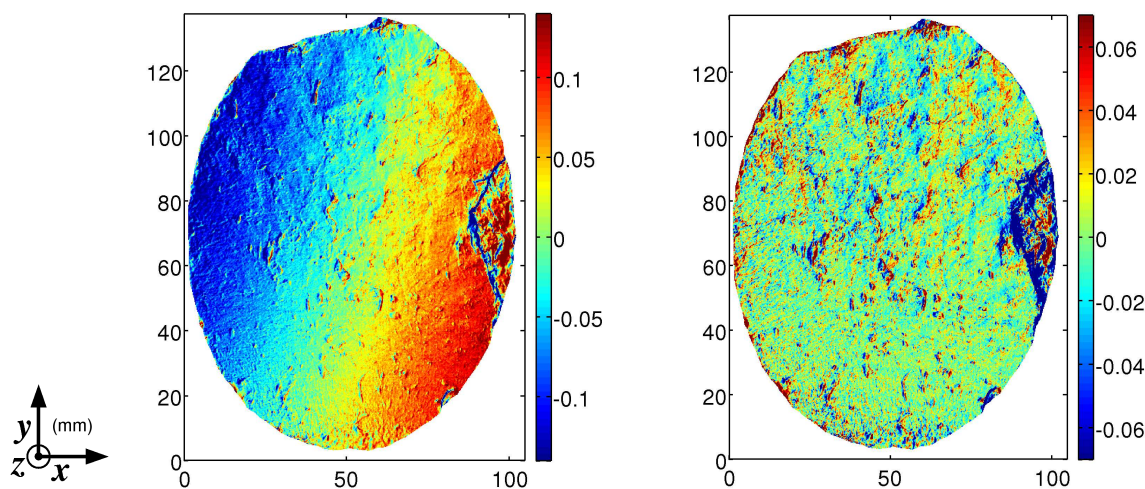


FIG. 4.22 – Gauche : carte de la différence  $a - a'$  entre les deux ouvertures présentées Fig. 4.21. Droite : même carte qu'à gauche, après suppression de la dérive linéaire. Pour les deux cartes, la déviation standard de la différence,  $\sigma(a - a')$ , est de l'ordre de 0.07 mm.

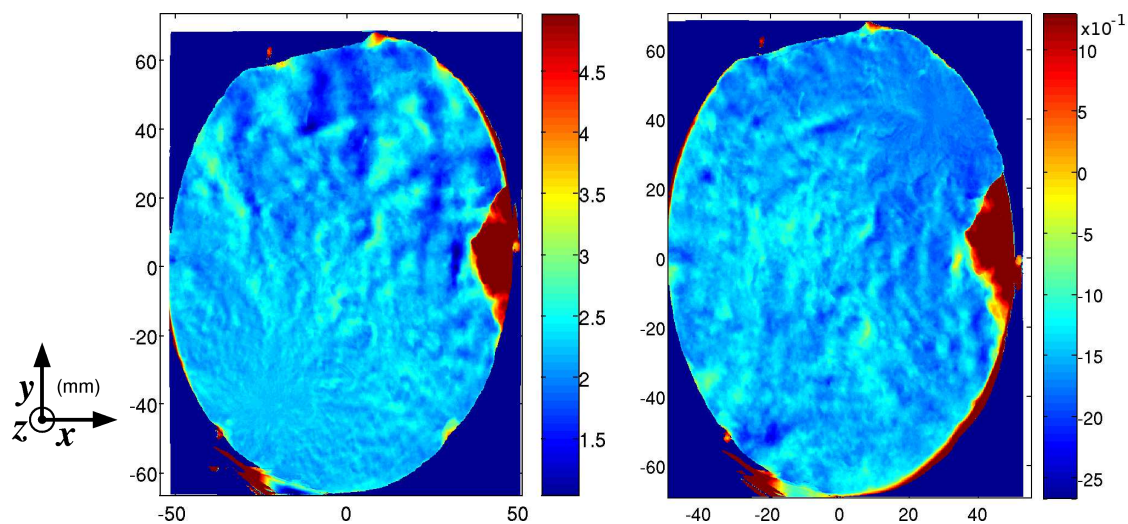


FIG. 4.23 – Exemple d'ouverture avec des artefacts numériques, obtenus avec deux jeux de paramètres (obtenus par minimisation sur la moyenne des écarts,  $m$ , pour deux zones). L'échelle de couleur indique les valeurs de l'ouverture en millimètre.



L'ouverture obtenue par "méthode 3D" est cohérente avec celle précédemment obtenue avec la "méthode plane", (Fig. 4.21, droite).

Si l'on regarde plus en détail ces deux ouvertures (Fig. 4.21), on constate que certaines zones sont comme floues (notamment en bas à gauche), tandis que d'autres zones (notamment en haut à droite) laissent apparaître des reliefs aux contours bien délimités. Lorsque les surfaces des épontes sont mal repositionnées, l'ouverture présente des motifs d'interférences ou effets de moirés qui dominent les variations, comme montré Fig. 4.23. Ainsi, les zones "floues" des ouvertures de la figure 4.21 pourraient être les conséquences d'un calage imparfait entre les épontes. Ce calage imparfait peut être relié à la présence d'une dérive linéaire sur l'ouverture calculée : l'hypothèse que les plans des surfaces sont parallèles est mise à mal. Cette dérive révèle que la correction de la dérive linéaire effectuée sur chacune des surfaces des épontes (cf. annexe A.1, p. 193) n'est pas suffisante. Même après cette correction de dérive sur les épontes, les rotations hors plans schématisées Fig. 4.16.a-b, p. 139, ne sont donc pas complètement négligeables. La "méthode 3D", effectuée à l'aide des coordonnées en 3D pourrait être ré-écrite de sorte prendre en compte la tridimensionnalité de la transformation à effectuer. Six paramètres devraient alors être considérés ; par exemple trois angles et les coordonnées tridimensionnelles du centre de rotation (6 degrés de liberté). Ceci n'est pas possible avec la "méthode plane", qui se base uniquement sur les coordonnées dans le plan.

La différence entre les deux ouvertures obtenues par les deux méthodes est présentée figure 4.22, à gauche ; son écart-type est de l'ordre de 0.07 mm. En plus de variations locales, la différence est dominée par une dérive linéaire qui a été soustraite sur la partie droite de la figure 4.22. Cette dérive linéaire s'explique par le fait que les données sur lesquelles ont été effectuées les deux calages ont subi un traitement différent pour supprimer la dérive linéaire de chaque mesure d'éponte (cf. annexe A.1, p. 193).

#### 4.4.2 Échelles spatiales mises en jeu (puits/massif fracturé)

Il semble qu'aucune des mesures actuellement réalisées (notamment les tests hydrauliques au niveau des puits) ne permette de confirmer ou d'infirmer, à l'échelle du massif, les valeurs de perméabilité obtenues ici pour les marnes consolidées de Draix. Il faut noter que l'estimation proposée ici repose entièrement sur des données de forage, donc des données locales. En particulier, on peut se demander quelle est la représentativité de la géométrie de l'ouverture d'une fracture à l'échelle du puits (quelques centimètres carrés) par rapport à l'échelle d'un bassin versant (plusieurs centaines de mètres). Ce type de questions a été abordé (à une échelle moindre) par Sakaguchi et al. [2008], qui ont comparé les caractéristiques statistiques de l'ouverture d'une fracture de taille  $0.2 \text{ m}^2$  avec les caractéristiques statistiques de zones de la fracture. Pour cette fracture particulière, l'ouverture moyenne augmente avec la taille de la fracture, tandis que l'écart-type de l'ouverture se stabilise pour des zones de tailles supérieure à  $20 \text{ cm}^2$ . Ainsi, l'ouverture moyenne à grande échelle de la fracture scellée C14 (cf. p. 86 et Fig. 9 p. 118 de l'article "Draix 2"), estimée à partir des mesures de l'ouverture de l'échantillon disponible (environ  $50 \text{ cm}^2$ ), pourrait être sous-estimée. À noter que l'étude de Sakaguchi et al. [2008] est réalisée pour une fracture qui diffère par plusieurs points des fractures observées à Draix : c'est une fracture granitique créée artificiellement, dont l'ouverture est calculée lorsque les épontes ont un point de contact. La fracture de Draix qui se rapproche le plus de cette fracture artificielle est celle nommée F9 dans notre étude (cf. p. 86) : les faces de F9

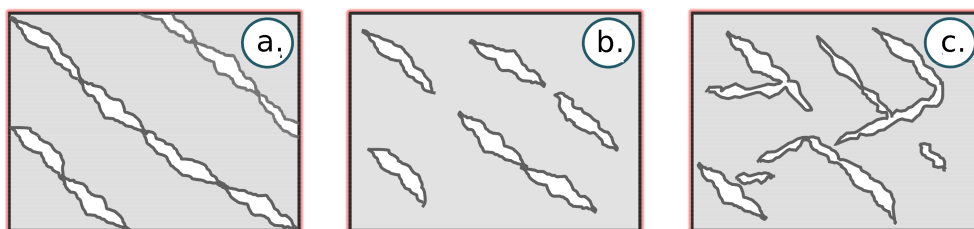


FIG. 4.24 – a. Réseau de fractures connectées, présentant une certaine continuité morphologique avec des contacts locaux. Pour un tel réseau, un échantillonnage local des fractures permet une bonne caractérisation de la perméabilité du milieu. b. Réseau de fractures partiellement ou non connectées. La perméabilité et la fréquence des zones peu perméables doit être connue pour pouvoir estimer la perméabilité macroscopique d'un tel réseau. c. Réseau de fractures présentant plusieurs familles de fractures, avec une géométrie variée. Un échantillonnage local des fractures ne permet pas de caractériser la perméabilité macroscopique d'un tel milieu. Image extraite de la présentation orale visant à soutenir la présente thèse, ajoutée a posteriori de la soutenance.

présentent des morphologies quasi-complémentaires, et le spectre de puissance de son ouverture est auto-affine à petites échelles, puis décorrélaté, comparable à celui présenté Fig. 9 de Sakaguchi et al. [2008]. Cependant, dans notre cas, l'ouverture moyenne de F9 a été estimée d'une manière tout à fait différente, à partir du déplacement moyen, et non à partir de l'ouverture moyenne obtenue lorsque les épontes sont en contact. La courbe de corrélation de l'ouverture F9, présentée p. 117 Fig. 7 de l'article "Draix 2", atteint une valeur limite de 0.07 mm qui est beaucoup plus petite que l'ouverture moyenne estimée (2.6 mm). Ainsi, le contact est supposé avoir lieu statistiquement à une échelle théorique infiniment plus grande que celle de l'échantillon. L'estimation de l'ouverture moyenne basée sur l'estimation du déplacement moyen subi par les épontes permet donc de s'affranchir de la taille finie de l'échantillon, mais suppose une fracture à grande échelle de taille infinie. En pratique, les fractures sont cependant de taille finie, car le déplacement observé entre les épontes dépend d'un processus préalable de fracturation qui stoppe lorsque l'énergie en tête de fissure est insuffisante pour rompre la roche (ex. : critère de Griffith). Il est donc possible que le puits se situe près d'un point où la fracture se referme. Auquel cas, si la lithologie est continue, la continuité des épontes de la fracture implique que l'ouverture se referme progressivement (par exemple avec une fracture en forme de lentille allongée) : l'ouverture moyenne proposée pour F9 serait alors sous-estimée à grande échelle.

<sup>1</sup> À échelle supérieure à la fracture, la détermination de la perméabilité du massif nécessite non seulement de connaître la morphologie des fractures, mais aussi de caractériser le réseau de fracture. Ceci implique d'identifier l'orientation et la taille des fractures principales de ce réseau, ainsi que la présence de connexion hydraulique ou non entre les fractures. La Fig. 4.24 illustre quelques formes de réseaux possibles. À Draix, quasiment toutes les fractures ouvertes identifiées au niveau des quatre puits (au niveau de l'interfluve, espacés d'environ 8 m entre eux) suivent la direction de la schistosité de la roche [Lofi et al., 2009]. Ainsi, à l'échelle d'une vingtaine de mètres, il semble cohérent de considérer un réseau de fractures similaire à ceux présentés Fig. 4.24.a-b. Les informations actuelles

<sup>1</sup>Paragraphe ajouté a posteriori de la soutenance, sur suggestion de François Cornet.

ne permettent pas de trancher entre ces deux réseaux, car la connectivité inter-puits est encore inconnue (communication personnelle d’Emilie Garel). De futurs tests d’injection devraient permettre de répondre à cette question. En l’absence d’information, dans l’article “Draix 2”, le réseau de fractures a été supposé similaire à celui de la Fig. 4.24.a : les fractures sont connectées et présentent une continuité dans leur morphologie. La valeur de la perméabilité peut, dans ce cas, directement être déduite de la morphologie des fractures au puits. À l’échelle du massif, un relevé partiel des orientations de fractures sur le massif affleurant (au niveau de l’escarpement majeur) [Malet, 2007] complète un peu les données de puits. Celui-ci indique qu’une majorité de fractures suivent une même orientation (azimut et pendage), mais dont le pendage diffère de celui observé aux puits. L’orientation des fractures est cependant moins uniforme que celui observé en puits. Ainsi, à l’échelle du massif, des données sont encore nécessaires pour conclure sur le type de réseau et la perméabilité à l’échelle du massif.

#### 4.4.3 Discussion sur la dissolution de la calcite

Dans l’article “Draix 2”, une estimation de la perméabilité est obtenue à partir de la géométrie des fractures scellées, sous hypothèse de dissolution de la calcite ou de lessivage de l’argile. La dissolution de la calcite est cependant difficile à prévoir. En effet, celle-ci dépend fortement de la composition chimique de l’eau circulant ainsi que du pH, des conditions de température et de la pression en  $\text{CO}_2$ . Dans un premier temps, le transport de l’eau semble limité à des processus de diffusion dans la matrice marneuse. À Draix, on a pu cependant remarquer que les zones où les veines de calcite sont nombreuses avoisinent souvent des zones fortement endommagées. De fortes contraintes mécaniques peuvent créer de nouvelles fractures recoupant les veines de calcite et créer des conditions favorables à la dissolution. L’amplitude spatiale et la cinématique de la dissolution potentielle de veines scellées est cependant tout à fait inconnue. Des études telles que celles de Szymczak and Ladd [2009] ou de Gouze et al. [2003] permettent d’estimer l’évolution de la morphologie d’une fracture au sein de la calcite en cours de dissolution. Ces études révèlent des morphologies tridimensionnelles compliquées avec ponts et trous, qui ne peuvent plus se décrire à l’aide de fonctions en deux dimensions. Ce régime transitoire, de durée inconnue, a été négligé dans notre étude : pour l’échantillon C14, on a seulement considéré une morphologie scellée sur 1 cm qui évoluerait vers une fracture ouverte sur 1 cm. Des contraintes mécaniques pourraient également réduire cette ouverture au fur et à mesure de la dissolution. Ainsi, l’estimation de la perméabilité due à la dissolution de la calcite est probablement surestimée.

- BILAN DU CHAPITRE : on a mesuré et caractérisé la morphologie des fractures de Draix à l'échelle de la carotte, puis proposé un modèle à plus grande échelle et appliqué un modèle hydraulique, ce qui nous a permis de déterminer la perméabilité du massif.
- BILAN DE LA DEUXIÈME PARTIE : on a réussi à appliquer des modèles théoriques du comportement hydro-thermique à deux cas pratiques à l'échelle du terrain.
- LIEN VERS PARTIE SUIVANTE : dans la première partie ainsi que dans la deuxième partie, les modèles hydro-thermiques et applications reposent sur l'hypothèse de lubrification. Or, on a vu que la morphologie de certaines fractures à Draix est parfois abrupte, ce qui n'est pas compatible avec l'hypothèse de lubrification. Comment modéliser le comportement hydro-thermique sans hypothèses de lubrification ?



## Troisième partie

# Modélisation hydro-thermique dans une fracture rugueuse hors hypothèses de lubrification



- OBJECTIF : observer le comportement hydro-thermique dans une fracture rugueuse hors hypothèses de lubrification.
- POUR CELA : définir une modélisation hydro-thermique adaptée et d'abord étudier l'effet d'une morphologie abrupte, mais simple.





## CHAPITRE 5

### Choix de la méthode : Boltzmann sur réseau hypercubique à faces centrées

- OBJECTIF : comprendre comment appliquer une méthode de Boltzmann sur réseau pour modéliser le comportement hydro-thermique dans une fracture.
- POUR CELA : choix d’une méthode de Boltzmann sur réseau (choix du réseau, choix du type de particules) et exposé de la démonstration théorique montrant que cette méthode est adaptée pour modéliser les équations de Navier-Stokes et d’advection-diffusion, à l’aide de références bibliographiques.

#### 5.1 Bibliographie : comportement hydro-thermique hors hypothèses de lubrification

Brown et al. [1995], Waite et al. [1998] ont étudié la limite de validité de l’hypothèse de lubrification dans une fracture à bords sinusoïdaux plus ou moins décalés, en 2D, en résolvant l’équation complète de Navier-Stokes avec des méthodes de gaz sur réseau. Brown et al. [1995] montrent notamment que lorsque la longueur d’onde de la sinusoïde est très petite, et que son amplitude est significative devant l’ouverture moyenne, le fluide stagne dans les aspérités et l’ouverture hydraulique est inférieure à celle attendue avec l’hypothèse de lubrification.

En 3D, Bernabé and Olson [2000] ont étudié avec une méthode de gaz sur réseau le comportement hydraulique dans un tuyau dont la section varie de manière sinusoïdale, avec un rayon donné par  $r_0 - \Upsilon \cos(2\pi x/l)$ , où  $l$ ,  $\Upsilon$  et  $r_0$  sont des constantes. L’étude de la conductivité hydraulique est réalisée en fonction de la longueur d’onde relative,  $l/r_0$ , ainsi que de l’amplitude relative,  $\Upsilon/r_0$ , du cosinus. Lorsque la longueur d’onde est suffisamment grande ( $l/r_0$  grand), la conductance hydraulique tend vers celle d’un tube de rayon  $r_0$ . Lorsque la longueur d’onde est suffisamment petite ( $l/r_0$  petit), la conductance hydraulique tend vers celle d’un tube de rayon plus petit,  $r_0 - \Upsilon$ . Dans ce régime, l’écoulement dans les recoins créés par les petites longueur d’onde est (quasi) stagnant, et découplé de la partie conductrice de la fracture : ces conclusions sont très similaires à celles de Brown et al. [1995].

Les simulations de Brown et al. [1995] montrent que l’écoulement quasi-stagnant présente des tourbillons. De même, Brush and Thomson [2003] (avec une méthode de différences finies implémentée en 3D), Boutt et al. [2006] (avec une méthode de Boltzmann sur réseau, en 2D), Cardenas et al. [2007] (avec une méthode d’éléments finis implémentée en 2D) Andrade Jr. et al. [2004] (avec une méthode en différences finies, en 2D) ont mod-

élisé la présence de tourbillons dans les aspérités abruptes de morphologies de fractures complexes.

Ces tourbillons peuvent être rapprochés de ceux prévus par les calculs de Moffatt [1964]. Celui-ci a en effet démontré, analytiquement, qu'il existe des tourbillons entre deux plans formant un angle inférieur à  $146^\circ$ , où le fluide est injecté tangentiellement aux bords du coin (cf. Fig. 5.1).

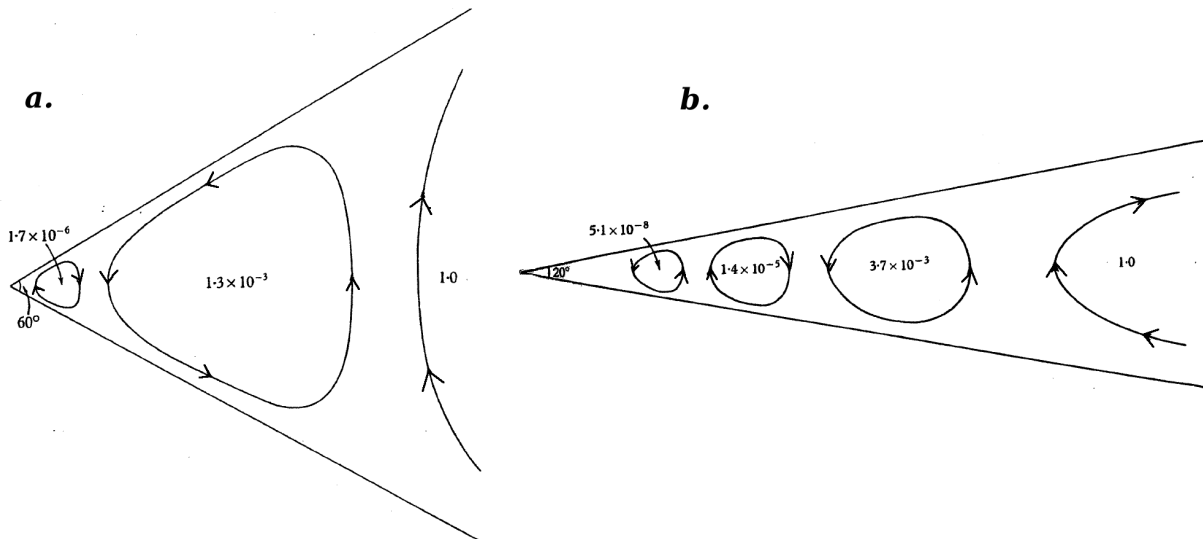


FIG. 5.1 – Schéma des tourbillons calculés par Moffatt [1964] (figure de Moffatt [1964]), qui se créent entre deux plans formant un angle de  $60^\circ$  (a) ou de  $20^\circ$  (b). Les dimensions spatiales relatives des tourbillons sont correctes, et les valeurs indiquées sont reliées à leurs intensités respectives.

Reste à voir comment ces tourbillons interagissent avec des processus dépendant de l'advection. Boutt et al. [2006], Cardenas et al. [2007] ont par exemple modélisé un transport de particules ou d'élément chimiques en résolvant l'équation complète de Navier-Stokes. Ces tourbillons pourraient expliquer l'arrivée tardive de certaines particules, ou l'asymétrie des distributions de concentration en fonction du temps. Par exemple, les particules attrapées par des lignes de courant formant des tourbillons seraient retardées. On peut se demander si des phénomènes similaires pourraient créer des hétérogénéités temporelles dans la température du fluide pompé. Andrade Jr. et al. [2004], a résolu les équations de Navier-Stokes et d'advection-diffusion en température dans un conduit en 2D présentant des parois complexes. Mais cette morphologie (fractales de Koch) est très différente d'une morphologie de fracture naturelle. De plus, son étude, qui se situe dans le contexte d'un échangeur thermique, a pour but de trouver quel régime permet de faire circuler un fluide chaud dans un tube à bords froids (considéré maintenu à une température constante) de manière efficace, en minimisant les pertes de chaleur. Cet auteur montre que les tourbillons présents dans les creux de la morphologie influencent l'efficacité du transfert thermique.

L'effet des tourbillons sur la température d'un fluide injecté à une température froide dans une fracture rugueuse chaude ne semble pas avoir déjà été modélisé. Cette troisième partie de thèse a pour but de mettre en place une modélisation qui permette d'observer de tels effets. De plus, une résolution complète de l'équation d'advection-diffusion, tenant

compte de l'évolution de la température dans la roche, est souhaitable. La méthode retenue est une méthode de Boltzmann sur réseau hybride, qui présente des similarités avec celle utilisée par Flekkøy [1993], qui modélise les équations de Navier-Stokes et d'advection-diffusion dans un milieu avec deux fluides.

## 5.2 Rappels introductifs des principes de la méthode de Boltzmann sur réseau

Note préliminaire : les rappels effectués ici sur la méthode de Boltzmann sur réseau, sont très succincts. Cette méthode a été développée grâce à de nombreux travaux portant sur les automates cellulaires (e.g. Von Neumann and Burks [1966], Wolfram [1983]), la théorie cinétique des gaz en physique statistique (e.g. Boltzmann [1872], Bhatnagar et al. [1954]) et les méthodes de gaz sur réseau (e.g. Frisch et al. [1986], Hardy et al. [1973]). De plus amples informations peuvent être trouvées dans Rothman and Zaleski [1997], Chopard and Droz [1998], Wolf-Gladrow [2005].

Dans la partie I, la méthode utilisée pour modéliser le comportement hydro-thermique est une méthode de type descendante (en anglais “top-down”), c’est-à-dire que les équations macroscopiques (dans notre cas : Navier-Stokes couplée à une équation d’advection-diffusion) sont le point de départ de la méthode. Les méthodes de Boltzmann sur réseau, historiquement dérivées des méthodes de gaz sur réseau, suivent comme celles-ci une approche de type ascendante (en anglais “bottom-up”) : ici, le point de départ de la méthode est la conservation de quantités physiques à une échelle mésoscopique. Cette échelle, plus grande que l’échelle moléculaire, correspond à celle de particules fictives. Dans la modélisation proposée ici, deux types de particules interviennent : celles qui correspondent à la densité de masse et celles qui correspondent à l’énergie interne ; à ce titre, la méthode de Boltzmann sur réseau utilisée ici est hybride. Pour la modélisation de l’équation de Navier-Stokes, il s’agit de respecter la conservation de la masse et la quantité de mouvement pour un fluide incompressible newtonien. Pour la modélisation de l’équation d’advection-diffusion, il s’agit de respecter la conservation de l’énergie interne et du flux d’énergie transporté par diffusion dans la roche par le flux de chaleur et par advection-diffusion dans le fluide. Les méthodes de gaz sur réseau et de Boltzmann sur réseau font intervenir une discrétisation des directions au long desquelles les particules peuvent bouger : les particules se déplacent (phase de propagation) le long d’un réseau et interagissent entre elles au niveau des nœuds de ce réseau (phase de collision). La géométrie de ce réseau est essentielle pour qu’à l’échelle macroscopique, les équations de Navier-Stokes et d’advection-diffusion soient vérifiées. Ce réseau doit répondre à des propriétés de symétrie suffisantes [Frisch et al., 1986] et ne doit pas impliquer de quantités invariantes non physiques (en anglais “spurious invariants”) à l’échelle macroscopique, qui créent des artefacts numériques [Zanetti, 1989].

À la différence des méthodes de gaz sur réseau, les méthodes de Boltzmann sur réseau considèrent directement un ensemble de particules : les lois de propagation et de collision portent sur des distributions de particules au lieu de porter sur les particules elles-mêmes. Les méthodes de gaz sur réseau impliquent en effet de réaliser des moyennes sur un très grand nombre des valeurs booléennes qui correspondent à l’absence ou la présence de particules dans une direction donnée. Ces moyennes impliquent des imprécisions numériques, et le stockage des valeurs booléennes est très demandeur en terme de mémoire machine.

### 5.3 Résolution de l'équation de Navier-Stokes en 3D à l'aide d'un réseau hypercubique à faces centrées

Soit  $f_i$  les distributions de densité de masse, correspondant aux particules se déplaçant en un nœud donné dans la direction du vecteur  $\mathbf{e}_i$ , où les vecteurs  $\mathbf{e}_i$  sont les vecteurs de base du réseau considéré. Ces vecteurs, qui permettent de connecter un nœud du réseau avec son voisin le plus proche, sont associés à des vecteurs vitesse de base, définis par  $\mathbf{c}_i = \delta t / \mathbf{e}_i$  où  $\delta t$  est un pas de temps souvent choisi unitaire<sup>1</sup>. On considère un réseau où tous les  $\mathbf{c}_i$  ont la même norme, égale à  $c$  : le modèle de réseau est dit uni-vitesse<sup>2</sup>. Comme il sera établi un peu plus loin, modéliser l'équation de Navier-Stokes nécessite notamment de considérer un réseau qui implique l'isotropie du tenseur d'ordre 4 suivant :

$$\Xi_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4} = \sum_i c_{i\alpha_1} c_{i\alpha_2} Q_{i\alpha_1\alpha_2}$$

avec

$$Q_{i\alpha_1\alpha_2} = c_{i\alpha_1} c_{i\alpha_2} - c^2 \delta_{\alpha_1\alpha_2} / D,$$

où les indices  $\alpha_k$  se rapportent aux coordonnées cartésiennes (1, 2 ou 3 correspondant à trois directions orthogonales), et où la somme sur l'indice  $i$  implique la somme sur l'ensemble des vecteurs vitesse de base associées à ce nœud. Dans l'expression du tenseur  $Q_{i\alpha_1\alpha_2}$ ,  $D$  est la dimension du réseau et  $\delta_{\alpha_1\alpha_2}$  le symbole de Kronecker. Ce terme intervient dans le calcul du flux de la quantité de mouvement, lui-même relié au terme de convection non linéaire  $\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}$ . Modéliser Navier-Stokes dans un espace à deux dimensions peut se faire à l'aide d'un réseau à mailles hexagonales, qui présente un tenseur  $\Xi_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4}$  isotrope [Frisch et al., 1986]. Dans notre cas, on souhaite modéliser Navier-Stokes en trois dimensions. Il n'existe cependant pas de réseau uni-vitesse en 3D qui présente un tenseur  $\Xi_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4}$  isotrope. Une possibilité, proposée par d'Humières et al. [1986] est d'utiliser un réseau en quatre dimensions (4D), de type hypercubique à faces centrées (FCHC, acronyme de "Face-Centered-Hyper-Cubic" en anglais), où les vecteurs de base, au nombre  $N$  de 24, sont définis par  $(\pm 1, \pm 1, 0, 0)$ ,  $(0, \pm 1, \pm 1, 0)$ ,  $(0, 0, \pm 1, \pm 1)$ ,  $(0, \pm 1, 0, \pm 1)$ ,  $(\pm 1, 0, \pm 1, 0)$ ,  $(\pm 1, 0, 0, \pm 1)$  et ont une norme de  $c = \sqrt{2}$  (cf. Fig. 5.2). Parmi ces 24 vecteurs, 12 ont deux à deux la même projection en 3D (projection réalisée perpendiculairement à la quatrième dimension). En pratique, la quatrième dimension intervient uniquement au niveau des calculs qui dépendent des  $\mathbf{c}_i$  ; pour le calcul des positions ou des vitesses physiques, cette quatrième dimension est ignorée (projection perpendiculaire à la quatrième dimension des vecteurs). Dans toutes les équations suivantes, l'indice  $i$  se rapporte à la direction du vecteur  $\mathbf{c}_i$  (de 1 à  $N = 24$ ) et l'indice  $\alpha$  (ou  $\alpha_{1-4}$ ) se réfère à la coordonnée spatiale (quatre valeurs possibles).

<sup>1</sup>La notation  $\mathbf{c}_i$  est par suite aussi utilisée pour les vecteurs de base. Une analyse dimensionnelle permet d'identifier la signification de  $\mathbf{c}_i$  suivant le contexte.

<sup>2</sup>Il existe aussi des modèles dits multi-vitesses, dont les propriétés de symétrie sont ajustées à l'aide de coefficients qui dépendent de quantités physiques représentées par les moments de la distribution. Sous certaines conditions, ces réseaux permettent de tenir compte de l'énergie cinétique des particules et éventuellement de modéliser une équation de type advection-diffusion à l'aide d'un moment d'ordre supérieur de la distribution  $f_i$ . La méthode est alors qualifiée de thermique ; malgré son nom, ce n'est pas la méthode qui a été retenue dans ce travail.

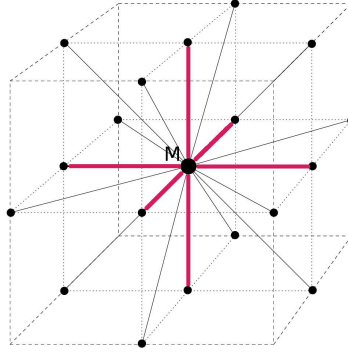


FIG. 5.2 – Représentation en trois dimensions, à l’aide d’une projection orthogonale à la quatrième dimension, d’une portion de réseau hypercubique à face centrées (FCHC). Sont représentés le nœud au point  $M$  et ses nœuds voisins, i.e. situés en  $\mathbf{OM} + \mathbf{c}_i \delta t$ . Chaque nœud a 24 voisins. Parmi ces 24 voisins, 12 ont deux à deux la même projection en 3D (représentés au bout des 6 lignes magenta) ; ces 6 vecteurs sont appelés vecteurs “double bande”.

La densité par nœud, au nœud  $M$ , se calcule en effectuant la somme suivant toutes les directions des distributions en chaque nœud :

$$\rho(t, \mathbf{OM}) = \sum_{i=1}^{24} f_i(t, \mathbf{OM}). \quad (5.1)$$

La vitesse  $\mathbf{u}$  est calculée au temps  $t$  à l’aide de la relation ci-dessous :

$$\rho \mathbf{u}(t, \mathbf{OM}) = \sum_{i=1}^{24} \mathbf{c}_i f_i(t, \mathbf{OM}). \quad (5.2)$$

À chaque pas de temps numérique, les particules subissent

1. une phase de propagation,
2. une phase de collision

Algorithmiquement, la phase de propagation consiste à effectuer l’opération suivante :

$$f_i(t + \delta t, \mathbf{OM} + \mathbf{c}_i \delta t) \leftarrow f_i(t + \delta t, \mathbf{OM}) \quad (5.3)$$

et la phase de collision consiste à effectuer, pour un pas  $\delta t = 1$  :<sup>3</sup>

$$f_i(t, \mathbf{OM}) \leftarrow f_i(t, \mathbf{OM}) + \lambda [f_i(t, \mathbf{OM}) - f_i^{\text{eq}}(t, \mathbf{OM})] + F_\alpha c_\alpha / 12 \quad (5.4)$$

où la distribution d’équilibre est linéaire, de la forme

$$f_i^{\text{eq}} = \rho(1 + 2\mathbf{u} \cdot \mathbf{c}_i + 3Q_{i\alpha_1\alpha_2} u_{\alpha_1} u_{\alpha_2}) / 24 \quad (5.5)$$

<sup>3</sup>La convention de sommation d’Einstein est utilisée dans ce paragraphe sur les indices se rapportant aux coordonnées. C’est-à-dire que  $\sum_1^4 F_\alpha c_\alpha$  s’écrit  $F_\alpha c_\alpha$ .

et  $F$  est une force agissant à chaque nœud du réseau. Dans notre cas, cette force volumique est utilisée pour modéliser le gradient de pression macroscopique. Dans les cas où cette force serait variable en temps et en espace, la phase de collision à effectuer serait :

$$f_i(t, \mathbf{OM}) \leftarrow f_i(t, \mathbf{OM}) + \lambda [f_i(t, \mathbf{OM}) - f_i^{\text{eq}}] + c_\alpha [F_\alpha(t, \mathbf{OM}) + F_\alpha c_\alpha(t + \delta t, \mathbf{OM} + \mathbf{c}_i \delta t)] / 6. \quad (5.6)$$

La méthode de Boltzmann sur réseau mise en place est de type BGK (nommée d'après P. Bhatnagar, E. P. Gross, et M.K. Krook) : le terme de collision est un terme de relaxation linéaire qui dépend d'une constante  $\lambda$ , reliée à la valeur physique de la viscosité cinématique du fluide  $\nu$  par

$$\nu = -\frac{1}{3} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{\lambda} \right) \quad (5.7)$$

La démonstration de la vérification de l'équation de Navier-Stokes est proposée en annexe de ce document, dans la partie C, p. 203. La méthode de Boltzmann sur réseau permet de résoudre l'équation de Navier-Stokes, sous réserve de se placer à faible nombre de Knudsen, défini par le rapport entre la distance moyenne entre deux collisions successives microscopiques, et l'échelle macroscopique spatiale caractéristique du système.

En théorie, la densité du fluide modélisé est incompressible. Cependant, par construction, la densité du fluide est légèrement compressible : celle-ci vaut, à l'ordre 1 :  $\rho \propto (1 - lu^2)^{-1}$ , où  $l$  vaut ici 2 (paramètre qui dépend de la géométrie du réseau, cf. annexe C, p. 205). Il faut donc veiller à ce que la vitesse  $u$  reste petite devant  $1/l^{1/2}$  (ici 0.7).

## 5.4 Résolution de l'équation d'advection-diffusion en 3D à l'aide d'un réseau hypercubique à faces centrées

La résolution de l'équation d'advection-diffusion ne nécessite aucune condition d'isotropie sur le tenseur  $\Xi_{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4}$ . Un réseau cubique en 3D, défini par les 6 vecteurs de base  $(\pm 1, 0, 0)$ ,  $(0, \pm 1, 0)$ ,  $(0, 0, \pm 1)$  convient donc parfaitement. En pratique, ces 6 vecteurs correspondent aux vecteurs de type “double bande” dans le réseau FCHC. Les mêmes notations que précédemment sont conservées pour les vecteurs de base, mais leur norme vaut ici  $c^2 = 1$ . Dans toutes les équations suivantes, l'indice  $i$  se rapporte à la direction du vecteur  $\mathbf{c}_i$  (de 1 à  $N_T = 6$ ) et l'indice  $\alpha$  (ou  $\alpha_{1-4}$ ) se réfère à la coordonnée spatiale (quatre valeurs possibles). Soit  $g_i$  les distributions d'énergie interne, correspondant aux particules se déplaçant en un nœud donné dans la direction du vecteur  $\mathbf{c}_i$ . L'évolution de la distribution est donnée par :

$$g_i(\mathbf{OM} + \mathbf{c}_i \delta t, t + \delta t) - g_i(\mathbf{OM}, t) = -\frac{\delta t}{\tau} [g_i(\mathbf{OM}, t) - g_i^{\text{eq}}(\mathbf{OM}, t)]. \quad (5.8)$$

La topologie du réseau 3D choisi satisfait les relations suivantes, avec, dans notre cas, pour tout  $i$ ,  $\omega_i = 1/6$  :

$$\begin{aligned}
\sum_1^{N_T} \omega_i &= 1 \\
\sum_1^{N_T} \omega_i c_{i\alpha_1} &= 0 \\
\sum_1^{N_T} \omega_i c_{i\alpha_1} c_{i\alpha_2} &= C_2 c^2 \delta_{\alpha_1 \alpha_2} = \frac{1}{3} \delta_{\alpha_1 \alpha_2} \\
\sum_1^{N_T} \omega_i c_{i\alpha_1} c_{i\alpha_2} c_{i\alpha_3} &= 0
\end{aligned} \tag{5.9}$$

$C_2$  vaut ici  $1/3$ . La distribution d'équilibre d'énergie interne qui est utilisée est :

$$g_i^{\text{eq}}(\mathbf{OM}, t) = \omega_i T \left[ 1 + \frac{1}{C_2} \frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}}{c^2} \right] \tag{5.10}$$

Les lois de conservations de l'énergie cinétique et de son flux sont :

$$\begin{aligned}
\sum_i^{N_T} g_i(\mathbf{OM}, t) &= T(\mathbf{OM}, t) \\
\sum_i^{N_T} \mathbf{c}_i g_i(\mathbf{OM}, t) &= T(\mathbf{OM}, t) \mathbf{u}
\end{aligned} \tag{5.11}$$

Ci-dessous est rappelé comment démontrer que ces opérations mésoscopiques permettent de vérifier à l'échelle macroscopique l'équation d'advection-diffusion. En effectuant un développement de Taylor, l'équation 5.8 devient :

$$\delta t (\partial_t + \mathbf{c}_i \cdot \nabla) g_i(\mathbf{OM}, t) + \frac{\delta t^2}{2} (\partial_t + \mathbf{c}_i \cdot \nabla)^2 g_i(\mathbf{OM}, t) + \mathcal{O}(\delta t^3) = -\frac{\delta t}{\tau} [g_i(\mathbf{OM}, t) - g_i^{\text{eq}}(\mathbf{OM}, t)] \tag{5.12}$$

Une expansion (dite de ‘‘Chapman-Enskog’’) de la distribution d'équilibre est réalisée sur deux échelles de temps : une rapide en  $t_1 = \epsilon t$  et une lente, en  $t_2 = \epsilon^2 t$ . On considère alors que :

$$\begin{aligned}
\partial_t &\rightarrow \epsilon \partial_t^{(1)} + \epsilon^2 \partial_t^{(2)} \\
\nabla &\rightarrow \epsilon \nabla^{(1)} \\
g_i(\mathbf{OM}, t) &= g_i^{(0)}(\mathbf{OM}, t) + \epsilon g_i^{(1)}(\mathbf{OM}, t) + \epsilon^2 g_i^{(2)}(\mathbf{OM}, t) + \mathcal{O}(\epsilon^3).
\end{aligned} \tag{5.13}$$

En développant les termes de l'équation 5.12, on trouve par unicité du développement en  $\epsilon$  :

$$g_i^{(0)}(\mathbf{OM}, t) = g_i^{\text{eq}}(\mathbf{OM}, t), \tag{5.14}$$

$$(\partial_t^{(1)} + \mathbf{c}_i \cdot \nabla^{(1)}) g_i^{(0)}(\mathbf{OM}, t) = -\frac{1}{\tau} g_i^{(1)}(\mathbf{OM}, t) \tag{5.15}$$



et

$$\partial_t^{(2)} g_i^{(0)}(\mathbf{OM}, t) + \left(1 - \frac{1}{2\tau}\right) (\partial_t^{(1)} + \mathbf{c}_i \cdot \nabla^{(1)}) g_i^{(1)}(\mathbf{OM}, t) = -\frac{1}{\tau} g_i^{(2)}(\mathbf{OM}, t) \quad (5.16)$$

En effectuant la somme suivant  $i$  des équations 5.15 et 5.16 multipliées par  $\omega_i$ , on obtient :

$$\partial_t^{(1)} T + \nabla^{(1)} \cdot (T\mathbf{u}) = 0 \quad (5.17)$$

et

$$\partial_t^{(2)} T + \left(1 - \frac{1}{2\tau}\right) \sum_i^{N_T} \omega_i \nabla^{(1)} \cdot \mathbf{c}_i g_i^{(1)} = 0 \quad (5.18)$$

En effectuant la somme suivant  $i$  de l'équation 5.16 multipliée par  $\mathbf{c}_i$ , on obtient :

$$\begin{aligned} \sum_i \omega_i \mathbf{c}_i g_i^{(1)} &= -\tau \sum_i (\partial_t^{(1)} + \mathbf{c}_i \cdot \nabla^{(1)}) \mathbf{c}_i g_i^{(0)} \\ &= -\tau (\partial_t^{(1)} (T\mathbf{u}) + c^2 C_2 \nabla^{(1)} T) \end{aligned} \quad (5.19)$$

Finalement, en combinant les trois équations précédentes, on obtient :

$$(\partial_t^{(1)} + \delta t \partial_t^{(2)}) T + \nabla^{(1)} \cdot (T\mathbf{u}) - C_2 \left(\tau - \frac{1}{2}\right) \frac{\delta x^2}{\delta t} \nabla^{(1)^2} T - \left(\tau - \frac{1}{2}\right) \delta t \nabla^{(1)} \cdot \partial_t^{(1)} (T\mathbf{u}) = 0 \quad (5.20)$$

c'est-à-dire que pour des petites vitesses on obtient, l'équation d'advection-diffusion avec  $\chi$  le coefficient de diffusion :

$$\begin{aligned} \partial_t T + \nabla \cdot (T\mathbf{u}) - \chi \nabla^2 T &= 0 \\ \chi &\equiv C_2 \left(\tau - \frac{1}{2}\right) \frac{\delta x^2}{\delta t} \end{aligned} \quad (5.21)$$

De plus, on suppose aussi se placer à faible nombre de Mach, défini par  $u/c_s$ , qui est le rapport entre la vitesse  $\mathbf{u}$  et la vitesse du son sur le réseau  $c_s$ . Dans notre cas  $c_s = 1/\sqrt{2}$ .

## 5.5 Conditions aux limites possibles

Lorsque les particules arrivent en limite de système, il faut définir des règles. Plusieurs types de conditions sont possibles. Parmi celles qui conservent la masse (ou l'énergie interne, suivant la distribution considérée) et la quantité de mouvement (ou le flux d'énergie interne), sont fréquemment utilisées :

- des conditions périodiques : soit un système périodique en  $z$  (direction perpendiculaire au plan de la fracture), défini de 0 à  $L_z$ ,  $M$  un nœud du réseau et  $\mathbf{c}_i$  tels que la composante suivant  $z$  de  $\mathbf{OM} + \mathbf{c}_i \delta t$  soit supérieure à  $L_z$ . L'étape de propagation (Eq. 5.3) en  $M$  pour la direction  $\mathbf{c}_i$  est alors :

$$f_i(t + \delta t, \mathbf{OM} + \mathbf{c}_i \delta t - L_z \hat{z}) \leftarrow f_i(t + \delta t, \mathbf{OM}), \quad (5.22)$$

Pour la distribution de masse, cette condition a été choisie dans la direction du gradient de pression (le long de  $x$ , cf. Fig 5.4). Ceci revient à considérer que le fluide

qui sort de la fracture est réinjecté directement à l'entrée avec les mêmes propriétés hydrauliques. Pour la distribution d'énergie interne, certaines des simulations ont été réalisées avec des conditions périodiques en  $z$ , mais cela mène à un refroidissement de la roche beaucoup trop rapide (surtout si la taille du système considéré est petite), car il n'y a alors aucune source de chaleur.

- des conditions de rebond (en anglais “bounce back”) : les particules qui arrivent à la limite du système subissent une collision qui les renvoie, comme illustré dans le cas d'un réseau à mailles carrées ou cubiques (ex. FCHC), Fig. 5.3. Cette condition correspond physiquement à une condition de flux nul. Pour la distribution de masse, une condition de rebond permet donc de modéliser une vitesse nulle, ce qui est adapté à l'interface fluide-solide (Fig 5.4). Soit  $M$  un nœud du réseau se trouvant dans le fluide et  $\mathbf{c}_i$  tels que le point  $M'$  défini par  $\mathbf{OM}' = \mathbf{OM} + \mathbf{c}_i \delta t$  se trouve dans le solide. La condition de rebond s'écrit :

$$f_{i'}(t + \delta t, \mathbf{OM} + \mathbf{c}_i \delta t) \leftarrow f_i(t, \mathbf{OM}), \quad (5.23)$$

où  $i'$  désigne la direction opposée à celle de  $\mathbf{c}_i$ , telles que  $\mathbf{c}_{i'} = -\mathbf{c}_i$ . Pour la distribution d'énergie interne, cette condition de flux nul correspond à un gradient de température nul en l'absence d'advection (ce qui est le cas dans la roche). Cette condition a été appliquée au bord de la roche, en  $x = 0$  et  $x = L_x$  (Fig 5.5). Pour certaines simulations, cette condition a aussi été utilisée pour la distribution d'énergie interne, en  $z$ . Mais ceci mène à un refroidissement de la roche beaucoup trop rapide (qui dépend de la taille du système considéré).

Il est également possible d'imposer des conditions qui ne conservent pas les moments d'ordre 0 et 1 des distributions. Par exemple, pour la distribution d'énergie interne, on a ici choisi d'imposer la température dans le fluide à l'entrée de la fracture (température froide), et aux bords de la roche en  $z$  (température chaude – Fig 5.5). La condition en température est imposée de sorte à respecter la forme de la distribution d'équilibre, avec :

$$g_i^{\text{eq}}(\mathbf{OM}, t) = \omega_i T_c \left[ 1 + \frac{1}{C_2} \frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}}{c^2} \right], \quad (5.24)$$

où  $T_c$  est la température imposée.

Cette méthode a également été utilisée pour imposer un gradient de température nul dans le fluide, dans la direction  $x$ . En présence d'advection, la condition de rebond ne permet pas d'obtenir un gradient nul. On choisit donc de calculer la température à l'avant dernier nœud le long de  $x$ , et d'imposer cette température au dernier nœud.

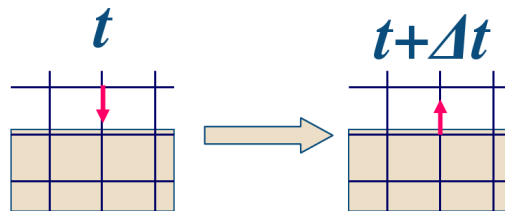
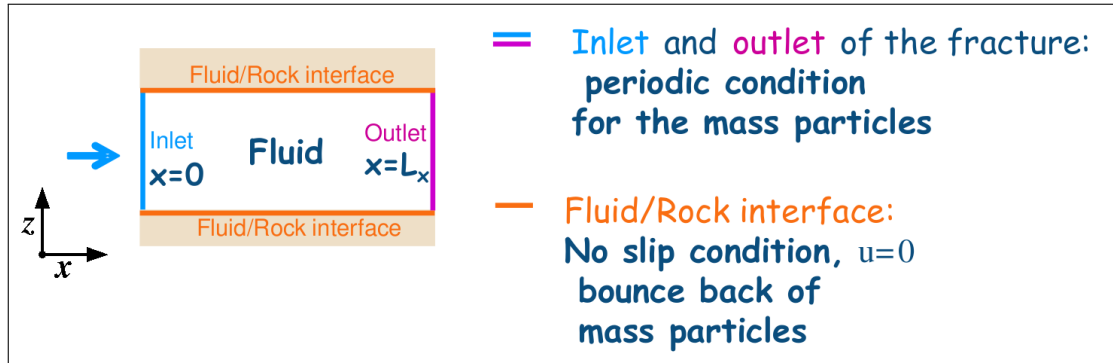
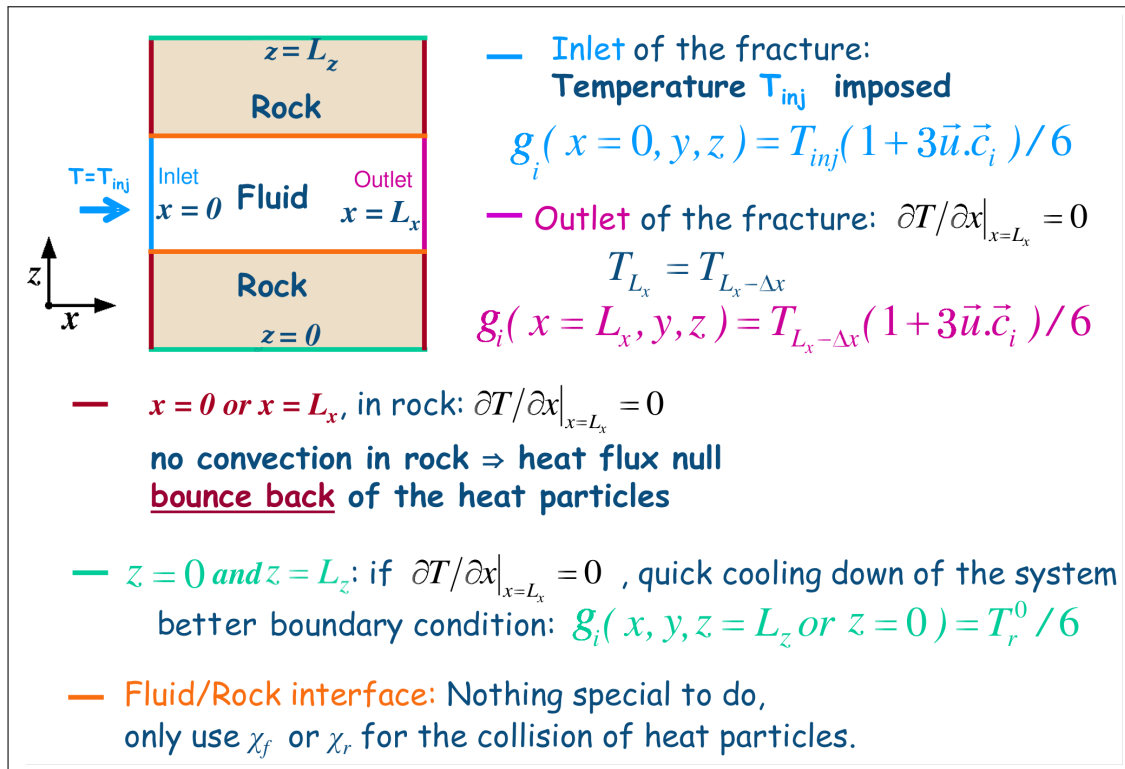


FIG. 5.3 – Illustration de la condition aux limites de type rebond (“bounce back”).

FIG. 5.4 – Conditions aux limites pour la distribution de masse  $f_i$ .FIG. 5.5 – Conditions aux limites pour la distribution d'énergie interne  $g_i$ .

## 5.6 Raisons pratiques du choix de la méthode

Cette méthode couplée de Boltzmann sur réseau permet de résoudre les équations complètes de Navier-Stokes et d'advection-diffusion. Les opérations à réaliser à chaque étape (collision, propagation) sont numériquement simples : aucune matrice à inverser, seuls des tests de valeurs (ex. test booléen pour identifier si l'on se trouve dans le fluide ou dans la roche), des calculs de moyennes et des échanges de valeurs avec les nœuds voisins sont nécessaires. À chaque nœud et chaque pas de temps est calculée une distribution d'équilibre thermique qui fait intervenir la diffusivité thermique au nœud. Cette opération étant locale, il est facile de prendre en compte un changement de diffusivité thermique dans le milieu – ici : diffusivité thermique différente pour le fluide ou la roche ; des cas plus compliqués pourraient être envisagés, comme une zone de roche avec une troisième diffusivité thermique. De même, les opérations réalisées sur les distributions de masse à l'interface fluide-roche sont locales (ex. rebond des particules de masse). Ainsi, la méthode est adaptée pour prendre en compte une géométrie complexe de l'interface fluide-roche. À noter que la discrétisation du milieu est liée à la forme du réseau (ici : interfaces en forme de marches). La présence de nombreuses boucles qui font intervenir des valeurs locales rend le programme aisément parallélisable (avec openMP ou MPI) dès que le problème doit être résolu sur de très nombreux pas de temps, ou dans une géométrie de milieu nécessitant de nombreux pas en espace.

- BILAN DU CHAPITRE : on a choisi une méthode de Boltzmann sur réseau hybride (i.e. avec deux types de particules) qui permet de modéliser les équations de Navier-Stokes et d'advection-diffusion.
- LIEN VERS CHAPITRE SUIVANT : il s'agit de mettre en œuvre cette méthode pour le cas d'un fluide froid injecté dans une fracture contenue dans un encaissant chaud.



## CHAPITRE 6

### Mise en œuvre de la méthode de Boltzmann sur réseau

- OBJECTIF : mettre en œuvre la méthode de Boltzmann sur réseau hybride décrite dans le chapitre précédent pour modéliser le comportement hydro-thermique dans une fracture.
- POUR CELA : tests dans le cas d’une fracture modélisée par deux plaques parallèles. Premières applications dans une fracture comportant une seule aspérité (creux triangulaire).

#### 6.1 Relations entre les paramètres physiques et numériques

Les paramètres physiques qui interviennent sont le gradient de pression ( $\nabla \mathbf{P}$ ), l’ouverture de la fracture  $a(x, y)$ , son extension  $L_x$  et  $L_y$ , les diffusivités thermiques de la roche ( $\chi_r$ ) et du fluide ( $\chi$ ), la viscosité cinématique ( $\nu$ ) et la densité massique volumique ( $\rho$ ) du fluide. Dans le code, ces grandeurs sont adimensionnées de la manière suivante :  $a'(x, y) = a(x, y)/\delta x$ ,  $L'_x = L_x/\delta x$ ,  $L'_y = L_y/\delta x$ ,  $\chi' = \chi \delta t / \delta x^2$ ,  $\chi'_r = \chi_r \delta t / \delta x^2$ ,  $\nu' = \nu \delta t / \delta x^2$ ,  $\rho' = \rho / \delta \rho$  et  $\mathbf{F} = \nabla \mathbf{P} \delta t^2 / (\delta \rho \delta x)$  avec  $\delta x$  et  $\delta t$  les pas en espace et en temps choisis, et  $\delta \rho$  l’unité de masse.

En pratique, la diffusivité d’une roche granitique est d’environ  $\chi_r = 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s tandis que celle du fluide est de  $\chi = 0.17 \cdot 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s (diffusivité thermique de l’eau à 100°C, d’après Taine and Petit [2003]). Le rapport  $\chi/\chi_r = \chi'/\chi'_r$  vaut alors 0.17. Pour une fracture d’ouverture  $a(x, y) = A = 3$  mm, discrétisée sur 19 nœuds ( $A' = 20$ ), le pas en espace  $\delta x$  vaut 0.15 mm. Avec une diffusivité thermique adimensionnée de la roche égale à  $\chi' = 1$ , le pas en temps vaut  $\delta t = 0.0225$  s. Une simulation sur 1000 pas de temps ( $t' = 1000$ ) représente alors la simulation d’une injection qui dure seulement 22.5 s.

Les variables présentées dans les simulations ci-après sont celles adimensionnées, bien que les notations sans apostrophe aient été gardées par simplicité (excepté dans le paragraphe 6.2.2.c portant sur la précision numérique). Les échelles d’espace, de temps et de température utilisées dans les figures sont aussi adimensionnées.

Ces simulations, réalisées dans le but de vérifier l’algorithme et d’observer les premiers comportements hydro-thermiques, sont effectuées sur des durées très courtes, pendant lesquelles le régime stationnaire en température n’a pas encore le temps de s’installer. D’autres simulations plus longues et mieux paramétrées seraient nécessaires pour mieux caractériser le comportement hydro-thermique. De plus, bien que la méthode et son implémentation numériques soient prévues pour supporter une morphologie de fracture 3D, les exemples présentés ici se limitent à des morphologies de fracture en 2D. La morpholo-

gie de la fracture, invariante et infinie dans la direction  $y$  (conditions périodiques pour la température et le fluide suivant  $y$ ), se caractérise par deux surfaces  $z_1(x)$  et  $z_2(x)$ . Pour toutes les simulations ci-dessous, le gradient de pression est aligné suivant la direction  $x$  (ce qui se traduit par une force  $F$  dont la composante  $x$  est non nulle, et les trois autres sont nulles – la force comportant quatre coordonnées pour un réseau FCHC).

## 6.2 Tests de vérification, dans une fracture à bords plans parallèles

Les tests proposés dans cette partie visent à vérifier la cohérence des résultats obtenus par la méthode hybride de Boltzmann sur réseau proposée dans le chapitre précédent. Ceci permet aussi de vérifier que la programmation est exempte d'erreurs grossières.

### 6.2.1 Tests sur le comportement hydraulique

Un test préliminaire consiste à vérifier que la quantité de masse totale dans le système est constante.

#### 6.2.1.a Test avec une vitesse sinusoïdale en espace

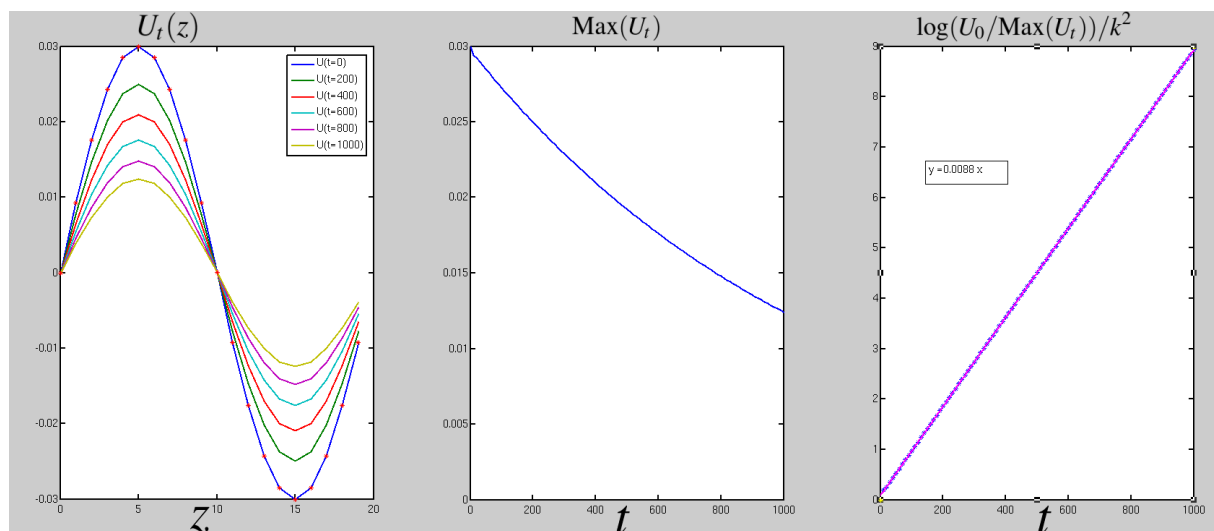


FIG. 6.1 – Test du code avec une vitesse initialisée à  $u_x(z, t = 0) = U_0 \sin(kz)$ , où  $k = 2\pi/20$ . La hauteur de la fracture,  $L_z = 19$ , est discrétisée sur 20 nœuds et la viscosité du fluide est  $\nu = (-1/2 + 1/1.9)/3 \simeq 0.0088$ . Dans cet exemple, les conditions aux limites en vitesse ont été choisies périodiques sur la hauteur de la fracture. Gauche : profil de vitesse suivant  $z$  en fonction du temps :  $u_x(z, t)$ . Milieu : maximum suivant  $z$  de  $u_x(z, t)/U_0$  en fonction de  $t$ . Droite : logarithme du maximum suivant  $z$  de  $u_x(z, t)/U_0$  en fonction de  $t$ . Cette droite a une pente calculée numériquement qui vaut 0.0088, qui est bien la valeur de  $\nu$ .

Pour vérifier la validité des résultats hydrauliques, le système a été initialisé ( $t = 0$ ) avec un champ de vitesses de la forme  $u_x(z, t = 0) = U_0 \sin(kz)$ , où  $U_0$  et  $k$  sont des constantes.

La solution de l'équation de Navier-Stokes avec un gradient de pression macroscopique nul (i.e. force extérieure nulle, ce qui réduit l'équation à  $\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = \nu \Delta \vec{u}$ ), est alors  $u_x(z, t) = U_0 \exp(-\nu k^2 t) \sin(kz)$  (Fig. 6.1, i), où  $\nu$  est la viscosité cinématique du fluide. On peut notamment vérifier la cohérence de la solution numérique en utilisant le maximum de la solution trouvée en fonction de  $t$ , qui doit être de la forme  $\max(u_x(z, t)/U_0) = \exp(-\nu k^2 t)$  (Fig. 6.1, ii). La pente de la droite  $\ln(\max(u_x(z, t)/U_0))/k^2$  vs  $t$  est alors  $\nu$  (Fig. 6.1, iii).

### 6.2.1.b Test avec une vitesse constante : vérification du profil de vitesse parabolique

Un autre test consiste à vérifier l'allure du profil de vitesse au travers de l'ouverture de la fracture, lorsque la vitesse du fluide est uniforme le long de la fracture au temps  $t = 0$  ( $u_x(z, t = 0) = U_0$ ) et qu'un gradient de pression est imposé ( $F$  constante). Une fois le régime transitoire terminé ( $t > t_t$ ), le profil de vitesse doit être de forme parabolique suivant  $z$ , nul aux bords, avec un maximum  $u_x(A/2, t > t_t) = FA^2/(8\nu\rho)$  (Fig. 6.2).

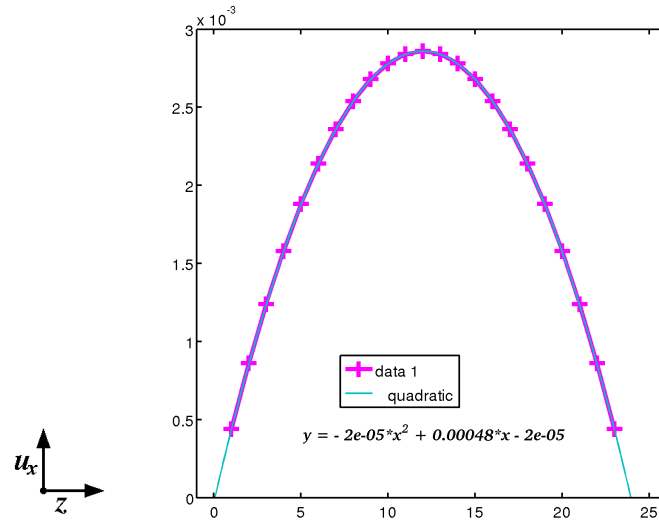


FIG. 6.2 – Exemple de profil de vitesse suivant  $z$  obtenu par simulation en Boltzmann sur réseau dans une fracture à bords parallèles. Celui-ci est parabolique et son maximum numérique vaut  $2.86 \cdot 10^{-3}$ . La valeur maximale analytique attendue est :  $2.88 \cdot 10^{-3}$ . Dans l'exemple, les parois de la fracture sont situées en 0 et 24 ;  $\nu = 1.000058$ ,  $\rho = 5$  et  $F = 2 \cdot 10^{-4}$ .

### 6.2.2 Tests sur le comportement thermique

Les tests proposés ci-dessous ne sont pas exhaustifs. Toute configuration où une solution analytique est connue peut constituer un test.



### 6.2.2.a Profil de température dans le cas d'une diffusivité thermique identique dans la roche et le fluide

Les sous-figures présentées Fig. 6.3 montrent des profils de température dans la direction  $z$  à différents temps, dans le cas où la température initiale de la roche est  $T_r = 5$  et celle du fluide  $T = 0.01$ , avec une diffusivité thermique égale à 1 dans les deux milieux. Les conditions aux limites en température sont périodiques dans la roche et dans le fluide, en  $z$  et en  $x$ . Dans cette simulation, le comportement est invariant suivant  $x$ , seule la diffusion perpendiculaire à la fracture intervient. La pente des profils de température obtenus est bien continue au niveau des interfaces fluide-roche. De plus, la forme du profil obtenu semble cohérente avec la solution analytique,  $T_{sol} = [4\pi\chi'(t' + K)]^{-1/2} \exp(-x^2/[4\pi\chi'(t' + K)])$ , attendue lorsque la température est initialisée avec un profil gaussien  $T_{sol} = [4\pi\chi'K]^{-1/2} \exp(-x^2/[4\pi\chi'K])$ . La comparaison quantitative des courbes pourrait être effectuée en prenant un temps de référence où le profil de température, initialement discontinu dans notre cas, a été relaxé vers une gaussienne.

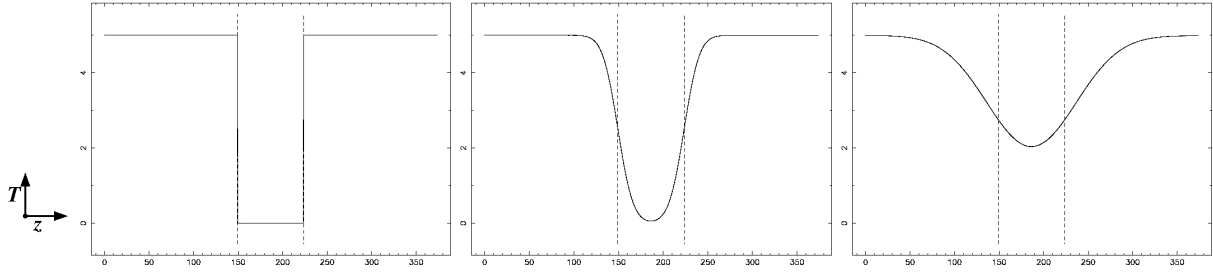


FIG. 6.3 – Profils de température  $T(x = 10, z)$  (invariant suivant  $x$ ) pour (de gauche à droite)  $t = 0$ ,  $t = 100$  et  $t = 1000$ , avec  $U_0 = 0.001$ ,  $F = 2 \cdot 10^{-5}$ ,  $A = 75$  et  $\chi_r = \chi = 1$ .

### 6.2.2.b Test avec une conductivité nulle dans la roche

Un cas basique de vérification est celui d'une diffusivité nulle dans la roche. Dans ce cas, la température du fluide n'évolue pas (Fig. 6.4), même à des temps plus grands.

### 6.2.2.c Limites numériques pour la résolution d'advection-diffusion

Dans l'exemple présenté Fig. 6.4, la solution numérique du profil de température présente de petites oscillations (ex. au voisinage des parois de la fracture). Celles-ci apparaissent notamment lorsque il y a une transition brutale de température entre une maille et la suivante. Lorsque les diffusivités du fluide et de la température ne sont pas nulles, cette configuration initiale n'est pas à l'équilibre. Cette transition brutale de température s'adoucit alors au cours du temps et les oscillations afférentes disparaissent. Lorsque la diffusivité thermique du fluide ou de la roche est trop élevée par rapport à la taille de la maille de discrétisation, des petits artefacts (type "onde de choc"), puis des oscillations apparaissent dans la solution (Fig. 6.5), qui s'amplifient au cours du temps. Pour des algorithmes utilisant les différences finies, le critère de stabilité de von Neuman est souvent utilisé :  $\chi < \delta x^2 / (2\delta t)$ , soit  $\chi' < 1/2$  (e.g. Press et al. [1992], Wolf-Gladrow [2005]). Contrairement aux méthodes utilisant les différences finies, celles de type Boltzmann sur réseau

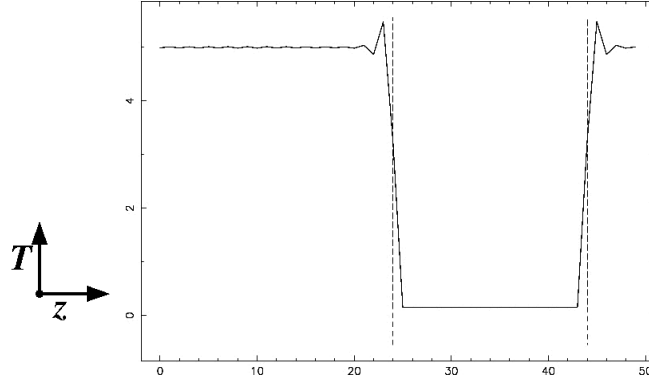


FIG. 6.4 – Profil de température  $T(t = 950, z)$ . Test avec une conduction nulle dans la roche, i.e. aucun échange thermique entre le fluide et la roche. La température du fluide (initialement de  $T = 5$ ) reste proche de 5. La diffusivité du fluide est  $\chi = 2$  et celle de la roche est  $\chi_r$ .

avec relaxation autour de l'équilibre BGK sont stables, mais leur précision numérique décroît avec l'augmentation de  $\chi'$  (exemple, Fig. 6.6). Pour notre modèle, nous avons observé que la valeur  $\chi' = 1$  (qui correspond à  $\lambda_{th} = 3.5$ ) permet d'éviter des artefacts numériques significatifs (pas d'oscillations notables observées). Les seules oscillations observées, mineures, ont lieu lorsque le fluide est initialisé à une valeur de température assez différente de celle de la roche. Ces oscillations apparaissent lors des tous premiers pas de temps ( $t' < 10$ , dépend des paramètres) très localement au voisinage de l'interface fluide/roche. Pour remédier à cela, il suffit d'initialiser le système avec la même température dans le fluide et la roche, ou bien de choisir un profil de type gaussien.

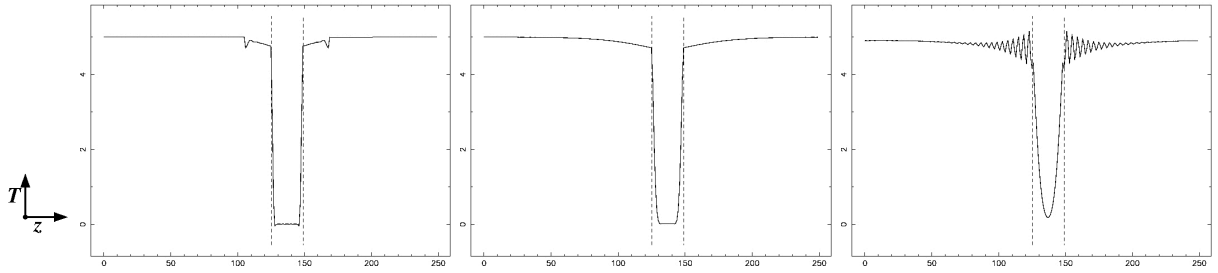


FIG. 6.5 – Évolution de la température au fil du temps avec, de gauche à droite,  $t' = 20$ ,  $t' = 100$  et  $t' = 600$ . Pour cette simulation, les diffusivités adimensionnées sont  $\chi' = 0.02$  et  $\chi'_r = 5 > 1/2$ . La diffusivité de la roche est trop élevée par rapport à la taille de la maille, des oscillations non physiques apparaissent.

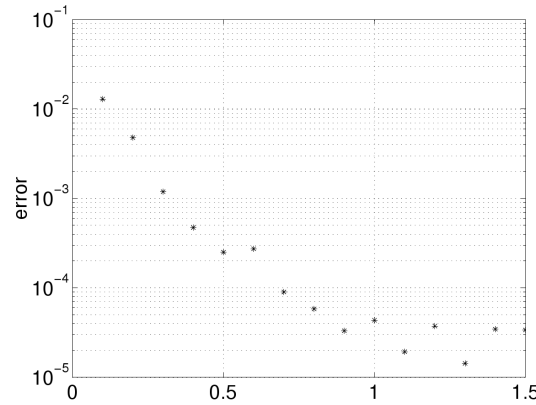


FIG. 6.6 – Exemple d'évaluation de la précision d'une méthode de type Boltzmann sur réseau avec relaxation BGK (réseau non précisé) fonction de  $1/\lambda_{th}$  d'après Wolf-Gladrow [2005]. Dans cet exemple, l'équation de diffusion est résolue en l'absence d'advection dans un milieu homogène de diffusivité thermique  $\chi'$ , où la température est initialisée avec un profil gaussien  $T_{sol} = [4\pi \times 15]^{-1/2} \exp(-x^2/[4\pi \times 15\delta x^2])$ . La solution analytique en fonction du temps est alors de la forme  $T_{sol} = [4\pi\chi(t + 15\delta x^2/\chi)]^{-1/2} \exp(-x^2/[4\pi\chi(t + 15\delta x^2/\chi)])$ . L'erreur tracée sur ce graphique est le maximum de la différence absolue entre les solutions analytique et numérique à un temps choisi ( $\max |T_{sol} - T|$ ). En trois dimensions,  $1/\lambda_{th} = (3\chi' + 1/2)^{-1}$ ; la diffusivité thermique  $\chi' = 1$  et  $\chi' = 1/2$  correspondent respectivement à  $1/\lambda_{th} \simeq 0.289$  et  $1/\lambda_{th} = 0.5$ .

## 6.3 Comparaison à la modélisation thermique simplifiée du 1.2, dans une fracture à bords plans parallèles

### 6.3.1 Profil de température quartique

Dans la partie 1.2, il a été montré qu'en régime stationnaire, le profil de température dans le fluide, suivant  $z$ , à travers une fracture à bords plans parallèles est de la forme

$$T = -\frac{3 \cdot \beta}{A^3 \cdot \chi} (z^4/6 - A^2 z^2/4 + 5A^4/96) + T_r, \quad (6.1)$$

où  $A$  est l'ouverture de la fracture,  $T_r$  la température de la roche et  $\beta$  est défini par  $\beta = q_x \partial T / \partial x + q_y \partial T / \partial y$ , avec  $q_x$  et  $q_y$  les composantes du flux hydraulique (en  $\text{m}^2/\text{s}$ ). Ceci a été établi sous hypothèses de lubrification, en considérant seulement le terme de conduction suivant  $z$  et les termes d'advection dans le plan  $(x, y)$ . Dans le cas d'une fracture à bords plans parallèles soumise à un gradient de pression suivant  $x$ , l'advection suivant  $y$  est nulle ( $q_y = 0$ ) et donc  $\beta = q_x \partial T / \partial x$ . Ce facteur a été supposé indépendant de  $z$  pour la modélisation sous hypothèses de lubrification.

On peut comparer ce profil de température quartique à celui obtenu par méthode de Boltzmann sur réseau, au travers d'une fracture à bords plans parallèles dans un encaissant chaud.

La figure 6.7 est une carte de température  $T(t = 4000, x, z)$ , obtenue par méthode de Boltzmann sur réseau. Le régime stationnaire hydraulique et thermique n'est ici pas

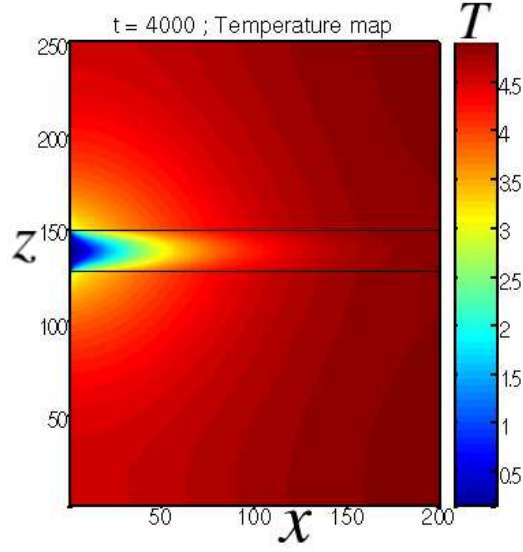
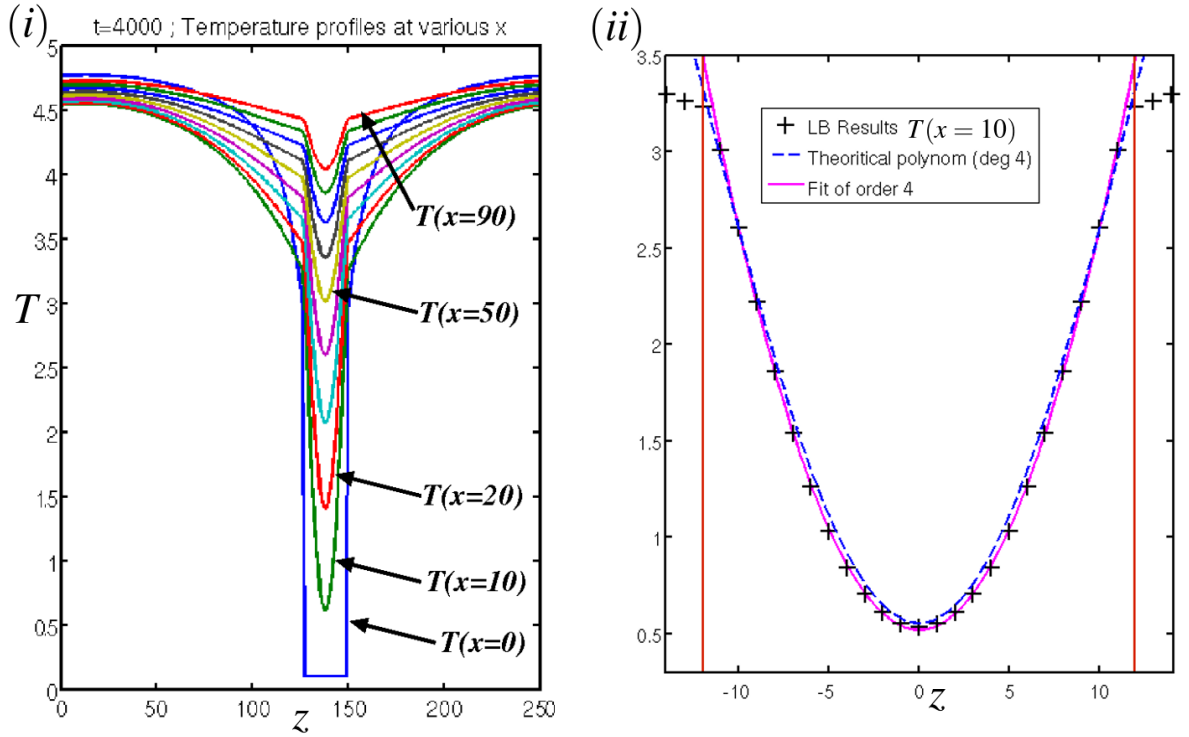

 FIG. 6.7 – Carte de température  $T(t = 4000, x, z)$  dans la roche et dans le fluide.


FIG. 6.8 – (i) : profils de températures en fonction de  $z$  en  $t = 4000$  en différentes abscisses  $x$ . Pour cet exemple, la roche et le fluide sont initialement à une température  $T_0 = 5$  ; du fluide froid est injecté à une température  $T_{\text{inj}} = 0.01$ , avec un gradient de pression  $F = 2 \cdot 10^{-5}$  dans une fracture d'épaisseur  $A = 24$ . Les paramètres du fluide sont  $\rho = 0.5$ ,  $U_0 = 0.01$ ,  $\nu = 0.029$ ,  $\chi = 1$ , et la diffusivité thermique de la roche est  $\chi_r = 0.17$ . (ii) : comparaison du profil  $T(x = 10)$  (croix noires) et de son fit quartique (courbe continue magenta) avec le polynôme respectant la forme donnée par l'équation 6.1.

encore atteint. De cette carte ont été extraits des profils de température  $T(z)$ , en différents emplacements dans la fracture ( $x = 0$  à  $x = 90$ ), présentés Fig. 6.8, i. La figure 6.8, ii montre le profil  $T(t = 400, x = 10, z)$  (croix noires), ainsi qu'un fit par un polynôme d'ordre 4 (courbe continue magenta) et le tracé d'un polynôme d'ordre 4 (courbe bleu pointillée) respectant la forme donnée par l'équation 6.1, avec  $T_r = 3.3$  et la constante numérique  $\beta = \beta_{\text{poly}} = -1.6 \cdot 10^{-4}$ .  $T_r$  est ici différente de la température initiale de la roche ( $T_r(t = 0) = 5$ ), car l'évolution de la température de la roche est ici prise en compte.

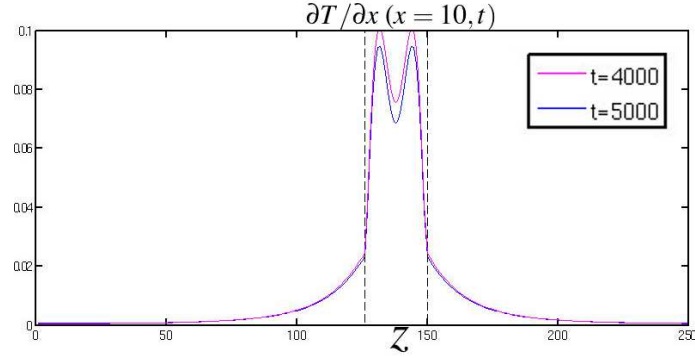


FIG. 6.9 – Tracé de  $\partial T / \partial x$  en  $x = 10$ , et  $t = 4000$  (courbe magenta) et  $t = 5000$  (courbe bleue).

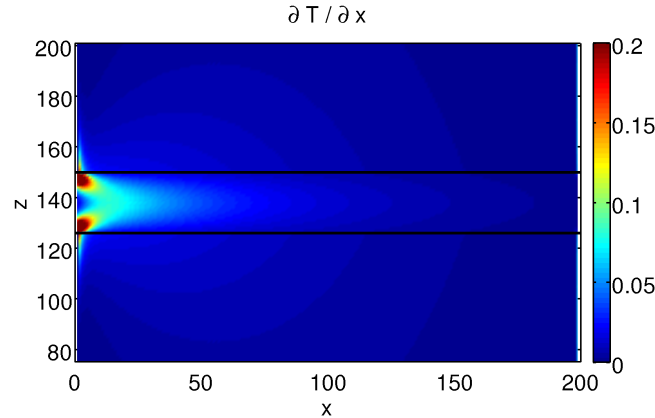


FIG. 6.10 – Carte de  $\partial T / \partial x$  en fonction de  $x$  et  $z$ , dans le fluide et dans une partie de la roche.

De plus, il est intéressant de vérifier si la valeur numérique de  $\beta_{\text{poly}}$  correspond bien à la valeur théorique attendue :  $\beta_{\text{dTdx}} = q_x \partial T / \partial x$ . La constante  $q_x$  s'évalue par exemple à partir du maximum numérique du profil de vitesse suivant  $z$  ( $\max[u_x(t = 4000, x = 10, z)]$ ) et vaut ici  $q_x = 0.001875$  (adimensionné). La dérivée partielle  $\partial T / \partial x$  est calculée à partir du champ de température numérique, et tracée en fonction de  $z$  (Fig. 6.9). D'emblée, on constate que cette dérivée n'est pas constante. En prenant une valeur approximative  $\partial T / \partial x$  de l'ordre de 0.08 à 0.09, on obtient une autre estimation du coefficient  $\beta$  :  $\beta_{\text{dTdx}}$  de l'ordre de  $-1.5 \cdot 10^{-4}$  ou  $-1.7 \cdot 10^{-4}$ . Cet ordre de grandeur est bien cohérent avec celui de  $\beta_{\text{poly}}$ .

Cependant, la variabilité de  $\partial T/\partial x$  dans le fluide, suivant  $z$ , observée en  $x = 10$ , ainsi qu'en d'autres abscisses (Fig. 6.10), laisse penser que l'expression de  $\beta$  est plus compliquée pour cet exemple. La modélisation par méthode de Boltzmann sur réseau tient en effet compte de la variabilité de la température de la roche en espace et en temps, et du régime transitoire. Il serait possible d'effectuer cette comparaison une fois le régime stationnaire thermique atteint pour mieux séparer les effets. Cependant, à ce jour, les modélisations de Boltzmann sur réseau sont en cours de développement, et les tests ont été réalisés sur un nombre de pas de temps limité, qui n'a pas permis l'observation du régime stationnaire thermique. Il est également possible qu'un terme lié à la conduction suivant  $x$  intervienne.

### 6.3.2 Évolution de la température de la roche

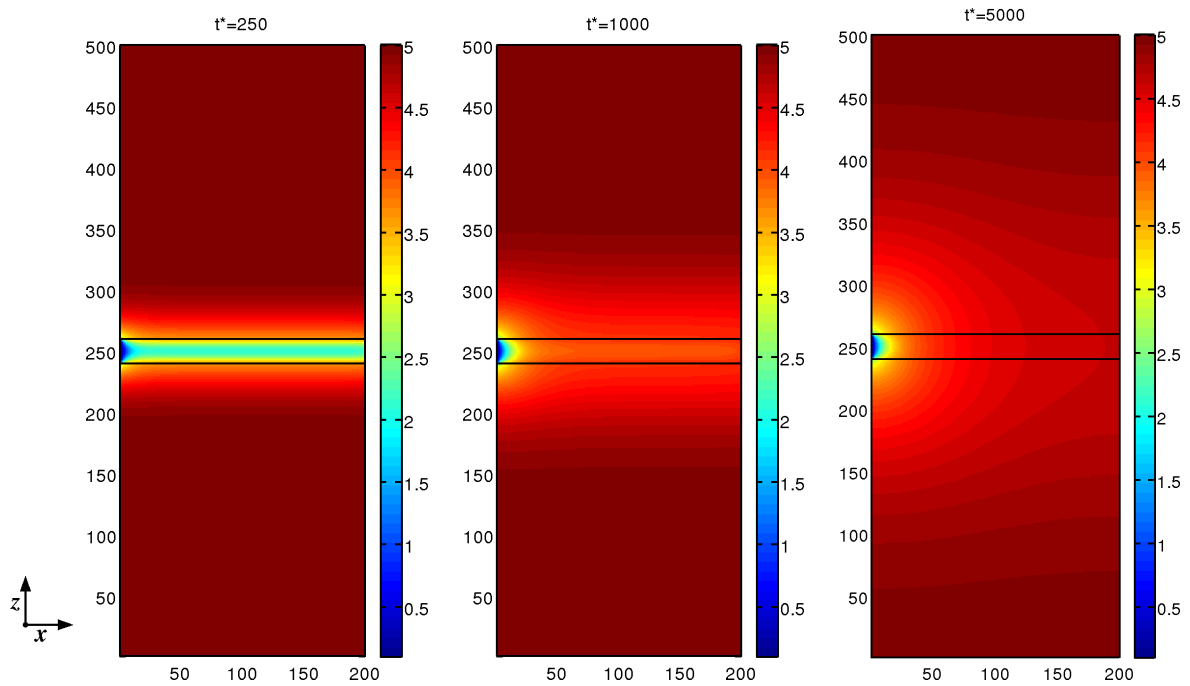


FIG. 6.11 – Évolution des cartes de température  $T(x, z)$ , pour les temps (de gauche à droite)  $t = 250$ ,  $t = 1000$  et  $t = 5000$ . Les profils de température  $T(x = 75, z)$  sont montrés figure 6.12.

Dans la partie 1.2, p. 16, la température de la roche est supposée constante en temps et en espace, ce qui revient à supposer une diffusivité thermique de la roche très grande devant celle du fluide. En pratique, la température de la roche à long terme dépend de la source de chaleur qui maintient la roche à une température chaude. Pour des conditions aux limites en température données dans la roche, les modélisations de type Boltzmann sur réseau permettent d'observer l'évolution de la température de la roche. La figure 6.13 montre l'évolution de la température des parois des fractures, à très court terme. Pour cette simulation, la température en  $x = 0$  est imposée à  $T_r(x = 0) = 5$  dans la roche et à  $T_{\text{inj}} = 0.01$  dans le fluide, et un gradient de température constant est imposé à la sortie de la fracture, dans le fluide et la roche. Les conditions aux limites en température sont périodiques en  $z$  dans la roche. Tant que les simulations sont réalisées sur un temps court

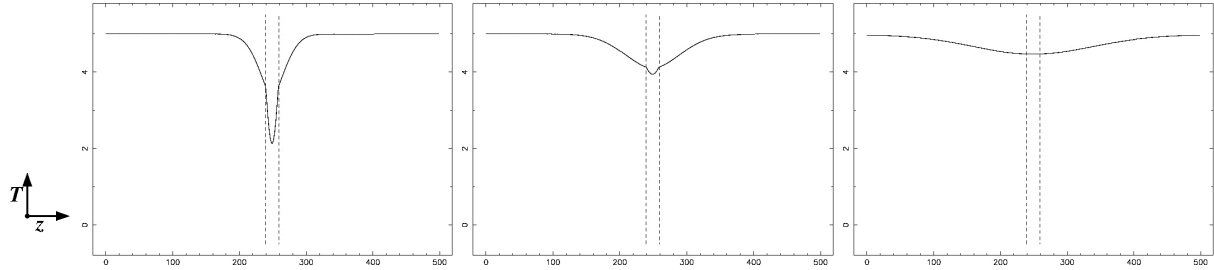


FIG. 6.12 – Évolution du profil de température en  $T(x = 75, z)$ , pour les temps (de gauche à droite)  $t = 250$ ,  $t = 1000$  et  $t = 5000$ , correspondant aux cartes de températures de la figure 6.11.

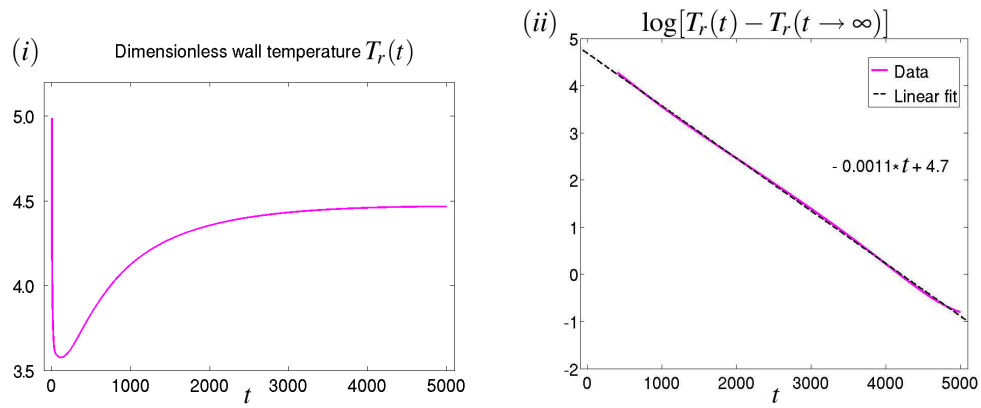


FIG. 6.13 – (i) Évolution de la température  $T_r(x = 75, z = 260, t)$  de la paroi de la fracture en fonction du temps. (ii) Logarithme  $\log[T_r(x = 75, z = 260, t) - T_r(x = 75, z = 260, t = 0)]$  tracé pour un temps  $t$  compris entre 300 et 5000.

(ce qui est le cas ici), la diffusion de la température froide du fluide n'atteint pas les bords en  $z = 0$  et  $z = L_z$ , et donc la température de ces bords reste égale à la température initiale (cf. Fig. 6.11). La température initiale de la roche est  $T_r(t = 0) = 5$  et celle du fluide  $T(t = 0) = 0.01$ . La diffusivité du fluide est  $\chi = 0.17$  et celle de la roche est 1, c'est-à-dire que leur rapport est réaliste :  $\chi/\chi_r=0.17$ .

Les sous-figures de la Fig. 6.12 montrent la forme du profil de température suivant  $z$ . Il est visible que le contraste de diffusivité thermique implique un gradient de température suivant  $z$  discontinu au niveau des parois de la fracture – contrairement au cas avec les diffusivités thermiques identiques (Fig. 6.3).

L'évolution temporelle de la température au niveau des parois de la fracture est tracée Fig. 6.13.i. La chute brutale de température aux alentours de  $t_1 = 300$  est due au très grand gradient de température entre la roche et le fluide à  $t = 0$ . Pour  $t > 300$ , la température suit une loi exponentielle (Fig. 6.13.ii) donnée par  $T_r - T_r(t \rightarrow \infty) = \exp(-t/\tau)$ , où  $T_r(\rightarrow \infty) = 4.47$  et  $\tau = 909$ . Celle-ci se stabilise pour des temps supérieurs à  $t_2 = t_1 + 3\tau \simeq 3000$ . Ainsi, dans ce cadre, l'hypothèse d'une température constante au niveau des parois de la fracture est valide :

- entre  $t_1$  et  $t_2$ , pour des échelles de temps beaucoup plus petites que  $\tau$ ,
- au-delà de  $t_2$ , pour des échelles de temps aussi bien petites que beaucoup plus grandes que  $\tau$ , jusqu'à ce que la température du massif soit significativement modifiée (échelle de temps qui pourrait être observée avec des simulations beaucoup plus longues en temps et des conditions aux limites en température représentatives du massif considéré).

Les valeurs  $t_1$ ,  $t_2$  et  $\tau$  dépendent de l'advection (gradient de pression, taille de la fracture, viscosité et densité du fluide). Pour cette simulation, l'épaisseur de la fracture est  $A = 24$ , et le nombre de Reynolds est petit ( $Re = 0.031$ , avec  $\rho = 500$ ,  $\nu = 0.029$  et  $F = 2 \cdot 10^{-5}$ ).

## 6.4 Exemple de comportement hydro-thermique dans une fracture à bords plats perturbés par un coin

On considère une morphologie de fracture plate, dont l'ouverture est localement élargie par une aspérité en forme de triangle (coin), comme montré Fig. 6.14. On nomme  $A_p$  la distance entre les plaques parallèles et  $\Upsilon$  la profondeur de l'aspérité (illustré Fig. 6.14).

### 6.4.1 Comportement hydro-thermique à faible nombre de Reynolds

#### 6.4.1.a Observation de tourbillons créés par la morphologie

Dans le cas illustré Fig. 6.14, la fracture a une ouverture de  $A_p = 124$  excepté au niveau du coin ( $\Upsilon = 25$ ), qui est formé de deux séries de 25 marches (descendantes puis montantes, avec un plat de largeur 1 au niveau du coin) de hauteur 1 et de largeur 1 (suivant  $x$ ). Le nombre de Reynolds, calculé avec une ouverture de fracture égale à 124, est de 3.2 (avec  $\nu = 1$ ,  $\rho = 1$ ,  $F = 2 \cdot 10^{-5}$ ). Le champ de vecteurs des vitesses est représenté partiellement (environ 1 vecteur sur 30). Les lignes de courant sont calculées à l'aide d'une méthode de Runge-Kutta d'ordre 4. L'algorithme ici mis en place échoue à



calculer correctement ces lignes lorsqu'elles sont tangentes aux bords (ce qui explique que certaines lignes semblent interrompues). Ces deux représentations superposées Fig. 6.14 indiquent la présence d'au moins un petit tourbillon situé dans le coin, qui persiste à l'état stationnaire. Ce tourbillon est approximativement symétrique, comme le sont les tourbillons prévus analytiquement par Moffatt [1964], et ceux obtenus par des simulations numériques par exemple par Brown et al. [1995], Brush and Thomson [2003].

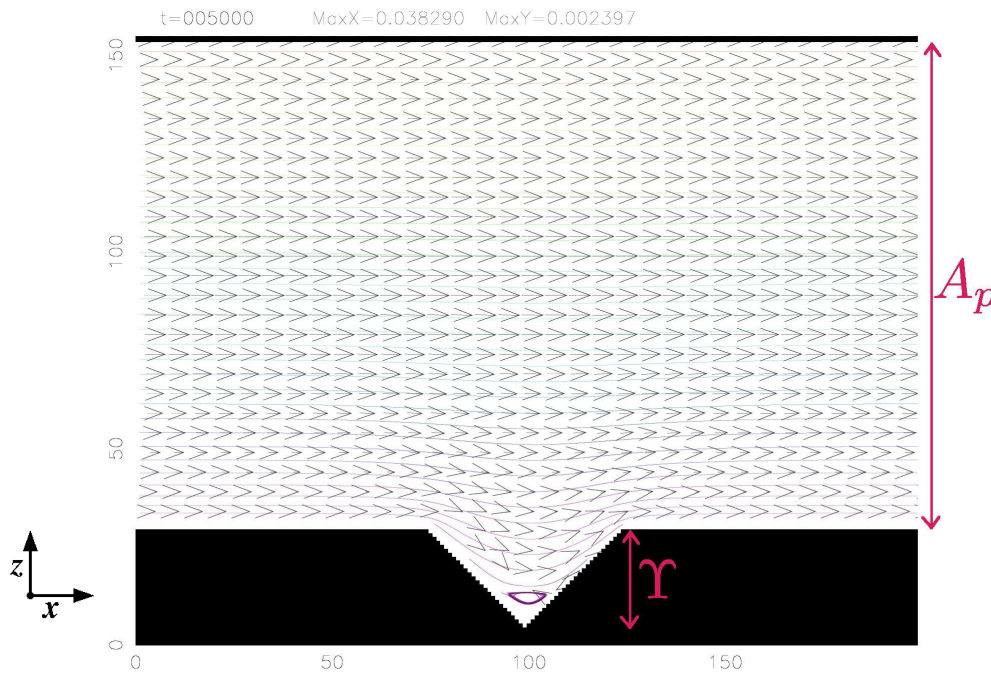


FIG. 6.14 – Vecteurs vitesses et lignes de courant obtenues avec un nombre de Reynolds  $Re = 3.2$  (avec  $\rho = 1$ ,  $\nu = 1$  et  $F = 2 \cdot 10^{-5}$  et une ouverture  $A_p = 124$  perturbée par un coin de hauteur maximale  $\Upsilon = 25$  et de largeur 49. État stationnaire hydraulique atteint.

Les sous-figures de la figure Fig. 6.15 représentent le champ des vecteurs vitesses obtenu avec une morphologie de fracture perturbée par un coin de largeur 196 et de hauteur  $\Upsilon = 25$  (angle de  $151.4^\circ$ ), formé de deux séries de 25 marches de hauteur 1 et de largeur 4, avec un plat de largeur 1 au niveau du coin. Pour les coins qui présentent un angle supérieur à  $146^\circ$ , Moffatt [1964] ne prévoit pas de tourbillon. La simulation réalisée montre cependant des tourbillons dans le coin, et près du bord opposé, à l'aplomb du coin. Il est possible que la discrétisation du coin avec les marches (qui présentent des angles de  $90^\circ$ ) soit la cause de ces tourbillons.

Pour certains paramètres, le régime hydraulique converge vers un champ de vitesse avec trois tourbillons dont deux se situent le long de chaque côté du coin, comme illustré Fig. 6.18. La présence de ces deux tourbillons ne semble pas confirmée par des d'autres auteurs. Ceux-ci pourrait aussi être dus à la discrétisation du coin.

#### 6.4.1.b Quantification du comportement hydraulique en présence de tourbillons

Les sous-figures présentées Figs. 6.16 et 6.17 sont des cartes des composantes  $x$  (en haut) et  $y$  (en bas) des champs de vitesses, pour deux morphologies de fracture et

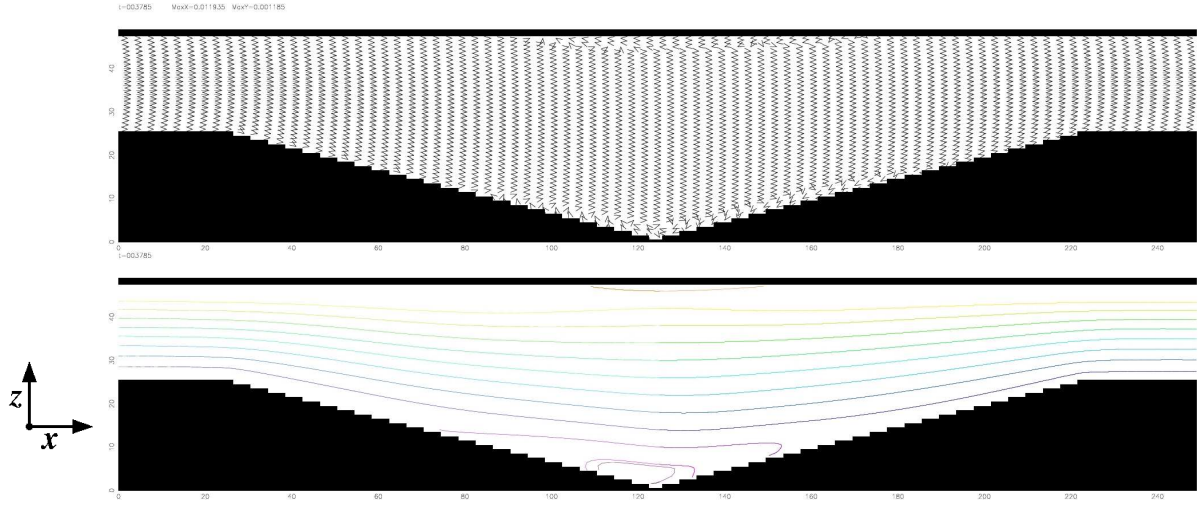


FIG. 6.15 – Haut : champ de vitesses à  $t=3785$ . Bas : lignes de courant correspondant au champ de vitesse ci-dessus. Ces résultats ont été obtenus avec une simulation où le gradient de pression est nul et le champ de vitesse initialisé avec une vitesse  $U(t=0) = 0.01$  ( $Re < 1$ ). Le comportement hydraulique relaxe vers un état stationnaire où le fluide est immobile.

paramètres différents (décrits dans la légende de chaque figure). Notamment, le rapport entre la taille de l'aspérité ( $\Upsilon = 25$ ) et l'ouverture entre les plaques parallèles ( $A_p = 120$  ou  $A_p = 25$ ) est différent :  $A_p/\Upsilon = 4.8$  (Fig. 6.16) ou  $A_p/\Upsilon = 0.96$  (Fig. 6.17), ainsi que le nombre de Reynolds :  $Re = 0.29$  (Fig. 6.16) ou  $Re = 0.05$  (Fig. 6.17). Dans les deux cas, les vecteurs vitesses s'organisent de sorte à former des tourbillons dans le coin (cf. Fig 6.18), avec des normes très petites. Ceci est plus marqué dans le cas où  $A_p = 120$  ( $\Upsilon = 25$ ,  $Re = 0.29$ ) : à  $t = 1000$ , le champ de vitesses  $u_x$  est très peu variable le long de  $x$ . À l'aplomb des extrémités du coin, les vecteurs vitesses sont clairement déviés de la direction imposée par le gradient de pression macroscopique.

Afin de quantifier à l'échelle de la fracture l'influence des tourbillons existant dans les coins sur le comportement macroscopique hydraulique, l'ouverture hydraulique est calculée. Celle-ci est définie à l'aide de la composante  $x$  des vitesses  $u_x(x, y)$  par :

$$H = \left[ \frac{\int_0^{L_y} \int_0^{L_x} q_x(x, y) dx dy}{L_x L_y} \frac{12\rho\nu}{F} \right]^{1/3},$$

où  $q_x(x, y)$  est le flux hydraulique moyen (en  $\text{m}^2/\text{s}$ ) à travers une section perpendiculaire au gradient de pression macroscopique (sur  $x$ ), défini par

$$q_x(x, y) = \int_{a(x, z)} u_x(x, y, z) dz.$$

Celle-ci est variable au cours du régime transitoire hydraulique, comme illustré Fig. 6.20 ( $A_p = 120$ ,  $\Upsilon = 25$ ,  $Re = 0.29$ ) et Fig. 6.19 ( $A_p = 24$ ,  $\Upsilon = 25$ ,  $Re = 0.05$ ), pour les deux simulations évoquées précédemment dans ce paragraphe. L'ouverture hydraulique de la simulation où  $A_p = 120$  ( $\Upsilon = 25$ ,  $Re = 0.29$ ) est très similaire à celle calculée dans une fracture plate d'ouverture  $A = 120$  (calcul réalisé par méthode de Boltzmann sur

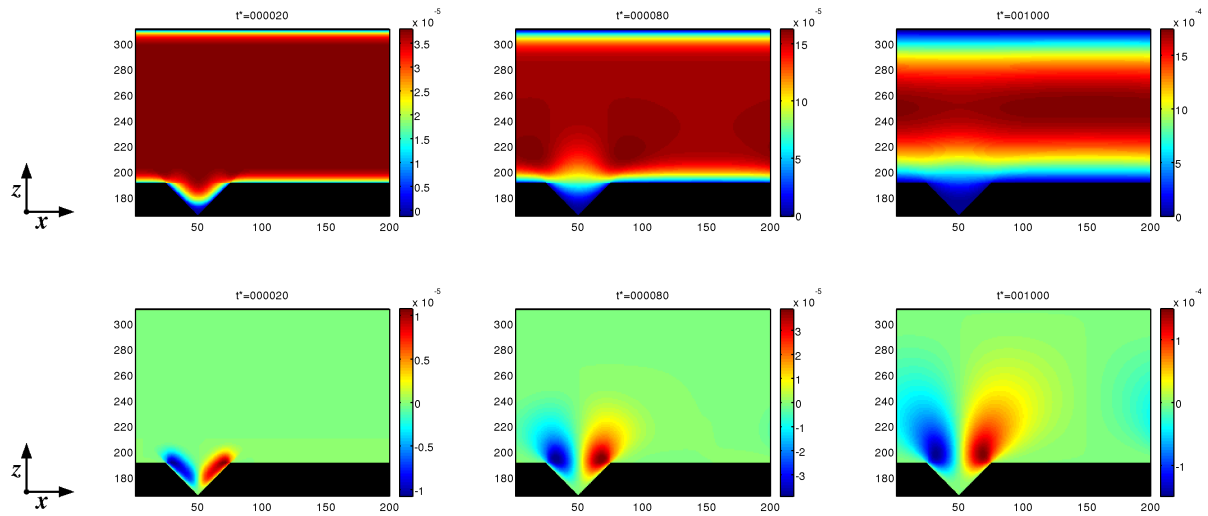


FIG. 6.16 – Carte des composantes  $u_x$  (en haut) et  $u_y$  (en bas) de la vitesse, aux temps (de gauche à droite)  $t = 20$ ,  $t = 80$  et  $t \geq 1000$ .  $Re = 0.29$  (calculé avec  $A_p = 120$ ,  $\nu = 1.00$ ,  $\rho = 5$ ,  $F = 1 \cdot 10^{-5}$ ). Le comportement hydraulique est stationnaire au-delà de  $t = 800$ . Pour cette simulation les conditions aux limites sur les distributions de vitesses sont des conditions périodiques (bien visible à  $t = 80$  pour  $u_x$  et  $t \geq 1000$  pour  $u_y$ ). Attention, les échelles de couleur sont différentes suivant les temps. Un zoom du champ de vitesse est montré dans la sous-figure de gauche de la figure 6.18.

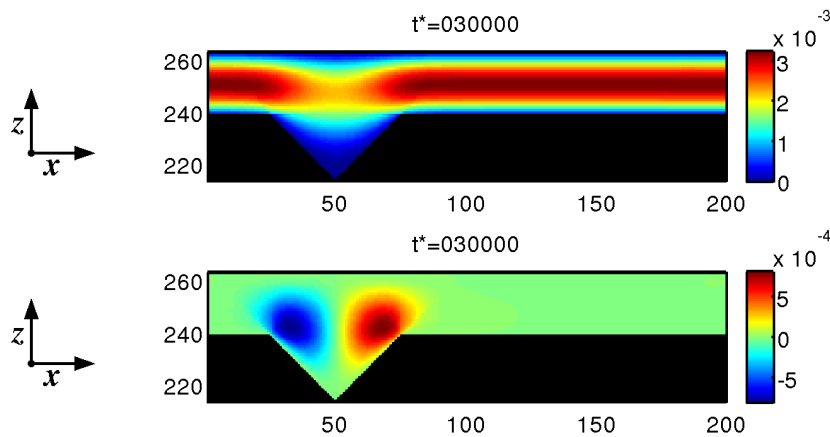


FIG. 6.17 – Carte des composantes  $u_x$  (en haut) et  $u_y$  (en bas) des vitesses, au temps  $t = 30\,000$  (état stationnaire hydraulique depuis environ  $t = 9000$ ).  $Re = 0.05$  (calculé avec  $A_p = 24$ ,  $\nu = 1.00$ ,  $\rho = 5$ ,  $F = 2 \cdot 10^{-4}$ ). Un zoom du champ de vitesse est montré dans les sous-figures du milieu et de droite de la figure 6.18.

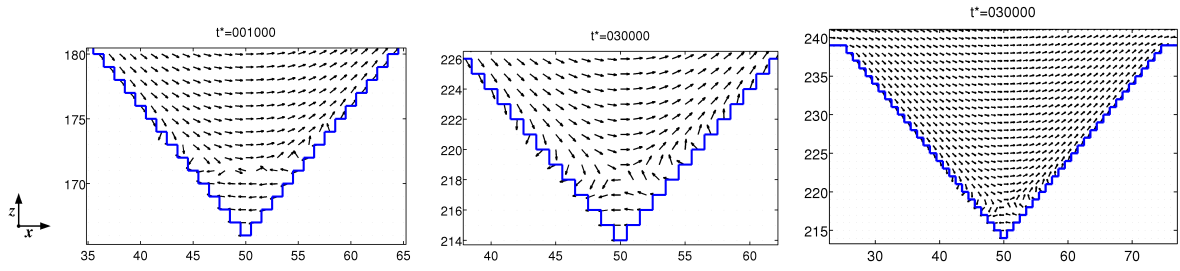


FIG. 6.18 – Vecteurs vitesses normalisés à la même longueur indiquant la présence de plusieurs tourbillons dans le coin. La figure de droite est une vue moins agrandie de celle du milieu. Champ calculé, à gauche, au temps  $t = 1000$  dans la fracture d'ouverture  $A_p = 120$  élargie par le coin ( $\Upsilon = 25$ ), avec les paramètres  $\nu = 1.00$ ,  $\rho = 5$ ,  $F = 1 \cdot 10^{-5}$  ( $Re = 0.29$ ). Champ calculé, au milieu et à droite, en  $t = 5000$  dans la fracture d'ouverture  $A_p = 24$  élargie par le coin ( $\Upsilon = 25$ ), avec les paramètres  $\nu = 1.00$ ,  $\rho = 5$ ,  $F = 2 \cdot 10^{-4}$  ( $Re = 0.05$ ). Le champ de vitesses en  $t = 3000$  pour cette configuration est identique.

réseau) : le coin est une zone où l'eau est quasi-stagnante – vitesse presque nulle – et ne participe pas à l'écoulement macroscopique. Ce comportement macroscopique est cohérent avec celui observé par Brown et al. [1995], Bernabé and Olson [2000]. L'ouverture hydraulique dans le cas  $A_p = 24$  ( $\Upsilon = 25$ ,  $Re = 0.05$ ) converge vers une valeur égale à  $H = 25$ . Dans ce cas, le fluide présent dans le haut du coin participe à l'écoulement macroscopique, tandis que le fluide au fond du coin est quasi-stagnant. À noter que ce comportement est très différent de celui observé dans un régime où l'hypothèse de lubrification est valable.

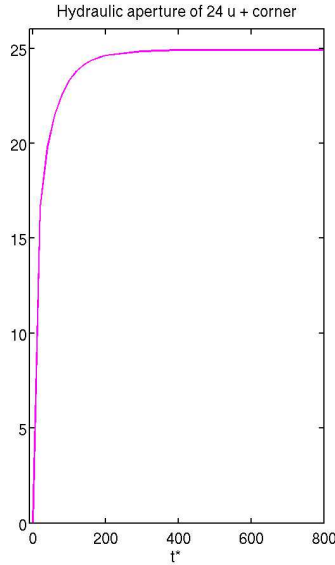


FIG. 6.19 – Ouverture hydraulique calculée à chaque pas de temps dans une fracture caractérisée par  $A_p = 24$  et  $\Upsilon = 25$  avec les paramètres  $\nu = 1.00$ ,  $\rho = 5$ ,  $F = 1 \cdot 10^{-5}$  ( $Re = 0.29$ ). Il y a convergence vers un régime stationnaire d'ouverture hydraulique environ égale à 25.

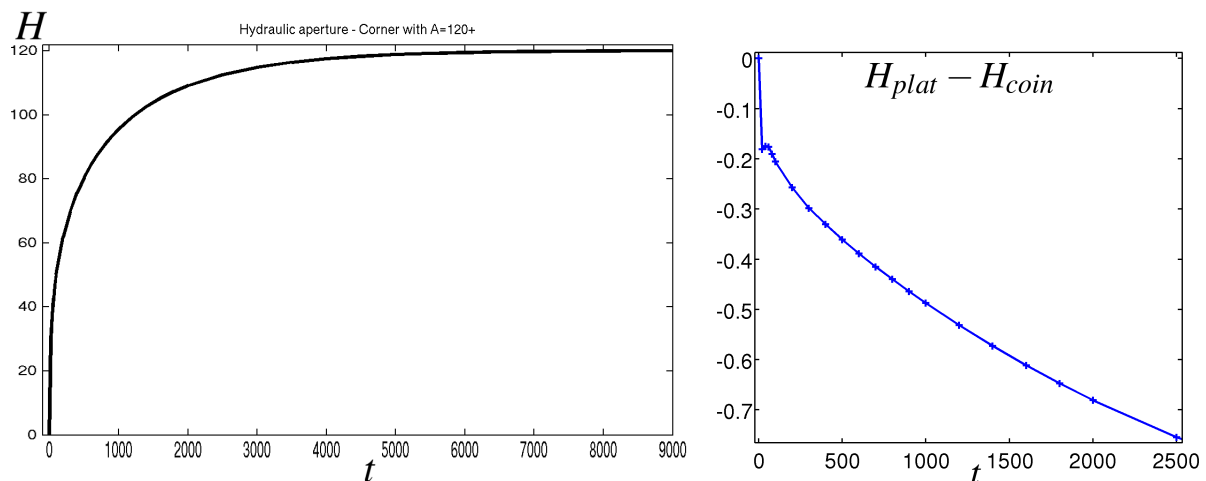


FIG. 6.20 – Gauche : ouverture hydraulique  $H_{\text{coin}}$  calculée à chaque pas de temps dans la fracture caractérisée par  $A_p = 120$  et  $\Upsilon = 25$ . Il y a convergence vers un régime stationnaire d'ouverture hydraulique supérieure ou égale à 120.1. Droite : différence entre les ouvertures hydrauliques  $H_{\text{plat}} - H_{\text{coin}}$ , où l'ouverture hydraulique  $H_{\text{plat}}$  est calculées dans une fracture plate d'ouverture  $A = 120$ .

#### 6.4.1.c Comportement thermique en présence d'un coin

Quelle est l'influence des tourbillons observés à faible nombre de Reynolds sur le comportement thermique ? Les deux exemples de comportement hydraulique illustrés dans la partie 6.4.1.b sont chacun couplés à un calcul de température (Figs. 6.21 et 6.22). Sur ces figures, on voit que le champ de température est dissymétrique. Les profils d'isotherme sont légèrement en retard (spatialement) du côté du coin.

Avec des conditions aux limites en gradient de température nul sur tous les bords de la roche, la roche est prématurément refroidie (Fig. 6.22) au bout d'un temps physique de l'ordre de quelques minutes pour une fracture avec une ouverture de l'ordre du mm. Des simulations avec des conditions aux limites de gradient de température nul sur le bord  $x = L_x$ , et température imposées en  $z = 0$  et  $z = L_z$  ont aussi été réalisées (Fig. 6.23). Ceci permet d'observer le comportement thermique d'un fluide injecté en considérant qu'il existe une source de chaleur dans la roche.

### 6.4.2 Comportement hydro-thermique à nombre de Reynolds modéré

D'autres simulations ont été réalisées avec des nombres de Reynolds modérés ( $Re \sim 50 - 300$ ). La figure 6.24 montre le comportement hydraulique obtenu avec un nombre de Reynolds de 53 (valeur calculée avec  $\rho = 5$ ,  $\nu = 0.029$  et  $F = 2 \cdot 10^{-4}$  et une ouverture  $A_p = 24$ ). Le régime stationnaire hydraulique, atteint aux alentours de  $t = 3000$ , présente un tourbillon dans le coin. Celui-ci occupe quasiment tout le coin et est dissymétrique. Le champ thermique obtenu avec ce champ hydraulique est montré Fig. 6.25. Les profils d'isotherme sont légèrement asymétriques par rapport au milieu de la fracture, mais

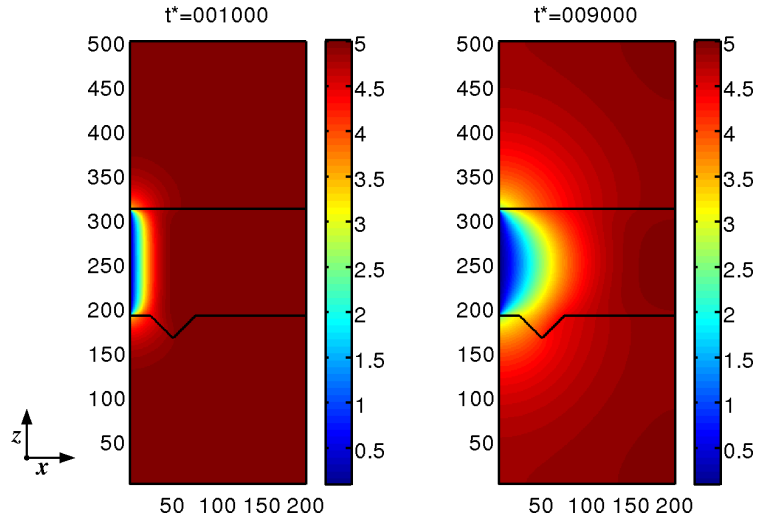


FIG. 6.21 – Carte de température aux temps (de gauche à droite)  $t = 1000$  et  $t = 9000$ . Pour cette simulation,  $Re = 0.29$  (calculé avec  $A_p = 120$ ,  $\nu = 1.00$ ,  $\rho = 5$ ,  $F = 1 \cdot 10^{-5}$ , cf. comportement hydraulique illustré Fig. 6.16, 6.18 et 6.20). Les paramètres thermiques sont  $Pe = 1.7$  (calculé avec  $\chi = 0.17$ ),  $\chi_r = 1$ . Le gradient de température est nul sur le bord  $x = L_x$  (dans le fluide et la roche) et en  $x = 0$  (dans la roche), et la température est imposée en  $x = 0$  dans le fluide à  $T = 0.01$ . La température est périodique en  $z$ .

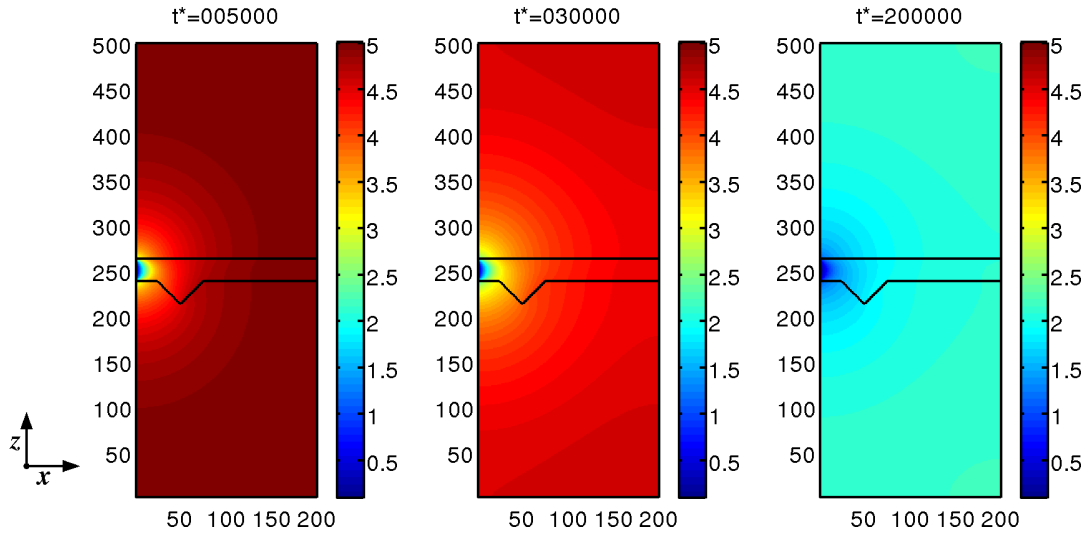


FIG. 6.22 – Carte de température aux temps (de gauche à droite)  $t = 5000$ ,  $t = 30\,000$  et  $t = 200\,000$ . Pour cette simulation,  $Re = 0.05$  (calculé avec  $A_p = 24$ ,  $\nu = 1.00$ ,  $\rho = 5$ ,  $F = 2 \cdot 10^{-4}$ , cf. comportement hydraulique illustré Fig. 6.17, 6.18 et 6.19). Les paramètres thermiques sont  $Pe = 0.27$  (calculé avec  $\chi = 0.17$ ),  $\chi_r = 1$ . Le gradient de température est imposé à zéro sur le bord  $x = L_x$  (dans le fluide et la roche) et en  $x = 0$  (dans la roche), et la température est imposée en  $x = 0$  dans le fluide à  $T = 0.01$ . La température est périodique en  $z$ .

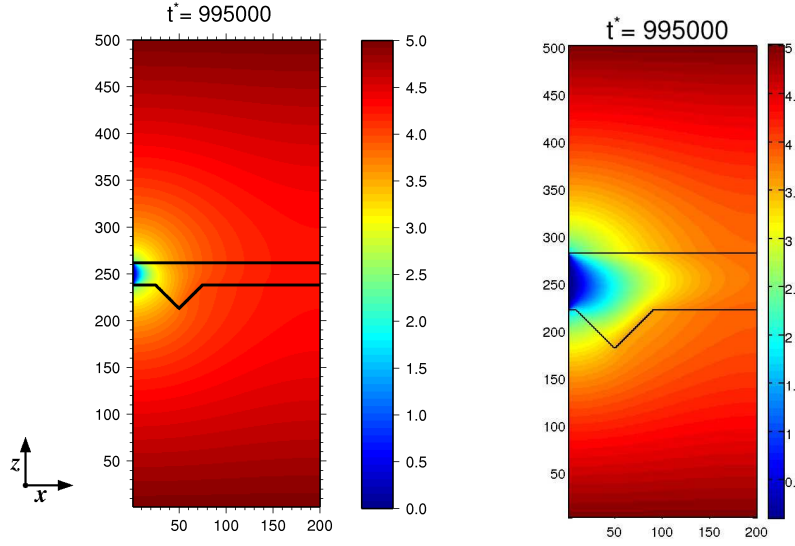


FIG. 6.23 – À gauche : simulation similaire à celle montrée Fig. 6.22 ( $Re = 0.05$  avec  $A_p = 24$ ,  $\nu = 1.00$ ,  $\rho = 5$ ,  $F = 2 \cdot 10^{-4}$  et  $Pe = 0.27$  avec  $\chi = 0.17$ ,  $\chi_r = 1$ ), mais avec des conditions aux limites en température imposées en  $z = 0$  et  $z = L_z$ , au temps  $t = 900\,000$ . À droite : simulation réalisée avec les paramètres  $A_p = 40$ ,  $\nu = 1.00$ ,  $\rho = 5$ ,  $F = 1 \cdot 10^{-4}$ ,  $\chi = 0.17$  et  $\chi_r = 1$ , soit  $Re = 0.36$  et  $Pe = 1.41$ .

le tourbillon ne semble pas jouer de rôle majeur : le fluide quasi-stagnant à l'intérieur du coin semble découplé du reste de la fracture.

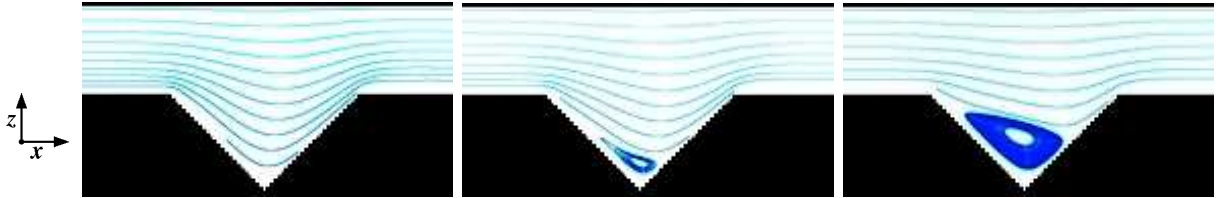


FIG. 6.24 – Lignes de courant obtenues avec un nombre de Reynolds  $Re = 53$  (avec  $\rho = 5$ ,  $\nu = 0.029$  et  $F = 2 \cdot 10^{-4}$ ) et une ouverture  $A_p = 24$  perturbée par un coin de hauteur maximale  $\Upsilon = 25$  et de largeur 49, à différents temps (de gauche à droite) :  $t = 1240$ ,  $t = 1840$ ,  $t = 2840$ .

La figure 6.26 montre le comportement hydraulique obtenu avec les paramètres  $\rho = 0.05$ ,  $\nu = 0.029$  et  $F = 2 \cdot 10^{-5}$ ,  $A_p = 24$  et  $\Upsilon = 25$ . Le nombre de Reynolds vaut environ 118 à  $t = 700$  (calculé à partir de la vitesse maximale calculée à  $t = 700$  –  $\max[u_x(t = 700)] = 0.26$ ). À  $t = 700$ , le régime stationnaire hydraulique n'est pas encore atteint (vitesse maximale de 0.68 prédite avec un profil de Poiseuille dans une fracture de largeur constante  $A = 20$  pour de tels paramètres de fluide). Rappelons que la simulation doit rester limitée à des petites vitesses (préférentiellement inférieures à 0.1), car la densité dépend, par construction de la méthode de Boltzmann ici utilisée, de la vitesse au carré (cf. partie 5.3). Pour éviter cet artefact, la simulation n'a pas été menée jusqu'au régime stationnaire hydraulique. À  $t = 700$ , se présente un tourbillon qui occupe presque tout

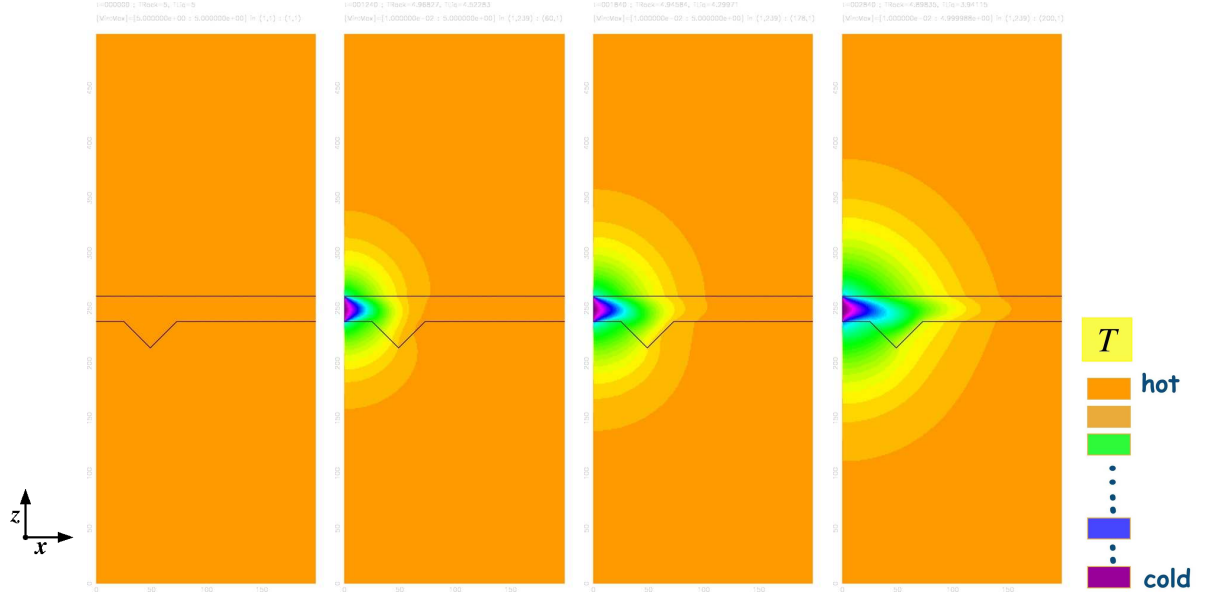


FIG. 6.25 – Carte de température aux temps (de gauche à droite)  $t = 0$ ,  $t = 1240$ ,  $t = 1840$ ,  $t = 2840$ . Pour cette simulation,  $Re = 53$ ,  $\rho = 5$ ,  $\nu = 0.029$ ,  $F = 2 \cdot 10^{-4}$ ,  $A_p = 24$ , et  $\Upsilon = 25$  – cf. comportement hydraulique illustré Fig. 6.17, 6.18 et 6.19. Les paramètres thermiques sont  $Pe = 35$  (calculé avec  $\chi = 0.17$ ) et  $\chi_r = 1$ . Le gradient de température est imposé à zéro sur le bord  $x = L_x$  (dans le fluide et la roche) et en  $x = 0$  (dans la roche), et la température dans le fluide est imposée en  $x = 0$  à  $T = 0.01$ . La température est périodique en  $z$ . En  $t = 0$ , la température du fluide et de la roche sont égales à 5.

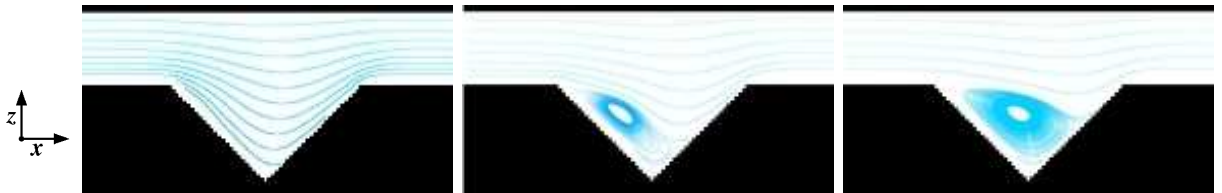


FIG. 6.26 – Lignes de courant obtenues avec  $\rho = 0.05$ ,  $\nu = 0.029$  et  $F = 2 \cdot 10^{-5}$ ,  $A_p = 24$  et  $\Upsilon = 25$  à différents temps (de gauche à droite) :  $t = 400$ ,  $t = 580$ ,  $t = 700$ . À  $t = 700$ ,  $\max[u_x(t = 700)] = 0.26$  et  $Re = 118$ .



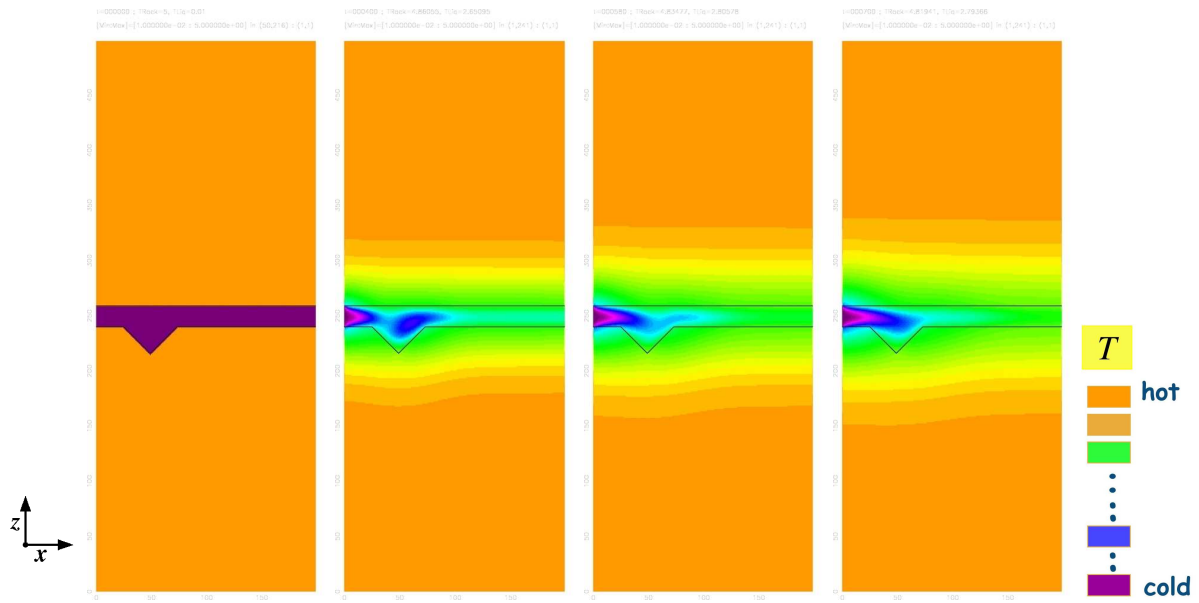


FIG. 6.27 – Carte de température aux temps (de gauche à droite)  $t = 0$ ,  $t = 400$ ,  $t = 580$ ,  $t = 700$ . Pour cette simulation,  $\rho = 0.05$ ,  $\nu = 0.029$  et  $F = 2 \cdot 10^{-5}$ ,  $A_p = 24$  et  $\Upsilon = 25$  (à  $t = 700$ ,  $Re = 118$ )– cf. comportement hydraulique illustré Fig. 6.26. Les paramètres thermiques sont  $\chi = 0.17$  et  $\chi_r = 1$  (à  $t = 700$ ,  $Pe = 20$ ). Le gradient de température est imposé à zéro sur le bord  $x = L_x$  (dans le fluide et la roche) et en  $x = 0$  (dans la roche). En  $x = 0$  la température dans le fluide est imposée à  $T = 0.01$ . La température est périodique en  $z$ . En  $t = 0$ , la température du fluide est 0.01.

le coin et est dissymétrique. Le champ thermique obtenu avec ce champ de vitesse est montré Fig. 6.27. Dans ce cas, à  $t = 580$ , le coin n'est pas découplé de ce qui se passe au centre de la fracture. Le coin peut donc être responsable d'effets retards, impliquant une arrivée de fluide froid temporaire (fluide froid retenu dans le coin). À des temps plus élevés, le panache de température est visiblement dévié par le coin.

- BILAN DU CHAPITRE : une méthode de Boltzmann sur réseau adaptée à la modélisation hydro-thermique dans une fracture à géométrie variable a été développée. Quelques effets hydro-thermiques dus à la morphologie variable ont été observés.
- PERSPECTIVE : utiliser cette méthode pour réaliser une étude systématique de l'effet de la morphologie sur les champs hydro-thermiques.



## CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Ce travail de recherche a permis de mieux appréhender comment la rugosité d'une fracture intervient dans les échanges hydro-thermiques, lorsque qu'un fluide froid est injecté dans une roche chaude. De plus, la reconstitution de la morphologie typique de fractures, dans de la marne noire, a aussi permis de mettre en place un protocole pour reconstituer des ouvertures à partir de carottes géologiques, et de compléter les connaissances sur la morphologie des ouvertures de fractures in-situ.

### Comportement hydro-thermique sous hypothèses de lubrification

Le modèle hydro-thermique exposé dans le premier chapitre, reprend un modèle hydraulique fondé sur l'hypothèse de lubrification, et en propose une extension pour calculer le champ de température. Celui-ci est calculé en considérant une équation d'advection-diffusion simplifiée, établie grâce à une hypothèse de lubrification étendue concernant le flux thermique. Le flux de chaleur de la roche est supposé orienté perpendiculairement au plan moyen de la fracture, et les variations de la température advectée sont moyennées sur l'épaisseur de la fracture. La solution analytique de cette équation simplifiée est un profil de température quartique au travers de la fracture. Sous ces hypothèses, seules les variations de l'ouverture de la fracture – variations qui doivent être assez douces afin de rester dans le cadre de ces hypothèses de lubrification – interviennent. La variation de l'ouverture, ici choisie auto-affine, peut entraîner une importante chenalisation du flux hydraulique, ce qui a des conséquences sur le champ de température. Les zones où le flux hydraulique est élevé sont souvent corrélées à des zones où la température est moins élevée ; le champ de température présente donc aussi une forme de chenalisation. Le comportement hydraulique est ensuite quantifié localement et de manière macroscopique, à l'aide d'ouvertures hydrauliques microscopiques et macroscopiques, ces dernières étant classiquement utilisées pour quantifier un comportement hydraulique. Deux autres grandeurs similaires sont introduites pour quantifier le comportement thermique : les ouvertures microscopiques et macroscopiques thermiques. L'ouverture thermique est définie comme la distance entre deux plaques parallèles permettant de reproduire la même loi de température moyenne dans le fluide, pour un même gradient de pression et des conditions aux limites en température identiques (température d'entrée et température de roche). Plus elle est grande, moins efficace est l'échange thermique entre la roche et le fluide.

À échelle locale, les ouvertures hydrauliques et thermiques ne sont pas bien corrélées aux ouvertures géométriques. Les ouvertures thermiques sont par contre bien corrélées aux ouvertures hydrauliques locales. Une étude statistique des ouvertures macroscopiques hydrauliques et thermiques est ensuite menée pour des fractures caractérisées par des ouvertures auto-affines, présentant une amplitude de rugosité plus ou moins forte (i.e. avec

différents rapports entre l'écart-type et la moyenne de l'ouverture). Cette étude est menée pour des fractures de forme rectangulaire dans le plan de la fracture, avec trois rapports d'aspects (longueur sur largeur). La variation du rapport d'aspect permet l'introduction d'une certaine anisotropie dans le système. Lorsque la fracture est plus étroite dans le sens du gradient de pression, il est plus probable d'observer une chenalisation hydraulique et thermique, qui se traduit par des ouvertures macroscopiques hydrauliques et thermiques plus élevées que celles attendues d'après la moyenne géométrique de l'ouverture.

Les courbes des ouvertures hydrauliques macroscopiques en fonction de l'amplitude de la rugosité, tracées pour les trois rapports d'aspect étudiés, montrent que plus la rugosité est marquée, plus la perméabilité diffère de celle attendue d'après un modèle de plaques parallèles séparées par l'ouverture moyenne. Cette perméabilité peut être meilleure ou moins bonne, suivant le rapport d'aspect considéré. Une loi empirique permet de modéliser l'ouverture hydraulique en fonction du rapport d'aspect et de l'amplitude de la rugosité. Suivant ce modèle, il est possible de trouver un rapport d'aspect tel que l'ouverture hydraulique soit statistiquement invariable avec l'amplitude de rugosité : celui-ci vaut environ 0.65 (i.e. une configuration qui favorise légèrement la présence de chenaux dans le sens du gradient de pression).

Les courbes des ouvertures thermiques macroscopiques en fonction de l'amplitude de la rugosité, tracées pour les trois rapports d'aspect n'ont pas une allure facilement descriptible. Il semble difficile de prévoir le comportement thermique à partir de l'amplitude de la rugosité. Par contre, l'ouverture thermique macroscopique est très bien corrélées à l'ouverture hydraulique. L'ouverture thermique  $\Gamma$  peut se déduire de l'ouverture hydraulique  $H$  à l'aide d'une relation simple (linéaire en deux morceaux), identique pour tous les rapports d'aspects :  $\Gamma = 0.9H + 0.2A$  si  $H < A$  et  $\Gamma = 3.5H - 2.4A$  pour  $H \geq A$ , où  $A$  est l'ouverture moyenne. À condition de connaître cette dernière, un simple test de pompage devrait donc permettre d'avoir un ordre de grandeur statistique de l'ouverture thermique, qui détermine l'efficacité de l'échange thermique. À noter que l'ouverture thermique est systématiquement plus grande que l'ouverture hydraulique : l'efficacité de l'échange thermique dans des fractures rugueuses est moins bonne que celle attendue d'après le comportement hydraulique en supposant la fracture plane.

Une étude sur le comportement hydro-thermique a aussi été menée dans une géométrie d'ouverture auto-affine qui a été filtrée, de sorte à ne laisser que les modes des plus grandes longueurs d'onde. La connaissance des plus grandes longueurs d'ondes de l'ouverture permet une bonne représentation de la variabilité spatiale des champs hydro-thermiques, ainsi que du comportement quantitatif macroscopique. Par exemple, avec la connaissance de la moyenne et de huit modes, les ouvertures hydrauliques et thermiques sont connues avec une précision meilleure que 20 %, tandis que la connaissance de la moyenne seule (ce qui revient à un modèle de plaques parallèles) permet une connaissance avec une précision seulement de l'ordre de 50-60 %.

Cette modélisation hydro-thermique a ensuite été appliquée au site de Soultz-sous-Forêts (Alsace, France), site pilote de la géothermie profonde, dans le but de modéliser l'échange entre deux puits distants d'environ 600 m, reliés par une grande zone de faille. Cette modélisation, soumise à des hypothèses sur la géométrie de la faille, montre que la température du fluide pompé est potentiellement inférieure à celle attendue d'après l'ouverture moyenne.

## Estimation pratique de la perméabilité d'un massif

Une autre partie du travail effectué vise à estimer la perméabilité des marnes noires du sous-sol de Draix (Alpes, France), à partir des carottes géologiques. L'objectif final est de comprendre le fonctionnement hydrique de ce bassin versant, nécessaire pour évaluer le risque de déstabilisation gravitaire des marnes recouvrant le massif. Comme la perméabilité dépend de la géométrie des ouvertures de fractures, l'essentiel du travail réalisé dans ce cadre a pour but la reconstitution, puis la caractérisation, de cette géométrie. Pour cela, la topographie des surfaces de deux discontinuités ouvertes et d'une discontinuité scellée ont été mesurées à l'aide d'un profilomètre laser. Il a été montré que la distribution des hauteurs de chaque surface est gaussienne, et que la topographie des surfaces suit une loi d'auto-affinité, avec un exposant de Hurst de l'ordre de 0.7-0.8. En utilisant ces mesures, les morphologies tridimensionnelles de la discontinuité scellée et d'une des discontinuités ouvertes ont été précisément reconstruites. Une attention particulière a été portée sur le recalage des mesures topographiques. Dans le cas de la discontinuité ouverte, ce recalage repose sur la corrélation des aspérités similaires visibles sur les deux surfaces. La distribution du champ d'ouverture de chaque discontinuité s'avère également gaussienne. Deux types de lois d'échelle sont obtenues : l'ouverture de la discontinuité scellée suit une loi auto-affine depuis la plus petite échelle jusqu'à plusieurs centimètres, tandis que l'ouverture de la discontinuité scellée n'est auto-affine que jusqu'au millimètre environ, puis est décorrélée. Ces propriétés d'échelles ont ensuite été extrapolées à grande échelle, jusqu'à l'échelle du massif. L'influence de la rugosité sur le comportement hydraulique est ensuite évaluée. Le sous-sol de Draix s'avère très perméable, avec une perméabilité de l'ordre de  $10^{-9} - 10^{-8} \text{ m}^2$ .

## Modélisation hydro-thermique hors hypothèses de lubrification

Afin d'élargir l'étude hydro-thermique dans une fracture rugueuse, une autre modélisation, sans hypothèses de lubrification, est proposée. Pour cela, une modélisation basée sur des méthodes de Boltzmann sur réseau a été développée et programmée. Deux méthodes de Boltzmann sont ici couplées, ce qui permet de résoudre à la fois l'équation de Navier-Stokes et l'équation d'advection diffusion de la température. La dépendance en temps du flux hydraulique et de la température, ainsi que toutes les dépendances spatiales, sont prises en compte. D'autre part, dans ce modèle, l'évolution de la température de la roche, qui dépend en particulier de sa diffusivité thermique, est aussi modélisée. Ce modèle tridimensionnel prévoit l'évolution temporelle et spatiale de la température de la roche en plus de celle du fluide. Les tests réalisés à l'aide de ce modèle permettent de confirmer la forme quartique du profil de température à travers l'ouverture de la fracture, dont l'allure a été obtenue analytiquement sous hypothèses de lubrification, dans la première partie de cette thèse. Une étude du comportement hydro-thermique d'un fluide circulant dans une fracture à bords plats, perturbée par une aspérité simple, en forme de coin, est aussi initiée. Celle-ci montre que des tourbillons peuvent se former à cause du coin, à nombre de Reynolds petit ou modéré. Suivant la profondeur du coin devant l'ouverture moyenne, le comportement hydro-thermique dans le coin peut être couplé ou quasi-découplé avec ce qui se passe ailleurs dans la fracture.

## Perspectives

Dans le premier modèle hydro-thermique, sous hypothèses de lubrification, les épontes de la roche sont supposées être à une température constante, et la géométrie des épontes, invariable. Cependant, de telles variations peuvent être prises en compte en couplant le modèle proposé avec d'autres modèles. Le travail initié par Fily [2006], qui prend en compte les changements de morphologie dus à une réaction chimique en utilisant la même modélisation, pourrait par exemple être poursuivi. De même, le couplage hydro-mécanique pourrait être étudié. Il pourrait aussi être intéressant de mettre en place un couplage de la température sur la densité et/ou sur la viscosité du fluide.

La modélisation proposée pour le site de Soultz-sous-Forêts pourrait être améliorée grâce à une meilleure connaissance des caractéristiques spatiales de cette faille. Notamment, la connaissance des grandes longueurs d'onde de l'ouverture serait importante. En particulier, connaître la variation spatiale de l'ouverture permettrait d'établir une courbe de la température du fluide pompé en fonction de la pression d'injection spécifique à Soultz-sous-Forêts. Comment obtenir en pratique ces variations d'ouverture ? Une piste pourrait être l'injection d'un fluide compressible (par ex. un fluide comportant des bulles d'air) sous divers régimes oscillants.

La modélisation de la perméabilité de Draix fait intervenir des hypothèses quant aux caractéristiques de l'ouverture des fractures à grande échelle qu'il est difficile de vérifier. Il serait par contre intéressant de comparer les valeurs de perméabilité prédites à partir de l'étude détaillée des morphologies locales de fractures dans une carotte, à celles obtenues par des tests hydrauliques de puits ou de paires de puits.

La modélisation mise en place avec les méthodes de Boltzmann sur réseau pourra être pleinement utilisée, afin de caractériser le comportement hydro-thermique hors lubrification. Un plan d'étude pourrait être le suivant : dans un premier temps, réaliser une étude complète en 2D de l'influence d'une aspérité (comme le coin), en fonction de sa taille et de sa forme, et des paramètres du fluide et de l'injection. À noter que cette étude devra veiller à ce qu'aucun artefact dû à la discrétisation de la morphologie n'interfère sur les résultats observés. Dans un deuxième temps, la modélisation pourrait prendre en compte une géométrie de fracture réaliste, en 2D, puis en 3D. L'étude de l'influence de la variabilité dans le temps de la pression d'injection (ex. régime de pression oscillant) pourrait aussi être effectuée.

Ces modélisations devront être réalisées sur un nombre de pas de temps suffisants pour bien observer l'influence de la morphologie sur le champ de température du fluide et de la roche. De plus, modéliser une morphologie de fracture réaliste en détail nécessite de considérer un nombre suffisant de mailles pour discrétiser l'espace. Une telle étude nécessiterait donc d'optimiser le code afin d'améliorer son temps d'exécution. Notamment la parallélisation de ce code est très souhaitable pour poursuivre efficacement cette étude.

# Annexes





## ANNEXE A

### Images complémentaires de l'analyse de rugosité des fractures de Draix

#### A.1 Méthode utilisée pour corriger la dérive linéaire d'une surface

Lors de la mesure par profilométrie, les épontes des fractures F9 et F6 ont été positionnées de sorte que les surfaces soient aussi à plat que possible. En pratique, un niveau à bulle posé sur une plaque rigide reposant sur une partie de la surface a été utilisé pour ajuster l'orientation de chaque échantillon au mieux. Malgré cela, une inclinaison des surfaces demeure, comme cela peut se voir sur la figure A.1, qui montre la topographie obtenue pour chacune des épontes de F9. Les mesures de topographie ont chacune été suivies d'une correction de dérive linéaire, qui consiste à transformer les topographies en surfaces dont le plan moyen est horizontal. Ceci a été réalisé en calculant par moindre carrés le plan moyen d'une zone de la surface, puis en effectuant une rotation des coordonnées de sorte à positionner ce plan moyen à plat, i.e. de sorte à ce que sa normale soit orientée suivant l'axe vertical  $z$ . Cette rotation correspond à un changement de repère des mesures. Pour des surfaces à relief faiblement développé où l'angle de correction est faible, il est en effet possible d'établir une rotation des coordonnées  $(x', y', z') = \text{Rot}(x, y, z)$  tout en conservant la possibilité de définir la topographie  $z'$  comme une fonction de  $x', y'$ . Ceci n'est pas nécessairement le cas pour des topographies plus développées, ou bien dans le cas d'angles trop élevés (c.f. Fig. A.2). Quelle que soit l'amplitude de la topographie et l'angle, il est possible de supprimer la dérive linéaire par soustraction du plan moyen ;  $z$  devient alors  $z''$ , tandis que les autres coordonnées restent identiques. À noter que les deux démarches sont différentes : la première correspond à un simple changement de repère des coordonnées, tandis que la deuxième consiste à supposer qu'une tendance linéaire a été ajoutée aux mesures de  $z$ . Ce type de correction pourrait aussi se traiter de manière plus soignée, en suivant des méthodes utilisées en photogrammétrie, lorsqu'il s'agit de redresser des prises de vue inclinées ("orthorectification", Hartley and Zisserman [2004], Kraus K. [1998]).

Pour la fracture F9 de Draix, une comparaison entre les deux méthodes évoquées ci-dessus a été réalisée. L'écart relatif entre les valeurs de  $x'$  et de  $x$  est de l'ordre de 0.6 %, celui entre  $y'$  et  $y$  de l'ordre de 0.2 %, et celui entre  $z''$  et  $z'$  de l'ordre 0.006 %. On voit donc que la variation entre les coordonnées obtenues par l'une ou l'autre méthode est très faible dans ce cas (dépend de l'amplitude du relief). Le choix de la zone sur laquelle le plan moyen est calculé comporte également une part de subjectivité. Il s'agit d'écarter les zones correspondant à des éclats de roches qui semblent artificiels, ceci afin d'éviter

## A.2 Cartes de corrélation calculées pour les fractures de Draix

de définir un plan moyen qui s'écarte clairement du plan de fracturation. Dans le cas des surfaces mesurées à Draix (avec un relief faiblement développé), ce choix implique des écarts relatifs de positionnement de l'ordre de 0.01 % en  $x$  et  $y$  et de 1 % en  $z$ . Ce choix a un impact sur l'ouverture de la fracture obtenue une fois les aspérités de la fracture recalées : celle-ci peut comporter une dérive linéaire due au fait que les plans mesurés des épontes ne sont pas rigoureusement parallèles. La figure 4.21, section 4.4.1, p. 136, montre deux ouvertures de F9, obtenues à une constante près, directement après soustraction des coordonnées des épontes. La faible dérive linéaire qui peut s'observer sur cette figure a été considérée comme un artefact de la méthode de reconstitution. Les deux sous-figures de la figure 4.21 diffèrent par la méthode de calage (différences locales) et par la correction de dérive linéaire des surfaces des épontes. Les tendances linéaires des épontes ont été supprimées par soustraction à gauche, et par rotation à droite, et sont calculées sur des zones légèrement différentes.

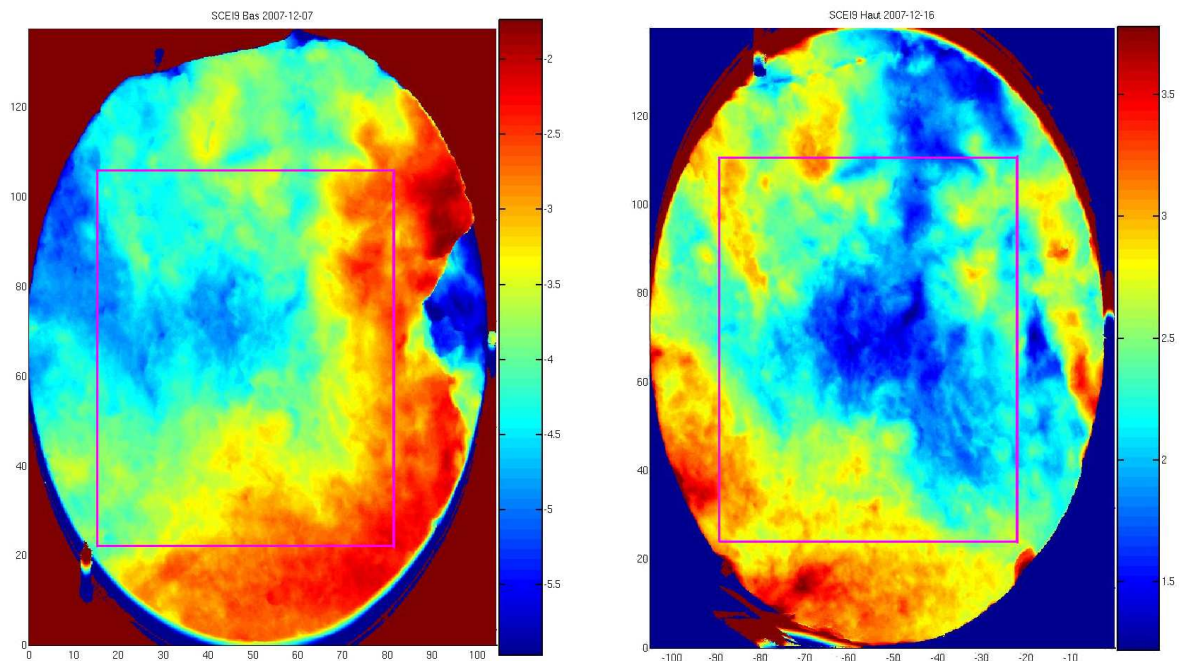


FIG. A.1 – Topographie mesurée des surfaces (à gauche : éponte inférieure, à droite : éponte supérieure) de la fracture F9 de Draix, avant correction de la dérive linéaire. Les unités sont en millimètres. Pour l'éponte supérieure, les axes  $x$  et  $z$  sont retournés, de sorte à ce que les reliefs apparaissent de manière identiques (et non complémentaires). Les cadres magenta montrent un exemple de zones utilisées pour calculer le plan moyen.

## A.2 Cartes de corrélation calculées pour les fractures de Draix

Cette annexe présente notamment des images complémentaires aux figures présentées dans les articles de Draix 1 et 2, p. 82 à p. 103 et p. 107 à p. 129. Les calculs de l'auto-corrélation  $C_2$ , définie p. 95, ont été réalisés pour la morphologie de chacune des épontes

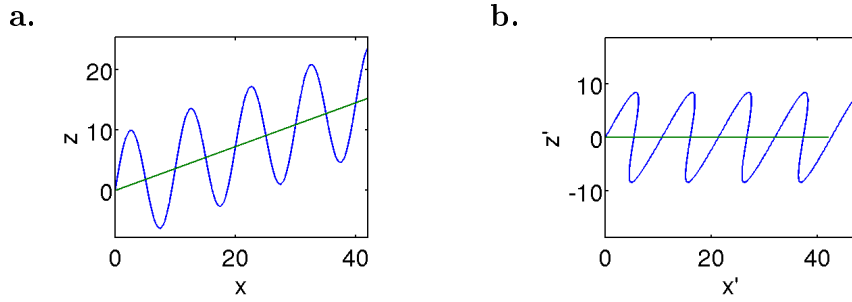


FIG. A.2 – a. Exemple théorique de morphologie mesurée, comportant une dérive linéaire suivant  $x$ . b. Retrait de la dérive par rotation des coordonnées  $(x', z') = \text{Rot}(x, z)$ . Cet exemple montre qu'en cas de rugosité développée,  $z'$  ne peut être exprimé comme fonction de  $x'$ . Dans ce cas, la dérive linéaire doit être supprimée par soustraction.

supérieures et inférieures des fractures F9, F6 et C14, ainsi que pour les ouvertures des fractures F9 et C14.

### Représentation linéaire des cartes de $C_2$

Les figures A.4 et A.5 représentent  $C_2(\Delta)/\Delta_0$  sous forme d'échelle de gris en fonction des coordonnées du vecteur de corrélation  $\Delta_x$  et  $\Delta_y$ , où  $\Delta_0 = 1$  mm (représentation dans le repère Fig. A.3).

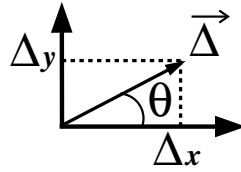


FIG. A.3 – Repère utilisé pour tracer  $C_2$ , avec  $\theta$  l'angle entre l'axe  $x$  et le vecteur de corrélation  $\vec{\Delta}$ .

## A.2 Cartes de corrélation calculées pour les fractures de Draix

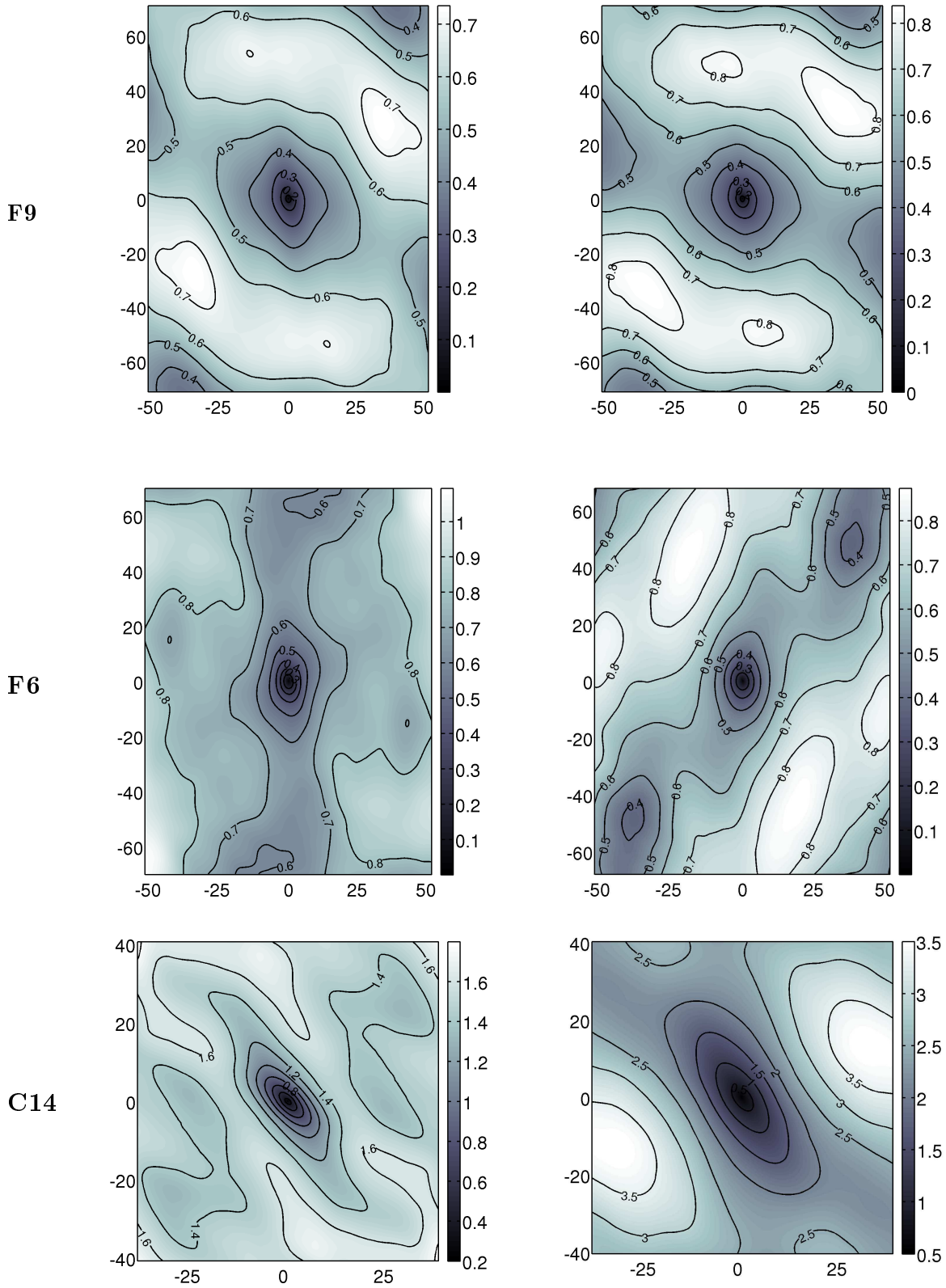


FIG. A.4 – Cartes de  $C_2$  pour la topographie de l'éponte supérieure (à gauche) et inférieure (à droite) des fractures F9, F6 et C14 de Draix.

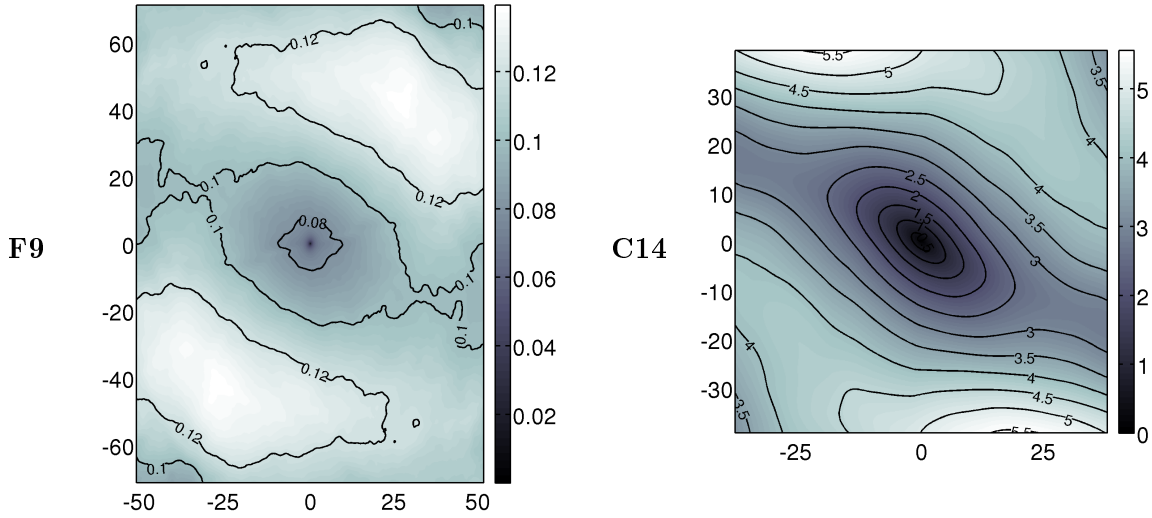


FIG. A.5 – Cartes de  $C_2$  pour l'ouverture des fractures de Draix F9 (à gauche) et C14 (à droite) présenté avec des échelles linéaires.

### Représentation logarithmique des cartes de $C_2$

La figure A.6 indique le repère utilisé pour représenter les cartes de  $C_2$ , Figs. A.7 et A.8. Il s'agit d'une représentation [Ebner et al., 2010] de  $\log_{10}[C_2(\Delta)/\Delta_0]$  sous forme d'échelle de gris en fonction des coordonnées polaires du  $\log_{10}$  du vecteur de corrélation  $\vec{\Delta}$ , où  $\Delta_0 = 1$  mm. Cette représentation permet de visualiser les propriétés d'échelles, et notamment l'écart à l'auto-affinité, en deux dimensions, comme expliqué p. 95 à 96. Certaines des figures ci-dessous sont reprises des articles 1 et 2 de Draix, afin de faciliter la comparaison entre les surfaces.

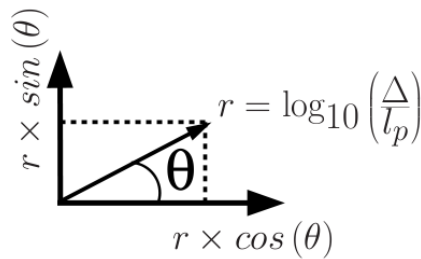


FIG. A.6 – Repère avec axes logarithmiques, utilisé pour tracer  $C_2$ , avec  $\theta$  l'angle entre l'axe  $x$  et le vecteur de corrélation  $\vec{\Delta}$ ,  $l_p$  la taille du pixel de mesure.

## A.2 Cartes de corrélation calculées pour les fractures de Draix

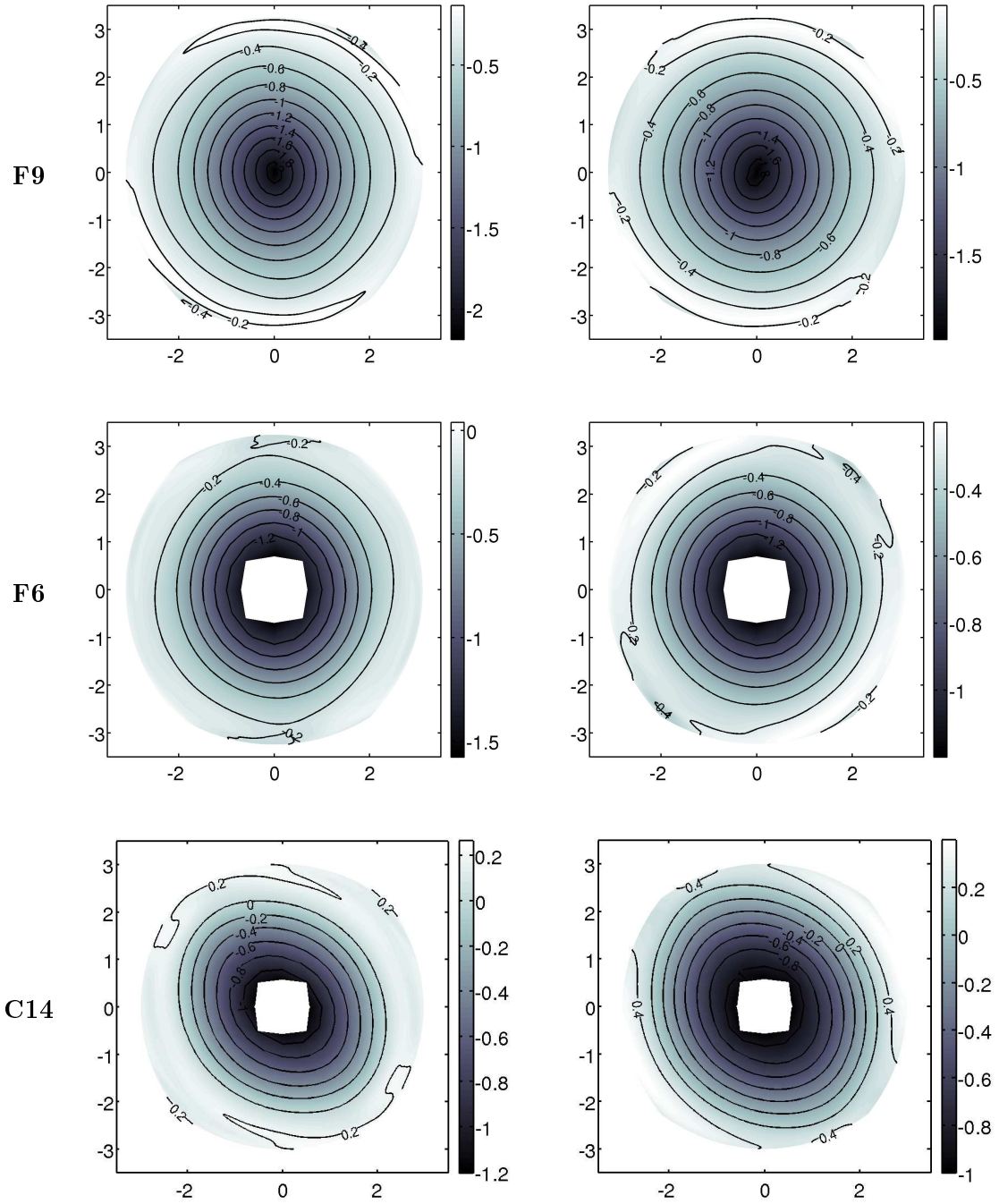


FIG. A.7 – Cartes de  $C_2$  avec une échelle logarithmique pour la topographie de l'éponte supérieure (à gauche) et inférieure (à droite) des fractures F9, F6 et C14 de Draix.

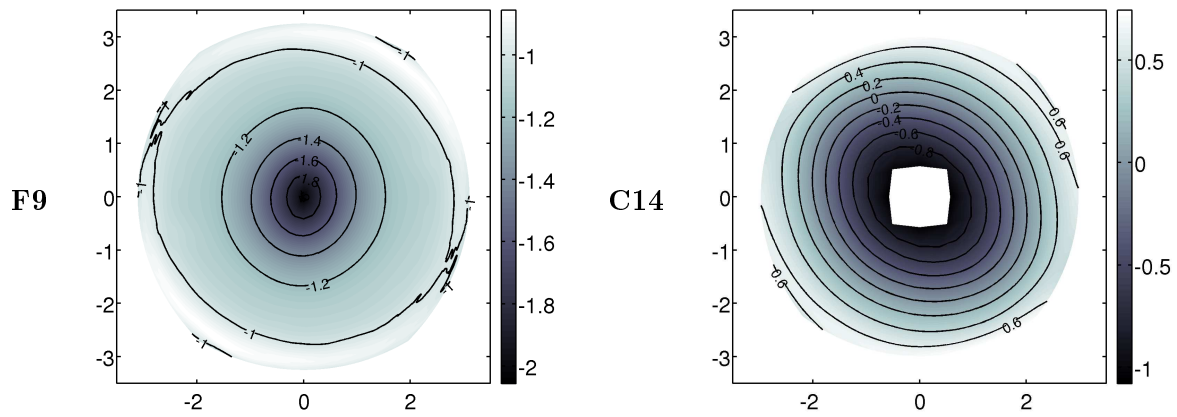


FIG. A.8 – Cartes de  $C_2$  représentées avec des échelles logarithmiques pour l'ouverture des fractures de Draix F9 (à gauche) et C14 (à droite).





## ANNEXE B

### Images supplémentaires sur le couplage hydro-thermique

La figure B.1 décrit l'évolution de la chenalisation, pour une même morphologie d'ouverture plus ou moins amplifiée.

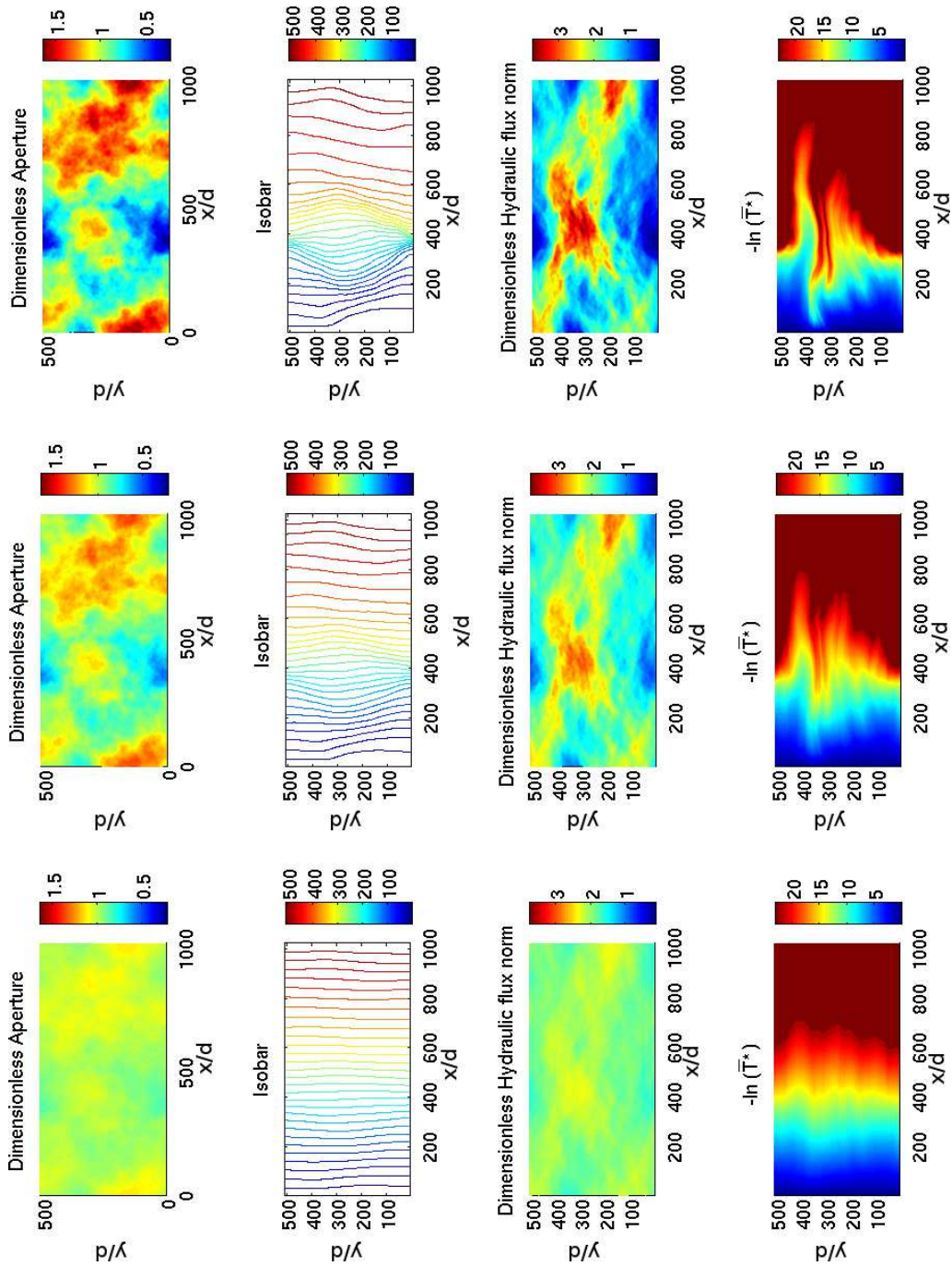


FIG. B.1 – Évolution du champ de l'ouverture, des lignes de pression, du flux hydraulique et du champ de température en augmentant l'amplitude de la rugosité  $\sigma/A$ , qui vaut successivement (de bas en haut) : 0.05, 0.15, 0.25. Calculées avec ces morphologies d'ouverture, les ouvertures hydrauliques adimensionnées par l'ouverture moyenne  $H/A$  prennent les valeurs respectives suivantes (de bas en haut) : 1.00, 0.98, 0.94 et les ouvertures thermiques adimensionnées par l'ouverture moyenne  $\Gamma/A$  valent respectivement : 0.99, 1.00, 1.02.

## ANNEXE C

### Méthode de Boltzmann sur réseau et équation de Navier-Stokes

La démonstration de l'équation de Navier-Stokes qui suit est adaptée d'après Wolf-Gladrow [2005], p. 166-181. Cette annexe complète la partie 5.3, p. 156, et reprend les mêmes notations.

Dans un schéma de Boltzmann sur réseau de type BGK, l'évolution des distributions de masse est donnée par :<sup>1</sup>

$$\begin{aligned} f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \delta t, t + \delta t) - f_i(\mathbf{x}, t) &= -\frac{\delta t}{\tau} [f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{\text{eq}}(\mathbf{x}, t)] \\ &+ \frac{\delta t c_{i\alpha}}{12c^2} [F_\alpha(\mathbf{x}, t) + F_\alpha(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \delta t, t + \delta t)]. \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

Ceci s'écrit aussi :

$$\begin{aligned} f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \delta t, t + \delta t) &= (1 + \lambda) f_i(\mathbf{x}, t) - \lambda f_i^{\text{eq}}(\mathbf{x}, t) \\ &+ \frac{\delta t c_{i\alpha}}{12c^2} [F_\alpha(\mathbf{x}, t) + F_\alpha(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \delta t, t + \delta t)]. \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

Chacun des termes de l'équation sont développés à l'ordre 2 avec un développement de Taylor. Pour  $f_i(\mathbf{x}, t)$ , on obtient :

$$\begin{aligned} f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \delta t, t + \delta t) &= f_i(\mathbf{x}, t) + \delta t \partial_t f_i + \delta t c_{i\alpha_1} \partial_{x_{\alpha_1}} f_i \\ &+ \frac{(\delta t)^2}{2} [\partial_t \partial_t f_i + 2c_{i\alpha_1} \partial_t \partial_{x_{\alpha_1}} f_i + c_{i\alpha_1} c_{i\alpha_2} \partial_{x_{\alpha_1}} \partial_{x_{\alpha_2}} f_i] + \mathcal{O}(\partial^3 f_i) \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

On développe de même les termes correspondant à la force de volume :

$$\begin{aligned} \frac{\delta t c_{i\alpha_1}}{c^2} \frac{1}{12} [F_{\alpha_1}(\mathbf{x}, t) + F_{\alpha_1}(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \delta t, t + \delta t)] &= \\ \frac{\delta t c_{i\alpha_3}}{c^2} \frac{1}{6} F_{\alpha_3}(\mathbf{x}, t) + \frac{(\delta t)^2}{c^2} \frac{c_{i\alpha_3}}{12} [\partial_t F_{\alpha_3} + c_{i\alpha_2} \partial_{x_{\alpha_2}} F_{\alpha_3}] &+ \mathcal{O}[(\delta t)^3] \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

Puis on fait un développement de Chapman-Enskog des Eqs. C.3 et C.4 à l'aide de :

$$\begin{aligned} \partial_t &\rightarrow \epsilon \partial_t^{(1)} + \epsilon^2 \partial_t^{(2)} \\ \partial_{x_{\alpha_1}} &\rightarrow \epsilon \partial_{x_{\alpha_1}}^{(1)} \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

---

<sup>1</sup>La convention de sommation d'Einstein est utilisée dans cette partie sur les indices se rapportant aux coordonnées. C'est-à-dire que  $\sum_1^4 F_\alpha c_\alpha$  s'écrit  $F_\alpha c_\alpha$ .

et de :

$$f_i(\mathbf{x}, t) = f_i^{(0)}(\mathbf{x}, t) + \epsilon f_i^{(1)}(\mathbf{x}, t) + \epsilon^2 f_i^{(2)}(\mathbf{x}, t) + \mathcal{O}(\epsilon^3). \quad (\text{C.6})$$

La méthode de Boltzmann sur réseau permet de résoudre l'équation de Navier-Stokes, sous réserve de se placer à faible nombre de Knudsen, défini par le rapport entre la distance moyenne entre deux collisions successives microscopiques, et l'échelle macroscopique spatiale caractéristique du système. Le paramètre  $\epsilon$  est parfois associée à ce nombre de Knudsen.

En remplaçant l'équation C.4 dans l'équation C.1, et en développant avec les relations C.5 et C.6, on trouve par unicité du développement en  $\epsilon$  :

$$f_i^{(0)} = f_i^{\text{eq}}. \quad (\text{C.7})$$

La densité et la vitesse sont définies par l'ordre 0 en  $\epsilon$  de  $f_i$ . En développant les relations définissant la densité (Eq. 5.1 p. 157) et la vitesse (Eq. 5.2) en  $\epsilon$ , les égalités aux ordres  $\epsilon$  et  $\epsilon^2$  impliquent que :

$$\begin{aligned} \sum_i f_i^{(1)}(\mathbf{x}, t) &= 0, & \sum_i \mathbf{c}_i f_i^{(1)}(\mathbf{x}, t) &= 0 \\ \sum_i f_i^{(2)}(\mathbf{x}, t) &= 0, & \sum_i \mathbf{c}_i f_i^{(2)}(\mathbf{x}, t) &= 0. \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

On remplace ensuite les termes de l'équation C.2 à l'aide C.3 et C.4 développés. On ordonne ensuite les termes en fonction de l'ordre en  $\epsilon$ . On utilise aussi les propriétés du réseau suivantes :

$$\begin{aligned} \sum_i c_{i\alpha_1} c_{i\alpha_2} &= 6c^2 \delta_{\alpha_1 \alpha_2} = 12\delta_{\alpha_1 \alpha_2} \\ \sum_i c_i &= 0. \end{aligned} \quad (\text{C.9})$$

On obtient alors :

$$0 = \epsilon E_i^{(0)} + \epsilon^2 E_i^{(1)} + \mathcal{O}[\epsilon^3] \quad (\text{C.10})$$

avec

$$E_i^{(0)} = \partial_t^{(1)} f_i^{(0)} + c_{i\alpha_3} \partial_{x_{\alpha_3}}^{(1)} f_i^{(0)} - \frac{\lambda}{\delta t} f_i^{(1)} - \frac{c_{i\alpha_3}}{6c^2} F_{\alpha_3} \quad (\text{C.11})$$

$$\begin{aligned} E_i^{(1)} &= \partial_t^{(1)} f_i^{(1)} + \partial_t^{(2)} f_i^{(0)} + c_{i\alpha_3} \partial_{x_{\alpha_3}}^{(1)} f_i^{(1)} + \frac{\delta t}{2} \partial_t^{(1)} \partial_t^{(1)} f_i^{(0)} \\ &+ \delta t c_{i\alpha_3} \partial_t^{(1)} \partial_{x_{\alpha_3}}^{(1)} f_i^{(0)} + \frac{\delta t}{2} c_{i\alpha_2} c_{i\alpha_3} \partial_{x_{\alpha_2}}^{(1)} \partial_{x_{\alpha_3}}^{(1)} f_i^{(0)} \\ &- \frac{\lambda}{\delta t} f_i^{(2)} - \delta t \frac{c_{i\alpha_3}}{12c^2} \partial_t^{(1)} F_{\alpha_3} - \delta t \frac{c_{i\alpha_3}}{12c^2} c_{i\alpha_2} \partial_{x_{\alpha_2}}^{(1)} F_{\alpha_3}. \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

On obtient alors les expression des moments sur le réseau d'ordre 0 et 1 de  $E_i^0$  :

$$\begin{aligned}\sum_i E_i^0 &= \partial_t^{(1)} \rho + \partial_{x_\alpha} j_\alpha \\ \sum_i c_{i\alpha_1} E_i^0 &= \partial_t^{(1)} \rho + \partial_{x_{\alpha_2}} P_{\alpha_1\alpha_2}^{(0)} - F_{\alpha_1}\end{aligned}\tag{C.13}$$

où

$$\mathbf{j} = \rho \mathbf{u}(t, \mathbf{OM}) = \sum_i \mathbf{c}_i f_i(t, \mathbf{OM})\tag{C.14}$$

et

$$P_{\alpha_1\alpha_2}^{(0)} = \sum_i c_{i\alpha_1} c_{i\alpha_2} f_i^{(0)} = \frac{1}{\rho} j_{\alpha_1} j_{\alpha_2} + p \delta_{\alpha_1\alpha_2}.\tag{C.15}$$

L'expression de  $p$  dépend de la géométrie du réseau et de la distribution d'équilibre. Dans le cas d'un réseau FCHC, en plus des égalités données par les équations C.9, p. 204, on a :

$$\begin{aligned}\sum_i c_{i\alpha_1} c_{i\alpha_2} c_{i\alpha_3} &= 0, \\ \sum_i c_{i\alpha_1} c_{i\alpha_2} c_{i\alpha_3} c_{i\alpha_4} &= 4 (\delta_{\alpha_1\alpha_2} \delta_{\alpha_3\alpha_4} + \delta_{\alpha_1\alpha_3} \delta_{\alpha_2\alpha_4} + \delta_{\alpha_1\alpha_4} \delta_{\alpha_2\alpha_3}) \\ \sum_i c_{i\alpha_1} c_{i\alpha_2} c_{i\alpha_3} c_{i\alpha_4} c_{i\alpha_5} &= 0.\end{aligned}\tag{C.16}$$

En utilisant de plus l'expression de la distribution donnée par l'équation 5.5, p. 157, on obtient donc :

$$p = \rho \left( \frac{1}{2} - \frac{u^2}{4} \right).\tag{C.17}$$

$P_{\alpha_1\alpha_2}^{(0)}$  est le flux de la quantité de mouvement au premier ordre en  $\epsilon$ . À ce stade, au premier ordre en  $\epsilon$  ( $\partial_t \simeq \partial_t^{(1)}$  et  $\partial_x \simeq \partial_x^{(1)}$ ), les équations C.13 nous permettent d'obtenir l'équation de continuité :

$$\boxed{\partial_t \rho + \nabla \cdot \mathbf{j} = 0}\tag{C.18}$$

et l'équation d'Euler (i.e. Navier Stokes en négligeant le terme visqueux – en effet au premier ordre en  $\epsilon$ , la viscosité n'intervient pas) :

$$\boxed{\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{F}}.\tag{C.19}$$

## ANNEXE C : Méthode de Boltzmann sur réseau et équation de Navier-Stokes

Les termes d'ordre  $\epsilon^2$  n'interviennent pas dans la conservation de la masse. On a donc  $\sum_i E_i^{(1)} = 0$ . On exprime cette somme à l'aide de l'équation C.12 :

$$\begin{aligned} \sum_i E_i^{(1)} &= \sum_i \partial_t^{(1)} f_i^{(1)} + \partial_t^{(2)} f_i^{(0)} + c_{i\alpha_3} \partial_{x_{\alpha_3}}^{(1)} f_i^{(1)} + \frac{\delta t}{2} \partial_t^{(1)} \partial_t^{(1)} f_i^{(0)} \\ &\quad + \delta t c_{i\alpha_3} \partial_t^{(1)} \partial_{x_{\alpha_3}}^{(1)} f_i^{(0)} + \frac{\delta t}{2} c_{i\alpha_2} c_{i\alpha_3} \partial_{x_{\alpha_2}}^{(1)} \partial_{x_{\alpha_3}}^{(1)} f_i^{(0)} \\ &\quad - \frac{\lambda}{\delta t} f_i^{(2)} - \delta t \frac{c_{i\alpha_3}}{12c^2} \partial_t^{(1)} F_{\alpha_3} - \delta t \frac{c_{i\alpha_3}}{12c^2} c_{i\alpha_2} \partial_{x_{\alpha_2}}^{(1)} F_{\alpha_3} . \end{aligned} \quad (\text{C.20})$$

Cette somme se simplifie, car :

$$\partial_t^{(1)} \sum_i f_i^{(1)} \underbrace{=}_{\text{C.8}} 0 , \quad (\text{C.21})$$

$$\partial_{x_{\alpha_3}}^{(1)} \sum_i c_{i\alpha_3} f_i^{(1)} \underbrace{=}_{\text{C.8}} 0 , \quad (\text{C.22})$$

$$-\frac{\lambda}{\delta t} \sum_i f_i^{(2)} \underbrace{=}_{\text{C.8}} 0 \quad (\text{C.23})$$

et

$$\frac{\delta t}{12c^2} \partial_t^{(1)} F_{\alpha_3} \sum_i c_{i\alpha_3} = 0 . \quad (\text{C.24})$$

Les autres constituants de la somme C.20 peuvent s'exprimer de la manière suivante :

$$\partial_t^{(2)} \sum_i f_i^{(0)} = \partial_t^{(2)} \rho , \quad (\text{C.25})$$

$$-\frac{\delta t}{12c^2} \partial_{x_{\alpha_1}}^{(1)} F_{\alpha_2} \sum_i c_{i\alpha_1} c_{i\alpha_2} = -\frac{\delta t}{2} \partial_{x_{\alpha_1}}^{(1)} F_{\alpha_1} , \quad (\text{C.26})$$

et en utilisant l'expression C.15 :

$$\frac{\delta t}{2} \partial_{x_{\alpha_1}}^{(1)} \partial_{x_{\alpha_2}}^{(1)} \sum_i c_{i\alpha_1} c_{i\alpha_2} f_i^{(0)} = \frac{\delta t}{2} \partial_{x_{\alpha_1}}^{(1)} \partial_{x_{\alpha_2}}^{(1)} P_{\alpha_1 \alpha_2}^{(0)} . \quad (\text{C.27})$$

À l'aide de l'équation de continuité (Eq. C.18) dérivée et de l'équation C.13 (ce qui permet de remplacer les dérivées temporelles par des dérivées spatiales), il est possible d'exprimer les autres constituants de la somme C.20 de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\delta t}{2} \partial_t^{(1)} \partial_t^{(1)} \sum_i f_i^{(0)} &= \frac{\delta t}{2} \partial_t^{(1)} \partial_t^{(1)} \rho \\ &= -\frac{\delta t}{2} \partial_t^{(1)} \partial_{x_{\alpha_2}}^{(1)} \rho u_{\alpha_2} \\ &= \frac{\delta t}{2} \partial_{x_{\alpha_1}}^{(1)} \partial_{x_{\alpha_2}}^{(1)} P_{\alpha_1 \alpha_2}^{(0)} - \frac{\delta t}{2} \partial_{x_{\alpha_1}}^{(1)} F_{\alpha_1} , \\ \delta t \partial_t^{(1)} \partial_{x_{\alpha_1}}^{(1)} \sum_i c_{i\alpha_1} f_i^{(0)} &= \delta t \partial_{x_{\alpha_1}}^{(1)} \partial_t^{(1)} (\rho u_{\alpha_1}) \\ &= -\delta t \partial_{x_{\alpha_1}}^{(1)} \partial_{x_{\alpha_2}}^{(1)} P_{\alpha_1 \alpha_2}^{(0)} + \delta t \partial_{x_{\alpha_1}}^{(1)} F_{\alpha_1} \end{aligned} \quad (\text{C.28})$$

## ANNEXE C : Méthode de Boltzmann sur réseau et équation de Navier-Stokes

En remplaçant tous les constituants de la somme C.20 avec les Eqs. C.8 à C.28, on obtient finalement :

$$\boxed{\partial_t^{(2)} \rho = 0.} \quad (\text{C.29})$$

On effectue le même type de démarche pour la quantité de mouvement. Les termes d'ordre  $\epsilon^2$  n'interviennent pas dans la conservation de la quantité de mouvement. On a donc  $\sum_i c_{i\alpha} E_i^{(1)} = 0$ . On exprime cette somme à l'aide de l'équation C.12 :

$$\begin{aligned} \sum_i c_{i\alpha_1} E_i^{(1)} &= \sum_i c_{i\alpha_1} \partial_t^{(1)} f_i^{(1)} + c_{i\alpha_1} \partial_t^{(2)} f_i^{(0)} + c_{i\alpha_1} c_{i\alpha_2} \partial_{x_{\alpha_2}}^{(1)} f_i^{(1)} + \frac{\delta t}{2} c_{i\alpha_1} \partial_t^{(1)} \partial_t^{(1)} f_i^{(0)} \\ &\quad + \delta t c_{i\alpha_1} c_{i\alpha_2} \partial_t^{(1)} \partial_{x_{\alpha_2}}^{(1)} f_i^{(0)} + \frac{\delta t}{2} c_{i\alpha_1} c_{i\alpha_2} c_{i\alpha_3} \partial_{x_{\alpha_2}}^{(1)} \partial_{x_{\alpha_3}}^{(1)} f_i^{(0)} \\ &\quad - \frac{\lambda}{\delta t} c_{i\alpha_1} f_i^{(2)} - c_{i\alpha_1} c_{i\alpha_2} \frac{\delta t}{12c^2} \partial_t^{(1)} F_{\alpha_2} - c_{i\alpha_1} c_{i\alpha_2} c_{i\alpha_3} \frac{\delta t}{12c^2} c_{i\alpha_2} \partial_{x_{\alpha_2}}^{(1)} F_{\alpha_3} . \end{aligned} \quad (\text{C.30})$$

Dans ce qui suit, certains constituants de cette somme sont reformulés. Sachant que  $E_i^{(0)} = 0$ , en utilisant l'équation C.11, on obtient :

$$f_i^{(1)}(\mathbf{x}, t) = \frac{\delta t}{\lambda} \partial_t^{(1)} f_i^{(0)} + \frac{\delta t}{\lambda} c_{i\alpha_3} \partial_{x_{\alpha_3}}^{(1)} f_i^{(0)} - \frac{\delta t c_{i\alpha_3}}{6c^2 \lambda} F_{\alpha_3}, \quad (\text{C.31})$$

c'est-à-dire que les variations autour de l'équilibre de  $f_i$  sont induites par les gradients en temps et en espace de la distribution d'équilibre  $f_i^{(0)}$ , et de la force macroscopique.

De plus :

$$\partial_t^{(1)} \sum_i c_{i\alpha} f_i^{(1)} \underbrace{=}_{\text{C.8}} 0 \quad (\text{C.32})$$

$$\partial_t^{(2)} \sum_i c_{i\alpha} f_i^{(0)} = \partial_t^{(2)} j_\alpha. \quad (\text{C.33})$$

En utilisant la relation C.31, on obtient :

$$\begin{aligned} \partial_{x_{\alpha_2}}^{(1)} \sum_i c_{i\alpha_1} c_{i\alpha_2} f_i^{(1)} &= \frac{\delta t}{\lambda} \partial_t^{(1)} \partial_{x_{\alpha_2}}^{(1)} \sum_i c_{i\alpha_1} c_{i\alpha_2} f_i^{(0)} \\ &\quad + \frac{\delta t}{\lambda} \partial_{x_{\alpha_2}}^{(1)} \partial_{x_{\alpha_3}}^{(1)} \sum_i c_{i\alpha_1} c_{i\alpha_2} c_{i\alpha_3} f_i^{(0)} \\ &\quad - \frac{\delta t}{6c^2 \lambda} \partial_{x_{\alpha_2}}^{(1)} F_{\alpha_3} \underbrace{\sum_i c_{i\alpha_1} c_{i\alpha_2} c_{i\alpha_3}}_{=0} \end{aligned} \quad (\text{C.34})$$

Le quatrième terme de la somme C.30 s'écrit aussi :

$$\begin{aligned} \frac{\delta t}{2} \partial_t^{(1)} \partial_t^{(1)} \sum_i c_{i\alpha_1} f_i^{(0)} &= \frac{\delta t}{2} \partial_t^{(1)} \partial_t^{(1)} j_{\alpha_1} \\ &= -\frac{\delta t}{2} \partial_t^{(1)} \partial_{x_{\alpha_2}}^{(1)} P_{\alpha_1 \alpha_2}^{(0)} + \frac{\delta t}{2} \partial_t^{(1)} F_{\alpha_1}. \end{aligned} \quad (\text{C.35})$$



La septième partie de la somme C.30 se simplifie :

$$-\frac{\lambda}{\delta t} \sum_i c_{i\alpha} f_i^{(2)}, \underbrace{=}_{C.8} 0. \quad (C.36)$$

La huitième partie de la somme C.30 s'exprime ainsi :

$$-\frac{\delta t}{12c^2} \partial_t^{(1)} F_{\alpha_2} \sum_i c_{i\alpha_1} c_{i\alpha_2} = -\frac{\delta t}{2} \partial_t^{(1)} F_{\alpha_1}, \quad (C.37)$$

et la neuvième partie de la somme C.30 se simplifie :

$$-\frac{\delta t}{12c^2} \partial_{x_{\alpha_2}}^{(1)} F_{\alpha_3} \sum_i c_{i\alpha_1} c_{i\alpha_2} c_{i\alpha_3} = 0. \quad (C.38)$$

En remplaçant les équations C.31 à C.38 dans la somme C.30, qui vaut 0, l'égalité suivante est obtenue :

$$\begin{aligned} \partial_t^{(2)} j_{\alpha_1} = & -\delta t \left(1 + \frac{1}{\lambda}\right) \partial_{x_{\alpha_2}}^{(1)} \partial_t^{(1)} \sum_i c_{i\alpha_1} c_{i\alpha_2} f_i^{(0)} \\ & -\delta t \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\lambda}\right) \partial_{x_{\alpha_2}}^{(1)} \partial_{x_{\alpha_3}}^{(1)} \sum_i c_{i\alpha_1} c_{i\alpha_2} c_{i\alpha_3} f_i^{(0)} \\ & + \frac{\delta t}{2} \partial_{x_{\alpha_2}}^{(1)} \partial_t^{(1)} P_{\alpha_1\alpha_2}^{(0)} \end{aligned} \quad (C.39)$$

Par définition de  $P_{\alpha_1\alpha_2}^{(0)}$  (Eq. C.15), ceci s'écrit aussi :

$$\begin{aligned} \partial_t^{(2)} j_{\alpha_1} = & -\delta t \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\lambda}\right) \partial_{x_{\alpha_2}}^{(1)} \partial_t^{(1)} P_{\alpha_1\alpha_2}^{(0)} \\ & -\delta t \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\lambda}\right) \partial_{x_{\alpha_2}}^{(1)} \partial_{x_{\alpha_3}}^{(1)} \sum_i c_{i\alpha_1} c_{i\alpha_2} c_{i\alpha_3} f_i^{(0)}. \end{aligned} \quad (C.40)$$

Pour obtenir l'équation de Navier-Stokes, il faut se placer à faible nombre de Mach (rapport entre la vitesse locale  $\mathbf{u}$  et la vitesse du son sur le réseau  $c_s$ , ici  $1/\sqrt{2}$ ). Les termes en  $\mathcal{O}(\mathbf{j}^2)$  ou  $\mathcal{O}(\mathbf{u}^2)$  sont donc négligés. Ainsi :

$$\partial_{x_{\alpha_2}}^{(1)} \partial_t^{(1)} P_{\alpha_1\alpha_2}^{(0)} \simeq \frac{1}{2} \partial_{x_{\alpha_2}}^{(1)} \partial_t^{(1)} \rho \delta_{\alpha_1\alpha_2}^{(0)}. \quad (C.41)$$

En utilisant l'équation de continuité C.18, cette égalité devient :

$$\partial_{x_{\alpha_2}}^{(1)} \partial_t^{(1)} P_{\alpha_1\alpha_2}^{(0)} \simeq -\frac{1}{2} \partial_{x_{\alpha_1}}^{(1)} \partial_{x_{\alpha_2}}^{(1)} j_{\alpha_2}. \quad (C.42)$$

D'autre part, en utilisant les propriétés du réseau (Eq. C.16, p. 205), ainsi que l'expression de la distribution d'équilibre (Eq. 5.5, p. 157), on a :

$$\begin{aligned} \partial_{x_{\alpha_2}}^{(1)} \partial_{x_{\alpha_3}}^{(1)} \sum_i c_{i\alpha_1} c_{i\alpha_2} c_{i\alpha_3} f_i^{(0)} &= \partial_{x_{\alpha_2}}^{(1)} \partial_{x_{\alpha_3}}^{(1)} \frac{1}{3} (j_{\alpha_3} \delta_{\alpha_1\alpha_2} + j_{\alpha_2} \delta_{\alpha_1\alpha_3} + j_{\alpha_1} \delta_{\alpha_2\alpha_3}) \\ &= \frac{1}{3} \left( 2 \partial_{x_{\alpha_1}}^{(1)} \partial_{x_{\alpha_2}}^{(1)} j_{\alpha_2} + \partial_{x_{\alpha_2}}^{(1)} \partial_{x_{\alpha_1}}^{(1)} j_{\alpha_1} \right). \end{aligned} \quad (C.43)$$

Ainsi, l'équation C.39 devient :

$$\boxed{\partial_t^{(2)} \mathbf{j} = -\frac{\delta t}{3} \left( \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{2} \right) \left( \nabla^2 \mathbf{j} + \frac{1}{2} \nabla \nabla \cdot \mathbf{j} \right)}. \quad (\text{C.44})$$

On peut remarquer que le coefficient de viscosité de cisaillement (viscosité cinématique)  $\nu$  et le coefficient de viscosité de volume  $\nu_F$  diffèrent :

$$\nu = 2\nu_F = -\frac{\delta t}{3} \left( \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{2} \right). \quad (\text{C.45})$$

En se plaçant dans le cas limite d'un fluide incompressible, la somme des équations obtenues au premier terme en  $\epsilon$  (Eqs. C.18 et C.19), et au deuxième ordre en  $\epsilon$  (Eqs. C.29 et C.44) permet de montrer que :

$$\boxed{\nabla \cdot \mathbf{u} = 0} \quad (\text{C.46})$$

et

$$\boxed{\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{F}}. \quad (\text{C.47})$$

Ainsi, l'équation de Navier-Stokes est bien obtenue par méthode de Boltzmann sur réseau, en utilisant un réseau FCHC, avec la distribution d'équilibre donnée par l'équation 5.5, sous réserve de se placer à faible nombres de Knudsen et de Mach, pour un fluide newtonien incompressible.



## BIBLIOGRAPHIE

- Adler, P. and Thovert, J.-F. (1999). *Fractures and Fracture Networks*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands. [Cité p. 16].
- Al-Yaarubi, A., Pain, C., Grattoni, C., and Zimmerman, R. (2005). Navier-Stokes simulations of fluid flow through a rock fracture. In Faybishenko, B., Witherspoon, P., and Gale, J., editors, *Dynamics of Fluids and Transport in Fractured Rocks*, volume 162, pages 55–64. American Geophysical Union, Washington, DC. AGU Monograph. [Cité p. 4, 28, 62, 108, 121, 123].
- Andrade Jr., J., Henrique, E., Almeida, M., and Costa, M. (2004). Heat transport through rough channels. *Physica A : Statistical Mechanics and Its Applications*, 339(3-4) :296. [Cité p. 5, 153, 154].
- Antoine, P., Giraud, A., Meunier, M., and van Asch, T. (1995). Geological and geotechnical properties of the "Terres Noires" in Southeastern France : Weathering, erosion, solid transport and instability. *Engineering Geology*, 40 :223–234. [Cité p. 73, 83].
- Auradou, H., Drazer, G., Boschan, A., Hulin, J.-P., and Koplik, J. (2006). Flow channeling in a single fracture induced by shear displacement. *Geothermics*, 35(5–6) :576–588. [Cité p. 2, 108, 118].
- Auradou, H., Drazer, G., Hulin, J.-P., and Koplik, J. (2005). Permeability anisotropy induced by the shear displacement of rough fracture walls. *Water Resources Research*, 41(9) :1–10. [Cité p. 3, 83, 108, 121].
- Bachler, D., Kohl, T., and Rybach, L. (2003). Impact of graben parallel faults on hydrothermal convection – Rhine graben case study. *Physics and Chemistry of the Earth*, 28 :431–441. [Cité p. 61].
- Barabási, A.-L. and Stanley, H. (1995). *Fractal Concepts in Surface Growth*. Cambridge University Press, 2<sup>nd</sup> edition. 366 p. [Cité p. 95].
- Barenblatt, G., Chorin, A., and Prostokishin, V. (1997). Scaling laws for fully developed turbulent flow in pipes : Discussion of experimental data. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 94 :773—776. [Cité p. 28].
- Barton, C., Hickman, S., Morin, R., Zoback, M., Finkbeiner, T., Sass, J., and Benoit, D. (1997). Fracture permeability and its relationship to in-situ stress in the Dixie Valley, Nevada, geothermal reservoir. In *Twenty-Second Workshop on Geothermal Reservoir Engineering*, volume SGP-TR-155, Stanford. California. Stanford University. [Cité p. 83].

## BIBLIOGRAPHIE

---

- Barton, N. (1973). Review of a new shear-strength criterion for rock joints. *Engineering Geology*, 7(4) :287–332. [Cité p. 133].
- Bataillé, A., Genthon, P., Rabinowicz, M., and Fritz, B. (2006). Modeling the coupling between free and forced convection in a vertical permeable slot : Implications for the heat production of an Enhanced Geothermal System. *Geothermics*, 35(5-6) :654–682. [Cité p. 14, 16, 18, 31, 63].
- Batchelor, G. (1967). *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge University Press, U.S.A. 615 p. [Cité p. 17, 63].
- Batrouni, G., Hansen, A., and Schmittbuhl, J. (2002). Elastic response of rough surfaces in partial contact. *Europhysics Letters*, 60(5) :724–730. [Cité p. 33, 34].
- Baujard, C. (2005). *Modélisation de l'écoulement de deux fluides non miscibles dans des milieux fracturés ; application à l'injection d'eau à grande profondeur et à la recherche d'eau douce en milieu côtier*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris. [Cité p. 58, 76].
- Beran, M. J. (1968). *Statistical Continuum Theories*. Interscience, New York. [Cité p. 4, 24].
- Bernabé, Y. and Olson, J. (2000). The hydraulic conductance of a capillary with a sinusoidally varying cross-section. *Geophysics Research Letters*, 27(2) :245–248. [Cité p. 4, 153, 179].
- Bhatnagar, P., Gross, E., and Krook, M. (1954). A model for collision processes in gases. i. small amplitude processes in charged and neutral one-component systems. *Physical Review A : General Physics*, 93(3) :511–525. [Cité p. 155].
- Billaux, D. and Gentier, S. (1990). Numerical and laboratory studies of flow in a fracture. In Barton, N. and Stephansson, O., editors, *Rock joints : proceedings of the International Symposium on Rock Joints, Loen, Norway*, pages 369–373, Balkema, Rotterdam. [Cité p. 3, 134, 135].
- Boffa, J., Allain, C., and Hulin, J.-P. (1998). Experimental analysis of fracture rugosity in granular and compact rocks. *European Physical Journal : Applied Physics*, 2(3) :281–289. [Cité p. 2, 17, 62].
- Boltzmann, L. (1872). Weitere studien über das wärmegleichgewicht unter gasmoleülen. *Akademie der Wissenschaften Wien*, 66 :275–370. [Cité p. 155].
- Bonamy, D., Ponson, L., Prades, S., Bouchaud, E., and Guillot, C. (2006). Scaling exponents for fracture surfaces in homogeneous glass and glassy ceramics. *Physical Review Letters*, 97(13). [Cité p. 2, 16].
- Bondabou, K. (2007). Étude géologique et structurale d'un massif marneux fracturé sur le site expérimental de Draix (Alpes du Sud). Rapport de master, Département de l'Enseignement des Sciences de la Terre et de l'Environnement de Montpellier. [Cité p. 85, 87].

- Bouchaud, E. (1997). Scaling properties of cracks. *Journal of Physics : Condensed Matter*, 9 :4319–4344. [Cité p. 2, 13, 16, 17, 62, 97].
- Boutt, D., Grasselli, G., Fredrich, J., Cook, B., and Williams, J. (2006). Trapping zones : The effect of fracture roughness on the directional anisotropy of fluid flow and colloid transport in a single fracture. *Geophysics Research Letters*, 33(21). [Cité p. 4, 28, 153, 154].
- BRGM (2010). <http://www.soultz.net>. Consulté en avril 2010. [Cité p. 59].
- Brown, L. G. (1992). Survey of image registration techniques. *ACM Computing Surveys*, 24(4) :325–376. [Cité p. 112].
- Brown, S. (1987). Fluid flow through rock joints : The effect of surface roughness. *Journal of Geophysics Research*, 92(B2) :1337–1347. [Cité p. 3, 4, 18, 21, 24, 64, 83, 108, 121, 123].
- Brown, S. (1995). Simple mathematical model of a rough fracture. *Journal of Geophysics Research*, 100(B4) :5941–5952. [Cité p. 118, 133].
- Brown, S. and Scholz, C. (1985). Broad bandwidth study of the topography of natural rock surfaces. *Journal of Geophysics Research*, 90 :12575–12582. [Cité p. 62].
- Brown, S., Stockman, H., and Reeves, S. (1995). Applicability of the Reynolds equation for modeling fluid flow between rough surfaces. *Geophysics Research Letters*, 22(18) :2537–2540. [Cité p. 28, 153, 176, 179].
- Brueel, D. (1995). Heat extraction from forced fluid flow through stimulated fractured rock masses : Application to the Rosemanowes Hot Dry Rock reservoir. *Geothermics*, 24(3). [Cité p. 5, 72].
- Brueel, D. and Cacas, M. C. (1992). Numerical modelling technique : contribution to the Soultz HDR project. In Bresee, J., editor, *Geothermal energy in Europe – the Soultz Hot Dry Rock project*, pages 267–279. Gordon and Breach Science Publishers. [Cité p. 72].
- Brush, D. and Thomson, N. (2003). Fluid flow in synthetic rough-walled fractures : Navier-Stokes, Stokes, and local cubic law simulations. *Water Resources Research*, 39(4) :1085. [Cité p. 4, 28, 153, 176].
- Cambon, J.-P. (1990). Mesures des débits solides et liquides sur des bassins versants expérimentaux de montagne. In *Proceedings of two Lausanne Symposia, Hydrology in Mountainous Regions. I - Hydrological Measurements; the Water Cycle*, number 193 in IAHS Pubs. [Cité p. 73].
- Cappetti, G. (2009). From HDR to EGS. An overview of the activities carried out from the beginning of '70s. Présentation, GeothermExpo. [Cité p. 59].
- Cardenas, M., Slottke, D., Ketcham, R., and Sharp Jr., J. (2007). Navier-Stokes flow and transport simulations using real fractures shows heavy tailing due to eddies. *Geophysics Research Letters*, 34(14). [Cité p. 4, 28, 153, 154].

## BIBLIOGRAPHIE

---

- Carmichael, R. (1990). *Practical Handbook of Rocks and Minerals*. CRC Press Inc., U.S., 2<sup>nd</sup> edition. [Cité p. 92].
- Chopard, B. and Droz, M. (1998). *Cellular Automata Modeling of Physical Systems*. University Press, Cambridge. [Cité p. 155].
- Cosandey, C., Mathys, N., Maquaire, O., and Esteves, M. (2007). Les marnes, roches imperméables ? Processus générateurs des crues dans les marnes noires de la région de Digne-les-Bains. In *Actes des JSIRAUF, Hanoï*. [Cité p. 77, 83].
- Cosandey, D. (2004). Étude du coefficient d'écoulement lors des évènements de crue dans les bassins de Draix. Technical report, Rapport interne. [Cité p. 77].
- Cox, B. and Wang, J. (1993). Fractal surfaces : measurement and application in earth sciences. *Fractals*, 1(1) :87–115. [Cité p. 17, 62, 100].
- Cras, A. (2005). *Étude de la dynamique de fonctionnement hydrologique des bassins versants torrentiels marneux. Apport du traçage naturel*. Thèse de doctorat, Université d'Avignon et des Pays de Vaucluse. [Cité p. 77, 85, 87].
- Cvetkovic, V., Painter, S., Outters, N., and Selroos, J. (2004). Stochastic simulation of radionuclide migration in discretely fractured rock near the Äspö Hard Rock Laboratory. *Water Resources Research*, 40(2) :W024041–W02404114. [Cité p. 1, 16].
- Darcel, C., Bour, O., Davy, P., and De Dreuzy, J. (2003). Connectivity properties of two-dimensional fracture networks with stochastic fractal correlation. *Water Resources Research*, 39(10) :SBH11–SBH113. [Cité p. 1].
- De Dreuzy, J.-R., Darcel, C., Davy, P., and Bour, O. (2004). Influence of spatial correlation of fracture centers on the permeability of two-dimensional fracture networks following a power law length distribution. *Water Resources Research*, 40(1) :W015021–W0150211. [Cité p. 1, 16].
- Descroix, L. and Claude, J.-C. (2002). Spatial and temporal factors of erosion by water of black marls in the badlands of the French Southern Alps / Facteurs spatiaux et temporels de l'érosion hydrique des badlands de marnes noires des Alpes françaises du Sud. *Hydrological Sciences Journal*, 47(2) :227–242. [Cité p. 73].
- Descroix, L. and Mathys, N. (2003). Processes, spatio-temporal factors and measurements of current erosion in the French Southern Alps : a review. *Earth Surface Processes and Landforms*, 8(9) :993–1011. [Cité p. 73, 74].
- Dezayes, C., Genter, A., and Valley, B. (2009). Structure of the low permeable naturally fractured geothermal reservoir at Soultz. *Comptes Rendus Geoscience*. [Cité p. 58, 60, 71].
- Dezayes, C., Villemain, T., Genter, A., Traineau, H., and Angelier, J. (1995). Analysis of fractures in boreholes of Hot Dry Rock project at Soultz-sous-Forêts (Rhine graben, France). *Journal of Scientific Drilling*, 5(1) :31–41. [Cité p. 58].
- d'Humières, D., Lallemand, P., and Frisch, U. (1986). Lattice gas models for 3D hydrodynamics. *Europhysics Letters*, 2(47) :291–297. [Cité p. 156].

- Drazer, G. and Koplik, J. (2000). Permeability of self-affine rough fractures. *Physical Review E*, 62(6) :8076–8085. [Cité p. 4].
- Drazer, G. and Koplik, J. (2002). Transport in rough self-affine fractures. *Physical Review E*, 66 :026303. [Cité p. 83, 108, 121].
- Ebner, M., Toussaint, R., Schmittbuhl, J., Koehn, D., and Bons, P. (2010). Anisotropic scaling of tectonic stylolites : a fossilized signature of the stress field? *Journal of Geophysics Research*. in press. [Cité p. 96, 197].
- Esteves, M., Descroix, L., Mathys, N., and Lapetite, J. (2005). Soil hydraulic properties in a marly gully catchment (Draix, France). *CATENA*, 63(2-3) :282 – 298. Gully Erosion : A Global Issue. [Cité p. 77].
- Evans, K., Genter, A., and Sausse, J. (2005). Permeability creation and damage due to massive fluid injections into granite at 3.5 km at Soultz : 1. Borehole observations. *Journal of Geophysics Research*, 110(B4) :B04203. [Cité p. 58].
- Falconer, K. (1990). *Fractal Geometry : Mathematical Foundation and Application*. John Wiley & Sons, New York, U.S.A. [Cité p. 2, 17].
- Feder, J. (1988). *Fractals*. Plenum, New York, U.S.A. [Cité p. 2, 17].
- Filipe, F. and Sausse, J. (2004). Use of close-range photogrammetry to characterize fracture surfaces caractérisation des surfaces de fractures naturelles par photogrammétrie numérique. *Bulletin de la Societe Geologique de France*, 175(5) :481–490. [Cité p. 130].
- Fily, G. (2006). Couplage entre écoulement et dissolution/précipitation dans les roches fracturées : influence sur l'évolution de la perméabilité. Modélisation, programmation. Rapport de master, École et Observatoire des Sciences de la Terre, Université de Strasbourg. [Cité p. 32, 190].
- Flekkøy, E. (1993). Lattice Bhatnagar-Gross-Krook models for miscible fluids. *Physical Review E*, 47(6) :4247–4257. [Cité p. 155].
- Fressard, M., Maquaire, O., Malet, J.-P., Klotz, S., and Grandjean, G. (2009). Morpho-structure and triggering conditions of the Laval landslide developed in clay-shales, Draix catchment (South French Alps). In Malet, J.-P., Remaître, A., and Bogaard, T., editors, *Landslide processes. From geomorphologic mapping to dynamic modelling.*, pages 111–114, France. CERG, Strasbourg. [Cité p. 75, 76, 77, 83, 108].
- Frisch, U., Hasslacher, B., and Pomeau, Y. (1986). Lattice-gas automata for the Navier-Stokes equation. *Physical Review Letters*, 56(1505) :1508. [Cité p. 155, 156].
- Fritsch, D., Baumgaertner, J., Cuenot, N., Graff, J., and Genter, A. (2007). Synthèse des travaux du projet Soultz. Technical report, BRGM. Note traduite de la présentation : "The Soultz EGS pilot plant : energy heat and power from deep Enhanced Geothermal Systems", 2008, Monte-Carlo (Monaco). [Cité p. 58, 59].



## BIBLIOGRAPHIE

---

- Garel, E., Marc, V., Emblanch, C., Debieche, T.-H., Malet, J.-P., and Klotz, S. (2009). Flow characterization in fractured black marls by single well pulse injection tests (Alpes-de-Haute-Provence, France). In Malet, J.-P., Remaitre, A., and Bogaard, T., editors, *Landslide processes. From geomorphologic mapping to dynamic modelling.*, pages 111–114, France. CERG, Strasbourg. [Cité p. 79, 83].
- Ge, S. (1998). Estimation of groundwater velocity in localized fracture zones from well temperature profiles. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 84 :93–101. [Cité p. 63].
- Genter, A. and Traineau, H. (1996). Analysis of macroscopic fractures in granite in the HDR geothermal well EPS-1, Soultz-sous-Forêts, France. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 72(1–2) :121–124. [Cité p. 60, 71, 109].
- Genter et al., A. (2009). État des lieux du projet EGS de Soultz (Alsace, France). Présentation pour un séminaire organisé par le CREM. [Cité p. 58].
- Gentier, S., Billaux, D., and van Vliet, L. (1989). Laboratory testing of the voids of a fracture. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 22(2) :149–157. [Cité p. 130, 134, 135].
- Gentier, S. and Hopkins, D. (1997). Mapping fracture aperture as function of normal stress using a combination of casting, image analysis and modeling techniques. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics abstracts*, 34(3-4) :359. [Cité p. 108, 134, 135].
- Gentier, S., Rachez, X., Dezayes, C., Hosni, A., Blaisonneau, A., Genter, A., and Bruel, D. (2005). Thermo-hydro-mechanical modelling of the deep geothermal wells at Soultz-sous-Forêts. In *Proceedings of the EHDRA scientific conference*. [Cité p. 62].
- Geoportail (2007–2009). <http://www.geoportail.fr>. ©2007–2009, IGN-BRGM. [Cité p. 84].
- Gérard, A., Genter, A., Kohl, T., Lutz, P., Rose, P., and Rummel, F. (2006). The deep EGS (Enhanced Geothermal System) project at Soultz-sous-Forêts (Alsace, France). *Geothermics*, 35(5-6) :473. [Cité p. 16, 57, 61].
- Glass, R., Rajaramb, H., Nicholl, M., and Detwiler, R. (2001). The interaction of two fluid phases in fractured media. *Current Opinion in Colloid & Interface Science*, 6 :223–235. [Cité p. 33].
- Glover, P., Matsuki, K., Hikima, R., and Hayashi, K. (1997). Fluid flow in fractally rough synthetic fractures. *Geophysics Research Letters*, 24(14) :1803–1806. [Cité p. 83].
- Glover, P., Matsuki, K., Hikima, R., and Hayashi, K. (1998). Synthetic rough fractures in rocks. *Journal of Geophysics Research B : Solid Earth*, 103(5) :9609–9620. [Cité p. 118, 133].
- Goldenfeld (2006). Roughness-induced critical phenomena in a turbulent flow. *Physical Review Letters*, 96 :044503. [Cité p. 28].

- Gouze, P., Noiriél, C., Bruderer, C., Loggia, D., and Leprovost, R. (2003). X-ray tomography characterization of fracture surfaces during dissolution. *Geophysics Research Letters*, 30(5) :71–1. [Cité p. 146].
- Grasselli, G., Wirth, J., and Egger, P. (2002). Quantitative three-dimensional description of a rough surface and parameter evolution with shearing. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 39(6) :789–800. [Cité p. 130, 133].
- Gringarten, A. C. and Sauty, J. (1975). A theoretical study of heat extraction from aquifers with uniform regional flow. *Journal of Geophysics Research*, 80(35) :4956–4962. [Cité p. 5].
- Hakami, E. and Larsson, E. (1996). Aperture measurements and flow experiments on a single natural fracture. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 33(4) :395–404. [Cité p. 3, 28, 83, 108, 131, 133, 134, 135].
- Hardy, J., Pomeau, Y., and de Pazzis, O. (1973). Time evolution of a twodimensional model system. i. invariant states and time correlation functions. *Journal of Mathematical Physics*, 14(12) :1746–1759. [Cité p. 155].
- Hartley, R. I. and Zisserman, A. (2004). *Multiple View Geometry in Computer Vision*. Cambridge University Press, ISBN : 0521540518, 2<sup>nd</sup> edition. [Cité p. 193].
- Hayashi, K., Willis-Richards, J., Hopkirk, R., and Niibori, Y. (1999). Numerical models of HDR geothermal reservoirs – a review of current thinking and progress. *Geothermics*, 28(4-5) :507–518. [Cité p. 5, 71, 72].
- Heuer, N., Kupper, T., and Windelberg, D. (1991). Mathematical model of a Hot Dry Rock system. *Geophysical Journal International*, 105(3) :659–664. [Cité p. 5, 62].
- Isakov, E., Ogilvie, S. R., Taylor, C. W., and Glover, P. W. J. (2001). Fluid flow through rough fractures in rocks i : High resolution aperture determinations. *Earth and Planetary Science Letters*, 191(3-4) :267–282. [Cité p. 3, 108, 123, 130, 134, 135].
- Iverson, R. and Reid, M. (1992). Gravity-driven groundwater flow and slope failure potential 1. Elastic effective-stress model. *Water Resources Research*, 28(3) :925–938. [Cité p. 83].
- Iwai, K. (1976). *Fundamental Studies of Fluid Flow through a single fracture*. PhD thesis, University of California, Berkeley. [Cité p. 63].
- Jupe, A., Bruel, D., Hicks, T., Hopkirk, R., Kappelmeyer, O., Kohl, T., Kolditz, O., Rodrigues, N., Smolka, K., Willis-Richards, J., Wallroth, T., and Xu, S. (1995). Modelling of a European prototype HDR reservoir. *Geothermics*, 24(3) :403–419. [Cité p. 1, 5, 16, 72].
- Kohl, T., Evans, K., and Hopkirk, R.J. and Rybach, L. (1995). Coupled hydraulic, thermal and mechanical considerations for the simulation of Hot Dry Rock reservoirs. *Geothermics*, 24(3) :345–359. [Cité p. 5, 33, 72].
- Kohl, T. and Hopkirk, R. (1995). “FRACURE” – A simulation code for forced fluid flow and transport in fractured, porous rock. *Geothermics*, 24(3) :333–343. [Cité p. 5, 72].

## BIBLIOGRAPHIE

---

- Kolditz, O. and Clauser, C. (1998). Numerical simulation of flow and heat transfer in fractured crystalline rocks : Application to the Hot Dry Rock site in Rosemanowes (U.K.). *Geothermics*, 27(1) :1–23. [Cité p. 1, 5, 62, 72].
- Kraus K., W. P. (1998). *Manuel de Photogrammétrie – Principes et Procédés Fondamentaux*. Hermès, Paris. Traduction de P. Grussenmeyer et O. Reis. [Cité p. 193].
- Landau, L. and Lifchitz, E. (1994). *Physique théorique, Mécanique des fluides*, chapter 5, page 280. Ellipses, 3<sup>rd</sup> edition. [Cité p. 18, 63].
- Le Borgne, T., Bour, O., Dreuz, J., Davy, P., and Touchard, F. (2004). Equivalent mean flow models for fractured aquifers : Insights from a pumping tests scaling interpretation. *Water Resources Research*, 40(3) :W035121–W0351212. [Cité p. 16].
- Lee, H. and Cho, T. (2002). Hydraulic characteristics of rough fractures in linear flow under normal and shear load. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 35(4) :299–318. [Cité p. 3, 109, 130, 132, 133, 134, 135, 139].
- Legrain, H. (2006). *Étude de l'influence de la rugosité sur l'écoulement de fluide dans les fissures rocheuses*. Thèse de doctorat, Faculté Polytechnique de Mons. [Cité p. 133].
- Lofi, J., Pezard, P., Loggia, D., Garel, E., Gautier, S., Merry, C., and Bondabou, K. (2009). Geological discontinuities, main flow path and chemical alteration in a marly hill prone to slope instability : assessment from petrophysical measurements and borehole image analysis. *Hydrological Processes*, Special issue, Hydrology of clay shales and clayey sediments. [Cité p. 77, 79, 83, 85, 109, 145].
- Malet, J.-P. (2007). Écoulements préférentiels dans les versants marneux fracturés et déclenchements de glissements de terrain? Presentation ANR ECOU-PREF. [Cité p. 146].
- Maquaire, O., Malet, J.-P., and van Asch, T. (2005). Glissements à contrôle hydrologique dans les marnes noires du bassin de Barcelonnette : état des connaissances. [Cité p. 75].
- Maquaire, O., Ritzenthaler, A., Fabre, D., Ambroise, B., Thiery, Y., Truchet, E., Malet, J.-P., and Monnet, J. (2002). Caractérisation des profils de formations superficielles par pénétrométrie dynamique à énergie variable : application aux marnes noires de Draix (Alpes-de-Haute-Provence, France). characterisation of alteration profiles using dynamic penetrometry with variable energy. application to weathered black marls, Draix (Alpes-de-Haute-Provence, France). *crg*, 334(11) :835 – 841. [Cité p. 85].
- Marache, A., Riss, J., Gentier, S., and Chilès, J.-P. (2002). Characterization and reconstruction of a rock fracture surface by geostatistics. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 26(9) :873–896. [Cité p. 94, 133].
- Mathys, N. (2006). *Analyse et modélisation à différentes échelles des mécanismes d'érosion et de transport de matériaux solides. Cas des petits bassins versants de montagne sur marne (Draix, ALpes-de-Hautes-Provence)*. Thèse de doctorat, INP Grenoble. [Cité p. 83].

- Mathys, N., Brochot, S., and M., M. (1996). L'érosion des Terres Noires dans les Alpes du Sud : contribution à l'estimation des valeurs annuelles moyennes (bassins versants expérimentaux de Draix, Alpes de Haute-Provence). *Revue de Géographie Alpine*, 1984(2) :17–27. [Cité p. 73].
- Méheust, Y. (2002). *Écoulement dans les fractures ouvertes*. Thèse de doctorat, Université Paris Sud. [Cité p. 17, 62, 89, 130, 131].
- Méheust, Y. and Schmittbuhl, J. (2000). Flow enhancement of a rough fracture. *Geophysics Research Letters*, 27 :2989–2992. [Cité p. 3, 62, 83, 94, 123].
- Méheust, Y. and Schmittbuhl, J. (2001). Geometrical heterogeneities and permeability anisotropy of rough fractures. *Journal of Geophysics Research*, 106(B2) :2089–2012. [Cité p. 3, 4, 6, 14, 22, 23, 24, 63, 65, 108, 121, 123].
- Méheust, Y. and Schmittbuhl, J. (2003). Scale effects related to flow in rough fractures. *Pure and Applied Geophysics*, 160(5-6) :1023–1050. [Cité p. 2, 3, 16, 62, 83, 94, 118, 121, 122, 123].
- Mery, C. (2008). Étude pétrographique et d'imagerie en forage d'un massif marneux fracturé sur le site expérimental de Draix. Rapport de master, Département de l'Enseignement des Sciences de la Terre et de l'Environnement de Montpellier. [Cité p. 85].
- Moffatt, H. (1964). Viscous and resistive eddies near a sharp corner. *Journal of Fluid Mechanics*, 18 :1–18. [Cité p. 28, 154, 176].
- Mourzenko, V., Thovert, J.-F., and Adler, P. (1995). Permeability of a single fracture ; validity of the reynolds equation. *Journal de Physique II*, 5 :465–482. [Cité p. 28].
- Mura, R., Cambon, J.-P., Combes, F., Meunier, M., and Oliver, J. (1988). La gestion du bassin versant experimental de Draix pour la mesure de l'érosion. In *Proceedings of the Porto Alegre Symposium*, number 174 in IAHS Pubs. [Cité p. 73].
- Muralidhar, K. (1990). Flow and transport in single rock fractures. *Journal of Fluid Mechanics*, 215 :481–502. Cambridge University Press. [Cité p. 5, 108].
- Murphy, H. (1979). Convective instabilities in vertical fractures and faults. *Journal of Geophysics Research*, 84 :6121–6130. [Cité p. 28, 31].
- Myers, N. (1962). Characterization of surface roughness. *Wear*, 5(3) :182–189. [Cité p. 133].
- Nelder, J. and Mead, R. (1965). A simplex method for function minimization. *The Computer Journal*, 7(4) :308–313. [Cité p. 142].
- Neuman, S. (2005). Trends, prospects and challenges in quantifying flow and transport through fractured rocks. *Hydrogeology Journal*, 13 :124–147. [Cité p. 61].
- Neuville, A. (2006). Échanges de chaleur dans une fracture rugueuse. Rapport de master, École et Observatoire des Sciences de la Terre, Université de Strasbourg. [Cité p. 14, 34].

## BIBLIOGRAPHIE

---

- Neuville, A., Toussaint, R., and Schmittbuhl, J. (2006). Hydro-thermal flow in a rough fracture. In *Proceedings of the EHDRA scientific conference*. [Cité p. 16].
- Neuville, A., Toussaint, R., and Schmittbuhl, J. (2010a). Fracture aperture reconstruction and determination of hydrological properties : a case study at Draix (French Alps). *Hydrological Processes*, Special issue, hydrology of clay shales and clayey sediments. Accepté pour publication. [Cité p. 28, 84].
- Neuville, A., Toussaint, R., and Schmittbuhl, J. (2010b). Fracture roughness and thermal exchange : A case study at Soultz-sous-Forêts. *Comptes Rendus Geoscience*, 342(7–8) :616–625. [Cité p. 16, 108, 121, 123].
- Neuville, A., Toussaint, R., and Schmittbuhl, J. (2010c). Hydraulic transmissivity and heat exchange efficiency of rough fractures : a spectral approach. En préparation. [Cité p. 39].
- Neuville, A., Toussaint, R., and Schmittbuhl, J. (2010d). Hydro-thermal flows in a self-affine rough fracture. *Physical Review E*. Accepté pour publication. [Cité p. 62, 70, 121, 122, 123].
- Neuville, A., Toussaint, R., and Schmittbuhl, J. (2010e). Solving of the Navier-Stokes and heat advection-diffusion equations with a coupled lattice-boltzmann method. En préparation. [Cité p. 28, 29].
- Neuville, A., Toussaint, R., Schmittbuhl, J., Koehn, D., and Schwarz, J. (2010f). Characterization of major discontinuities from borehole cores of the black consolidated marl formation of Draix (French Alps). *Hydrological Processes*, Special issue, Hydrology of clay shales and clayey sediments. Accepté pour publication. [Cité p. 16, 17, 109].
- Nikuradse, J. (1932). Gesetzmäßigkeiten der turbulenten Strömung in glatten Rohren. *vDI Forschungheft*, 356 :1–35. [Cité p. 28].
- Noiriel, C. (2005). *Contribution à la détermination expérimentale et à la modélisation des différents processus contrôlant l'évolution géochimique, structurale et hydrodynamique des roches fissurées carbonatées*. Thèse de doctorat, École des Mines de Paris. [Cité p. 3, 92, 108, 131, 134, 135].
- Nur, A. (1972). Dilatancy, pore fluids, and premonitory variations of ts/tp travel time. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 62(5) :1217–1222. [Cité p. 1].
- Ogilvie, S., Isakov, E., and Glover, P. (2006). Fluid flow through rough fractures in rocks II : A new matching model for rough rock fractures. *Earth and Planetary Science Letters*, 241(3-4) :454–465. [Cité p. 118].
- Oostwoud Wijdenes, D. and Ergenzinger, P. (1998). Erosion and sediment transport on steep marly hillslopes, Draix, Haute-Provence, France : An experimental field study. *Catena*, 33(3-4) :179–200. [Cité p. 73].
- Ortega, J. and Neuville, A. (2007). Description lithologique de la carotte de 22.6 m de Draix. Document technique non publié, disponible sur demande. Travail effectué à l'EOST, Strasbourg, France. [Cité p. 79].

- Ortiz, A., Wessling, S., and Jung, R. (2007). What can we learn from post-frac hydraulic testing? A numerical approach. In *Proceedings of the EHDRA scientific conference*. [Cité p. 71].
- Patir, N. and Cheng, H. (1978). An average flow model for determining effects of three-dimensional roughness on partial hydrodynamic lubrication. *Journal of Lubrication Technology*, 100 :12–17. [Cité p. 4, 123].
- Pinkus, O. and Sternlicht, B. (1961). *Theory of Hydrodynamic Lubrication*. McGraw-Hill, New York, U.S.A. 465 p. [Cité p. 6, 14, 17, 62, 63].
- Plouraboué, F., Hulin, J.-P., Roux, S., and Koplik, J. (1998). Numerical study of geometrical dispersion in self-affine rough fracture. *Physical Review E*, 58(3) :3334–3346. [Cité p. 3, 108].
- Plouraboué, F., Kurowski, P., Boffa, J.-M., Hulin, J.-P., and Roux, S. (2000). Experimental study of the transport properties of rough self-affine fractures. *Journal of Contaminant Hydrology*, 46 :295–318. [Cité p. 3, 62, 83].
- Plouraboué, F., Kurowski, P., Hulin, J.-P., Roux, S., and Schmittbuhl, J. (1995a). Aperture of rough cracks. *Physical Review E*, 51(3) :1675–1685. [Cité p. 2, 16, 118, 123].
- Plouraboué, F., Roux, S., Schmittbuhl, J., and Vilotte, J.-P. (1995b). Geometry of contact between self-affine surfaces. *Fractals*, 3(1) :113–122. [Cité p. 2].
- Poinard, D. (2000). Analyse hydrologique de deux bassins montagneux à couvert végétal contrasté. Rapport de master, Université d’Avignon. [Cité p. 77].
- Ponson, L., Auradou, H., Pessel, M., Lazarus, V., and Hulin, J.-P. (2007). Failure mechanisms and surface roughness statistics of fractured fontainebleau sandstone. *Physical Review E*, 76(3). [Cité p. 2, 16].
- Power, W., Tullis, T., Brown, S., Boitnott, G., and Scholz, C. (1987). Roughness of natural fault surfaces. *Geophysics Research Letters*, 14(1) :29–32. [Cité p. 17, 62, 100].
- Press, W., Teukolsky, S., Vetterling, W., and Flannery, B. (1992). *Numerical Recipes*. Cambridge University Press, New York. [Cité p. 17, 22, 63, 64, 136, 168].
- Pyrak-Nolte, L., Cook, N., and Note, D. (1988). Fluid percolation through single fractures. *Geophysics Research Letters*, 15(11) :1247–1250. [Cité p. 108].
- Rachez, X., Gentier, S., and Blaisonneau, A. (2007). Current status of BRGM modeling activities at the Soultz EGS reservoir : hydro-mechanical modeling of the hydraulic stimulation tests and flow and transport modeling of the in-situ tracer test. In *Proceedings of the EHDRA scientific conference*. [Cité p. 62].
- Raclot, D. Puech, C., Mathys, N., Roux, B., Jacome, A., Asseline, J., and Bailly, J.-S. (2005). Photographies aériennes prises par drone et modèle numérique de terrain : apports pour l’observatoire sur l’érosion de Draix. *Géomorphologie : relief, processus, environnement*, pages 7–20. [Cité p. 73, 74].

## BIBLIOGRAPHIE

---

- Renard, F., Voisin, C., Marsan, D., and Schmittbuhl, J. (2006). High resolution 3D laser scanner measurements of a strike-slip quantify its morphological anisotropy at all scales. *Geophysics Research Letters*, 33(4). [Cité p. 2, 97].
- Rodemann (1979). *Modellrechnungen zum Wärmeaustausch in einem Frac.*, page 90. Number No. 81990 in Report. Niedersächsisches Landesamt für Bodenforschung (NLfB), Hannover. [Cité p. 5].
- Rosener, M., Géraud, Y., Vaunat, J., and Fritz, B. (2007). Damage zone integration into fault models : implication on heat and mass transfer during geothermal exploitation. In *Proceedings of the EHDRA scientific conference*. [Cité p. 5].
- Rothman, D. and Zaleski, S. (1997). *Lattice Boltzmann Methods for Flow in Porous Media*. Cambridge University Press. [Cité p. 155].
- Roux, S., Plouraboué, F., and Hulin, J.-P. (1998). Tracer dispersion in rough open cracks. *Transport in Porous Media*, 32(1) :97–116. [Cité p. 108].
- Roux, S., Schmittbuhl, J., Vilotte, J.-P., and Hansen, A. (1993). Some physical properties of self-affine rough surfaces. *Europhysics Letters*, 23 :277–282. [Cité p. 17, 62].
- Sahimi, M. (1998). Non-linear and non-local transport processes in heterogeneous media : From long-range correlated percolation to fracture and materials breakdown. *Physics Reports*, 306(4-6) :213–395. [Cité p. 2, 14, 17].
- Sakaguchi, K., Tomono, J., Okumura, K., Ogawa, Y., and Matsuki, K. (2008). Asperity height and aperture of an artificial. tensile fracture of metric size. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 41(2) :325–341. [Cité p. 3, 109, 130, 132, 133, 134, 135, 144, 145].
- Sangaré, D., Thovert, J.-F., and Adler, P. (2008). The equivalent thermal properties of a single fracture. *Journal of Applied Physics*, 104(7) :074915–074915–15. [Cité p. 28].
- Sanjuan, B., Pinault, J., Rose, R., Gerard, A., Brach, M., and Braibant, and Crouzet, C. and Foucher, J.-C. and Gautier, A. and Touzelet, S., G. (2006). Tracer testing of the geothermal heat exchanger at Soultz-sous-Forêts (France) between 2000 and 2005. *Geothermics*, 35 :622–653. [Cité p. 65].
- Santucci, S., Måløy, K., Delaplace, A., Mathiesen, J., Hansen, A., Haavig Bakke, J., Schmittbuhl, J., Vanel, L., and Ray, P. (2007). Statistics of fracture surfaces. *Physical Review E*, 75(1) :016104. [Cité p. 62, 130, 133].
- Sausse, J. (2002). Hydromechanical properties and alteration of natural fracture surfaces in the Soultz granite (Bas-Rhin, France). *Tectonophysics*, 348(1-3) :169–185. [Cité p. 60, 71].
- Sausse, J., Dezayes, C., Dorbath, L., Genter, A., and Place, J. (2010). 3D model of fracture zones at Soultz-sous-Forêts based on geological data, image logs, induced microseismicity and vertical seismic profiles. *Comptes Rendus Geoscience*. [Cité p. 39].

- Sausse, J., Dezayes, C., Genter, A., and Bisset, A. (2008). Characterization of fracture connectivity and fluid flow pathways derived from geological interpretation and 3D modelling of the deep seated EGS reservoir of Soultz (France). In *Proceedings of the 33<sup>rd</sup> workshop on Geothermal Reservoir Engineering*, Stanford, California. [Cité p. 1, 16, 60, 65].
- Schmittbuhl, J., Gentier, S., and Roux, S. (1993). Field measurements of the roughness of fault surfaces. *Geophysics Research Letters*, 20(8) :639–641. [Cité p. 13, 17, 62, 100].
- Schmittbuhl, J., Schmitt, F., and Scholz, C. (1995a). Scaling invariance of crack surfaces. *Journal of Geophysics Research*, 100(B4) :5953–5973. [Cité p. 2, 13, 17, 62, 100, 130].
- Schmittbuhl, J., Steyer, A., Jouniaux, L., and Toussaint, R. (2008). Fracture morphology and viscous transport. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 45 :422–430. [Cité p. 62, 89, 108, 123].
- Schmittbuhl, J., Vilotte, J.-P., and Roux, S. (1995b). Reliability of self-affine measurements. *Physical Review E*, 51 :131–147. [Cité p. 97, 133].
- Sharifzadeh, M., Mitani, Y., and Esaki, T. (2008). Rock joint surfaces measurement and analysis of aperture distribution under different normal and shear loading using GIS. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 41(2) :299–323. [Cité p. 3, 109, 130, 132, 133, 134, 135].
- Skjetne, E., Hansen, A., and Gudmundsson, J. (1999). High-velocity flow in a rough fracture. *Journal of Fluid Mechanics*, 383 :1–28. [Cité p. 28].
- Spurk, J. and Aksel, N. (2008). *Fluid Mechanics*. Springer, Berlin, Germany, 2<sup>nd</sup> edition. 516 p. [Cité p. 31, 65].
- Stokes, G. (1846). On the theories of the internal friction of fluids in motion, and of the equilibrium and motion of elastic solids. In *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, volume 8, pages 287–319. [Cité p. 17, 63].
- Szymczak, P. and Ladd, A. (2009). Wormhole formation in dissolving fractures. *Journal of Geophysics Research B : Solid Earth*, 114(6). [Cité p. 146].
- Taine, J. and Petit, J.-P. (2003). *Transferts Thermiques*. Dunod, Paris, France, 3<sup>rd</sup> edition. 449 p. [Cité p. 66, 165].
- Technidrill (2010). [http ://www.technidrill.com/](http://www.technidrill.com/). Consulté en avril 2010. [Cité p. 79].
- Tenchine, S. and Gouze, P. (2005). Density contrast effects on tracer dispersion in variable aperture fractures. *Advances in Water Resources*, 28(3) :273–289. [Cité p. 131].
- Terzaghi, K. (1936). The shearing resistance of saturated soils and the angle between the planes of shear. In *Proceedings, 1st International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, volume 1, pages 54–56, Cambridge, USA. [Cité p. 75, 83].
- The Engineering Toolbox (2010). [http ://www.engineeringtoolbox.com/](http://www.engineeringtoolbox.com/). Consulté en mai 2010. [Cité p. 31].



## BIBLIOGRAPHIE

---

- Tournier, C., Genthon, P., and Rabinowicz, M. (2000). The onset of natural convection in vertical fault planes : consequences for the thermal regime in cristalline basements and for heat recovery experiments. *Geophysical Journal International*, 140 :500–508. [Cité p. 14, 31].
- Tsang, Y. (1984). The effect of tortuosity on fluid flow through a single fracture. *Water Resources Research*, 20(9) :1209–1215. [Cité p. 3].
- Tsang, Y. and Tsang, C. (1987). Channel model of flow through fractured media. *Water Resources Research*, 23(3) :467–479. [Cité p. 108].
- Tsang, Y. and Tsang, C. (1998). Flow channeling in a single fracture as a two-dimensional strongly heterogeneous permeable medium. *Water Resources Research*, 25 :2076–2080. [Cité p. 62].
- Turcotte, D. and Schubert, G. (2002). *Geodynamics*, chapter 6, pages 262–264. Cambridge University Press, 2<sup>nd</sup> edition. [Cité p. 61, 63].
- Vicente Silvestre, M., Ribeiro e Sousa, L., and Hack, R. (2002). Laboratory study of geomechanical and hydro-mechanical characterisation of discontinuities. *News Journal, International Society for Rock Mechanics*, 7(2) :9–15. [Cité p. 28, 83, 109, 130, 132, 133, 134, 135].
- Volik, S., Mourzenko, V., Thovert, J.-F., and Adler, P. (1997). Thermal conductivity of a single fracture. *Transport in Porous Media*, 27(3) :305–326. [Cité p. 28].
- Von Neumann, J. and Burks, A. (1966). *Theory of Self-Reproducing Automata*. University of Illinois Press. [Cité p. 155].
- Waite, M., Ge, S., and Spetzler, H. (1998). The effect of surface geometry on fracture permeability : A case study using a sinusoidal fracture. *Geophysics Research Letters*, 25(6) :813–816. [Cité p. 153].
- Walkup, G. J. and Horne, R. (1985). Forecasting thermal breakthrough of reinjected water using a dispersion-retention model for tracer test interpretation. In *International Symposium - Geothermal Energy, part II*, volume 9, pages 369–374. Geothermal Resources Council Transactions. Conference Paper. [Cité p. 108].
- Watanabe, K. and Takahashi, H. (1995). Parametric study of the energy extraction from hot dry rock based on fractal fracture network model. *Geothermics*, 24(2) :223–236. [Cité p. 72].
- Wilson, C. and Theriot, J. (2006). A correlation-based approach to calculate rotation and translation of moving cells. *IEEE Transactions on Image Processing*, 15(7) :1939–1951. [Cité p. 112].
- Wolf-Gladrow, D. (2005). *Lattice-Gas Cellular Automata and Lattice Boltzmann Models – An Introduction*. Springer. [Cité p. 155, 168, 170, 203].
- Wolfram, S. (1983). Statistical mechanics of cellular automata. *Reviews of Modern Physics*, 55 :601–644. [Cité p. 155].

- Wyllie, D. (1999). *Foundations on Rock*. Spon Press, London, U.K., 2<sup>nd</sup> edition. [Cité p. 79, 85].
- Yamakoshi, T., Mathys, N., and Kiotz, S. (2009). Time-lapse video observation of erosion processes on the black marls badlands in the Southern Alps, France. *Earth Surface Processes and Landforms*, 34(2) :314–318. [Cité p. 83].
- Zanetti, G. (1989). Hydrodynamics of lattice gas automata. *Physical Review A : General Physics*, 40 :1539–1548. [Cité p. 155].
- Zhang, S., Lai, Y., Zhang, X., Pu, Y., and Yu, W. (2004). Study on the damage propagation of surrounding rock from a cold-region tunnel under freez-thaw cycle condition. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 19 :295–302. [Cité p. 92].
- Zimmerman, R. and Bodvarsson, G. (1996). Hydraulic conductivity of rock fractures. *Transport in Porous Media*, 23(1) :1–30. [Cité p. 4, 108, 121, 123].
- Zimmerman, R., Kumar, S., and Bodvarsson, G. (1991). Lubrication theory analysis of the permeability of rough-walled fractures. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics abstracts*, 28(4) :325–331. [Cité p. 21, 64].
- Zimmerman, R. and Main, I. (2004). *Mechanics of fluid-saturated rocks*, volume 89 of *International geophysics series*, chapter Hydromechanical behaviour of fractured rocks, pages 363–421. Elsevier, Academic press, London, U.K. [Cité p. 31, 121].
- Zimmerman, R. and Yeo, I.-W. (2000). Fluid flow in rock fractures : from the Navier-Stokes equations to the cubic law, in dynamics of fluids in fractured rock. In *Geophysical monograph*, volume 122, pages 213–224, Washington, DC, U.S.A. American Geophysical Union. [Cité p. 18].

## BIBLIOGRAPHIE

---

# RÉSUMÉ

Dans de nombreux réservoirs géothermiques profonds, l'échangeur thermique est un massif de roches chaudes fracturées. Comment la morphologie des fractures influence-t-elle le flux hydraulique et le champ de température lorsque de l'eau froide est injectée dans ce milieu? Cette question est abordée à l'échelle de la fracture, de manière numérique, à l'aide de deux méthodes : par différences finies, en 2D, et par méthode de Boltzmann sur réseau, en 3D.

Les calculs en différences finies montrent qu'une ouverture auto-affine induit une variabilité spatiale du flux hydraulique et du champ de température. Dans certains cas, il se crée une chenalisation du fluide, qui réduit l'efficacité du transfert thermique entre la roche et le fluide. Ces caractéristiques hydro-thermiques sont essentiellement engendrées par les plus grandes longueurs d'ondes de ces ouvertures auto-affines.

Une première application à grande échelle, dimensionnée suivant les caractéristiques du site géothermique de Soultz-sous-Forêts (Alsace, France), est proposée. Une deuxième application consiste à évaluer la perméabilité du sous-sol de Draix (Alpes, France). Pour cela, la géométrie de fractures présentes dans le sous-sol est caractérisée précisément à partir de carottes géologiques. La topographie des fractures, mesurée avec un laser, est utilisée pour reconstituer la morphologie de l'ouverture des fractures. Ces données sont utilisées pour quantifier la perméabilité, ici élevée – de l'ordre de  $10^{-9} - 10^{-8} \text{ m}^2$ .

À l'aide de méthodes de Boltzmann sur réseau, la modélisation du comportement hydro-thermique dans des fractures présentant une topographie avec de fortes pentes est abordée. Au voisinage d'une aspérité de forme simple, le comportement hydro-thermique modélisé est très différent (recirculation) de celui dans le reste de la fracture.

L'ensemble de ces modélisations suggère qu'il est nécessaire de prendre en compte la morphologie des fractures pour estimer le comportement hydro-thermique en géothermie.

**Mots clefs :** fracture, couplage hydro-thermique, advection-diffusion de la chaleur, géothermie, chenalisation, recirculation, différences finies, Boltzmann sur réseau, étude de la rugosité, reconstruction d'ouverture.

# ABSTRACT

For many deep geothermal systems, the heat exchanger consists in a hot fractured bedrock. How does the morphology of the fractures influence the hydraulic flow and the temperature field when cold water is injected into this medium? This question is numerically addressed at the fracture scale, using two methods: finite differences, in 2D, and lattice Boltzmann methods, in 3D. The finite difference computations show that a self-affine aperture induces space variability of the hydraulic flow and temperature field. It can create a channeling of the fluid, which reduces the efficiency of the heat transfer between the rock and fluid. These hydrothermal characteristics are mostly generated by the largest wavelengths of these self-affine apertures.

A first application at large scales, dimensioned according to the characteristics of the geothermal site of Soultz-sous-Forêts (Alsace, France) is proposed. A second application aims at evaluating the permeability of the basement of Draix (French Alps). To do so, the geometry of fractures is precisely characterized using geological cores. The topography of the fractures, measured with a laser, is used to reconstruct the morphology of fracture apertures. These data are used to estimate the permeability, here of the order of  $10^{-9} - 10^{-8} \text{ m}^2$ , which is a relatively high value.

Lattice Boltzmann methods are used to model the hydrothermal behavior in fractures whose topography is very steep. The hydrothermal behavior near a simple-shaped asperity is very different (recirculation) from the one in the remaining parts of the fracture.

All these modelings suggest that it is necessary to take into account the morphology of the fractures to estimate the hydrothermal behavior for geothermal purposes.

**Keywords:** fracture, hydro-thermal coupling, heat advection-diffusion, geothermics, channeling, vortex, finite differences, lattice Boltzmann, roughness characterization, aperture reconstruction.